



**Ministerio del Poder Ciudadano para la Educación de Nicaragua
Dirección General de Educación de Jóvenes y Adultos
Dirección de Educación Secundaria de Jóvenes y Adultos**

Guía de Autoestudio para estudiantes de Secundaria por Encuentro

Estimada /estimado protagonista:

Se le ha preparado la guía de autoestudio correspondiente a la **Asignatura de Matemáticas de décimo grado**, como una estrategia de aprendizaje en el contexto del proceso educativo de los jóvenes y adultos.

El autoestudio es un proceso individual que implica un gran compromiso personal y mediante el cual usted desarrolla conocimientos, habilidades y destrezas en el estudio de esta asignatura.

Para obtener éxito en su aprendizaje es necesario que siempre esté motivado y que tenga la certeza que sí se puede.

Contenido: Utilizo Identidades y Ecuaciones Trigonométricas

Hagamos un recordatorio de lo que es una “identidad”.

¿Recuerda los productos notables? Recordemos los productos notables para apreciar mejor qué es una identidad. Pero tomemos en cuenta que una identidad es una igualdad muy particular.

$$(x + y)(x - y) = x^2 - y^2$$

Observe que esta igualdad se cumplirá para cualquiera dos valores que tomen x e y. Esta igualdad es una identidad.

Ahora bien, considere usted la igualdad:

$$2x - 3 = 5.$$

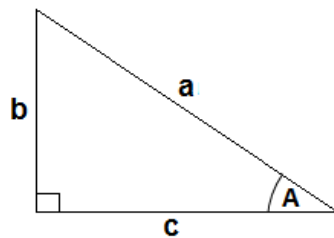
Observe que esta igualdad se cumplirá únicamente para un valor particular que tome x, éste sería 4. No hay otro valor. Esta igualdad es una ecuación.

¿Estamos claros? ¿Cuál es la diferencia entre una igualdad que es identidad y una que es ecuación?

¡Muy bien! Ahora abordará usted el tema de estudio: Las identidades trigonométricas.

Estimado estudiante: Recuerde la definición de las razones trigonométricas en triángulos rectángulos porque de aquí va a partir.

Para esto nombre arbitrariamente los lados del triángulo mostrado a continuación y escriba las razones trigonométricas respecto al ángulo A.



$$\text{Sen}A = \frac{b}{a};$$

$$\text{Cos}A = \frac{c}{a};$$

$$\text{Tan}A = \frac{b}{c};$$

$$\text{Csc}A = \frac{a}{b};$$

$$\text{Sec}A = \frac{a}{c};$$

$$\text{Cot}A = \frac{c}{b};$$

A continuación, analice usted que se obtienen resultados interesantes cuando se realizan ciertas operaciones con las razones trigonométricas.

1) Divida el seno entre el coseno:

$$\Rightarrow \frac{\text{Sen}A}{\text{Cos}A} = \frac{\frac{b}{a}}{\frac{c}{a}} = \frac{b}{a} \cdot \frac{a}{c} = \frac{b}{c}$$

Si observa la tabla de la definición de las razones trigonométricas,

encontrará que este resultado es igual a $\text{Tan}A$, por lo tanto, se concluye que: $\text{Tan}A = \frac{\text{Sen}A}{\text{Cos}A}$

Actividad 1. Verifique usted que al dividir **CosA** entre **Sen A** obtiene **Cot A** (utilice la definición de las razones trigonométricas).

2) Ahora haga lo siguiente: Multiplique **SenA** por **CscA**.

$$\Rightarrow \text{Sen}A \cdot \text{Csc}A = \frac{b}{a} \cdot \frac{a}{b} = \frac{ab}{ab} = 1, \text{ por lo tanto, usted concluirá que: } \text{Sen}A \cdot \text{Csc}A = 1$$

De esta identidad podemos obtener lo siguiente:

$$\begin{cases} \text{Sen}A = \frac{1}{\text{Csc}A} \\ \text{Csc}A = \frac{1}{\text{Sen}A} \end{cases}$$

¡Muy bien! Ahora le corresponde a usted realizar las actividades 2 y 3, donde deducirá otras identidades trigonométricas fundamentales.

Actividad 2. Verifique que al multiplicar $\text{Cos}A$ por $\text{Sec}A$ el resultado es 1 (utilice la definición de las razones trigonométricas).

Actividad 3. Verifique que al multiplicar $\text{Tan}A$ por $\text{Cot}A$ el resultado es 1 (utilice la definición de las razones trigonométricas).

¡Excelente! Ahora haga lo siguiente:

3) Sume el Sen^2A con el Cos^2A

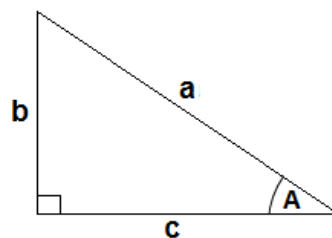
$$\Rightarrow \text{Sen}^2A + \text{Cos}^2A = \left(\frac{b}{a}\right)^2 + \left(\frac{c}{a}\right)^2 = \frac{b^2}{a^2} + \frac{c^2}{a^2} = \frac{b^2 + c^2}{a^2} = \frac{a^2}{a^2} = 1$$

Recuerde que: por el Teorema de Pitágoras: $a^2 = b^2 + c^2$

Finalmente puede concluir que: $\text{Sen}^2A + \text{Cos}^2A = 1$

Esta identidad da origen a otras dos: $\begin{cases} \text{Sen}^2A = 1 - \text{Cos}^2A \\ \text{Cos}^2A = 1 - \text{Sen}^2A \end{cases}$

Resultan de despejar
 Sen^2A y Cos^2A



4) Ahora haga lo siguiente: Divida cada uno de los miembros de la identidad

$\text{Sen}^2A + \text{Cos}^2A = 1$ entre Sen^2A .

$$\frac{\text{Sen}^2A}{\text{Sen}^2A} + \frac{\text{Cos}^2A}{\text{Sen}^2A} = \frac{1}{\text{Sen}^2A} \Rightarrow 1 + \text{Cot}^2A = \text{Csc}^2A$$

Es decir: $\text{Cot}^2A + 1 = \text{Csc}^2A$. Acá ha deducido otra identidad.

¡Muy bien! Realice la siguiente actividad para que deduzca otra identidad.

Actividad 4. Divida cada uno de los miembros de la identidad $\text{Sen}^2A + \text{Cos}^2A = 1$ entre Cos^2A y verifique que obtiene la identidad $\text{Tan}^2A + 1 = \text{Sec}^2A$



Con la realización de los ejercicios anteriores, se han obtenidos las identidades trigonométricas fundamentales que se listan a continuación.

1) $\text{Tan}A = \frac{\text{Sen}A}{\text{Cos}A}$

2) $\text{Cot}A = \frac{\text{Cos}A}{\text{Sen}A}$

3) $\text{Tan}A \bullet \text{Cot}A = 1$

4) $\text{Sen}A \bullet \text{Csc}A = 1$

5) $\text{Cos}A \bullet \text{Sec}A = 1$

6) $\text{Sen}^2 A + \text{Cos}^2 A = 1$

7) $\text{Tan}^2 A + 1 = \text{Sec}^2 A$

8) $\text{Cot}^2 A + 1 = \text{Csc}^2 A$

Pero, ¿para qué sirven estas identidades?

En primer lugar permiten trabajar más fluidamente en trigonometría, cuando usted resuelva ecuaciones trigonométricas.

Analice este ejemplo.

Ejemplo. Si el seno del ángulo A es $\frac{2}{3}$ ¿Cuál es el valor del Coseno de dicho ángulo?

Solución. Observe que en la lista de las identidades trigonométricas fundamentales usted tiene que: $\text{Sen}^2 A + \text{Cos}^2 A = 1$, entonces, sustituya aquí el valor del seno del ángulo A.

$\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \text{Cos}^2 A = 1$. Despeje $\text{Cos}^2 A$, con lo cual obtiene que: $\text{Cos}^2 A = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2$ Ahora Realice

las operaciones indicadas: $\text{Cos}^2 A = 1 - \frac{4}{9} \Rightarrow \text{Cos}^2 A = \frac{5}{9} \Rightarrow \text{Cos}A = \sqrt{\frac{5}{9}}$

Finalmente obtendrá que: $\text{Cos}A = \frac{\sqrt{5}}{3}$. De esta forma ha resuelto el ejercicio.

Para que consolide lo que ha estudiado, realice la siguiente actividad que consiste en, dado el valor de una razón trigonométrica, encontrar el valor de las otras, mediante las identidades trigonométricas fundamentales.

Actividad 5. Tome en cuenta el resultado anterior, es decir, $\text{Cos}A = \frac{\sqrt{5}}{3}$ y halle ahora el valor de:

a) $\text{Tan}A$

b) $\text{Cot} A$

c) $\text{Sec}A$

d) $\text{Csc}A$

Es necesario que se apoye en la lista de las identidades trigonométricas fundamentales.



Gobierno de Reconciliación
y Unidad Nacional

El Pueblo, Presidente!

2020
TE AMO NICARAGUA

PATRIA!
PAZI!
PARVENIR!



*Vamos
Adelante!*
CON AMOR,
ESPERANZA
Y ALEGRÍA!



CRISTIANA, SOCIALISTA, ¡SOLIDARIA!

MINISTERIO DE EDUCACIÓN

DIRECCION DE EDUCACIÓN SECUNDARIA DE JÓVENES Y
ADULTOS - 2253-8490 - EXT. 502/503