

Guía de autoaprendizaje: Nivelación

Datos Generales:

Nombre del centro educativo: _____

No de Guía: Modalidad: Secundaria a Distancia en el Campo

Grado: séptimo Asignatura: Matemática

Indicador de logro: Aplica propiedades de la potencia en la resolución de ejercicios

Contenido: Potencia con base entera y exponente entero

Introducción

Estimados estudiantes dispongámonos con entusiasmo a construir nuestro aprendizaje en el tema de potencias de números con base entera y exponente entero. Este tema tiene una íntima relación con el producto de números. Es de gran importancia para facilitar la realización de operaciones aritméticas cuando un número se multiplica por sí mismo varias veces. Ahora iniciemos.

Actividades de aprendizaje.

- Analicemos las situaciones que nos presentan las figuras que se muestran a continuación. Supongamos queremos determinar la cantidad de huevos que contiene la cajilla que se muestra en la Fig.1. Para ello podemos proceder de 2 maneras

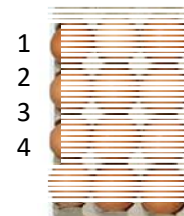


Fig. 1

1. Contando las unidades una a una



2. contar la cantidad de unidades en las filas y la cantidad de unidades de las columnas y multiplicar ambos resultados: $3 \times 4 = 12$



1 2 3

Con ambos procedimientos determinamos que la cajilla contiene 12 huevos.

Cada vez que tenemos un ordenamiento del tipo presentado podemos aplicar el segundo procedimiento para realizar el cálculo con mayor facilidad. En caso de que la cantidad de filas y de columnas contengan el mismo número de unidades, en donde tenemos un ordenamiento de 6 huevos en cada fila y 6 huevos en cada columna (fig. 2), la operación 6×6 , se puede expresar como 6^2 .

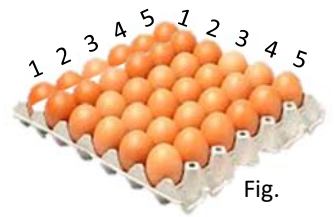


Fig.

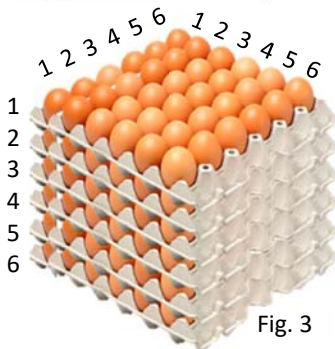


Fig. 3

En el ordenamiento que observamos en la fig. 3, tanto en lo alto como en lo ancho y en la profundidad podemos contar 6 huevos, en este caso la operación $6 \times 6 \times 6$, podemos expresarla como 6^3

✚ Abordemos nuestro tema estudio interiorizando los conceptos relacionados con las potencias

En la expresión 6^2 , el 6 se llama base y el 2 exponente. La expresión 6^2 se lee "6 al cuadrado" o "6 elevado a la segunda potencia".

La base. Es el número que se multiplica.

El exponente. La cantidad veces que se repite el número.

La potencia se expresa de la siguiente manera: se escribe la base y en la parte superior derecha de la base, el exponente (menor tamaño).

✓ Practiquemos

Ejemplo. Expresar en forma de potencia el siguiente producto:

$$5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$$

Identificando los elementos encontramos que nos proponemos multiplicar varias veces el número 5, por lo cual "5 es la base". Contando, podemos determinar que realizaremos 7 veces el producto del número 5, por lo cual "el exponente es 7". O sea.

$$5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^7$$

Podemos concluir que:

Si n es un entero positivo, la notación exponencial, a^n definida por:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \dots a}_{n - \text{factores de } a}$$

Y se lee como " a elevado a la potencia n " o simplemente " a a la n ".

✓ Practiquemos

Expresemos los siguientes productos en forma exponencial y encontremos el resultado.

A- $3 \cdot 3 \cdot 3 = ?$ B- $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = ?$ C- $12 \cdot 12 \cdot 12 = ?$ D- $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = ?$

Resolvamos en equipo algunos de los ejercicios, los otros los resolveremos de manera individual.

a) $3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^3 = 27$ b) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = ?$ c) $12 \cdot 12 \cdot 12 = 12^3 = 1728$

d) $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = ?$ e) $-5 \cdot -5 \cdot -5 \cdot -5 = ?$ f) $-6 \cdot -6 \cdot -6 = -216$ g) $-4 \cdot -4 \cdot -4 \cdot -4 \cdot -4 = ?$

Recordemos aplicar la ley de los signos para la multiplicación, es decir.

a) $(+) \times (+) = +$

- La multiplicación de dos números diferentes de cero, es otro número entero cuyo signo es positivo, si los factores tienen igual signo (ambos positivos o ambos negativos negativos)

b) $(-) \times (-) = +$

c) $(+) \times (-) = -$

d) $(-) \times (+) = -$

- La multiplicación de dos números diferentes de cero, es otro número cuyo signo es negativo, si los factores tienen signos diferentes.

✓ Practiquemos

Escribamos en forma de producto las siguientes expresiones exponenciales, y encontremos el resultado

a) $2^6 = ?$ b) 7^5 c) 13^4 d) 21^3

Resolvamos en equipo algunos de los ejercicios, los otros los resolveremos de manera individual.

a) $2^6 = ?$ B) $7^5 = 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 16\ 807$

c) 13^4 d) $21^3 = 21 \cdot 21 \cdot 21 = 9261$

✚ Estudiaremos a continuación las propiedades de la potenciación,

Propiedades de la potenciación

- **Potencia con exponente cero:** En la expresión a^0 podemos identificar los elementos de las potencias, este es un caso particular de las mismas y cumple con la propiedad de qué:

$a^0 = 1$, lo cual significa que cualquier número entero elevado a cero es igual a 1.

Ejemplo. a) $(-3)^0 = 1$ b) $(125)^0 = 1$ c) $(-49)^0 = 1$ d) $(1492)^0 = 1$

- **Potencia de exponente negativo:** Analizando la expresión a^{-n} , observamos que el exponente está precedido por un signo menos. Este tipo de potencias es equivalente a.

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, esto quiere decir que cualquier número entero elevado a una potencia negativa es igual al cociente de la unidad dividida por la base elevada a la potencia positiva, con la restricción de que la base (a) debe ser diferente de cero, es decir $a \neq 0$

- **Producto de potencias con la misma base:** Para encontrar el producto dos o más números que tienen la misma base con diferente exponente, escribimos la base y sumamos los exponentes, es decir:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Veamos los siguientes ejemplos.

$$1. \quad 2^3 \cdot 2^4 = 2^{3+4} = 2^7 = 128 \quad 2. \quad (-3)^2 \cdot (-3)^3 = (-3)^{2+3} = (-3)^5 = -243$$

✓ **Practiquemos**

Escribamos en forma de una sola potencia

$$a) \quad 5^3 \cdot 5^7 \cdot 5^0 = \quad b) \quad -4^4 \cdot -4^6 \cdot -4 =$$

- **División de potencias de igual base:** Cuando dividimos potencias de igual base elevadas a diferentes exponentes, escribimos la base y restamos al exponente del numerador el exponente del denominador, es decir:

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, \quad \text{Veamos los siguientes ejemplos}$$

$$1. \quad \frac{5^7}{5^4} = 5^{7-4} = 5^3 = 125 \quad 2. \quad \frac{(-3)^6}{(-3)^3} = (-3)^{6-3} = (-3)^3 = -27$$

✓ **Practiquemos**

Expresemos en cociente de las siguientes operaciones

$$a) \quad \frac{12^6}{12^3} \quad b) \quad \frac{(-9)^{11}}{(-9)^4} \quad c) \quad \frac{3^{-2}}{3^5}$$

- **Potencia de una potencia:** Cuando la potencia de un número, se encuentre elevado a otra potencia, el valor de la expresión se calcula escribiendo la base y elevándola al producto de las potencias, de la siguiente manera;

$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$, Veamos los siguientes ejemplos

$$1. \quad (5^3)^2 = 5^{3 \cdot 2} = 5^6 = 15\,625 \quad 2. \quad [(-4)^2]^4 = (-4)^{2 \cdot 4} = (-4)^8 = 65\,536$$

Nota: en el ejercicio 2, el resultado es positivo porque la base que es negativa está elevada a una potencia par.

✓ **Practiquemos**

$$a) \quad (8^7)^3 \quad b) \quad (2^{-5})^{-8}$$

- **Multiplicación de una potencia de distinta base e igual exponente:** Cuando multiplicamos potencias que tienen bases diferentes e iguales exponentes, multiplicamos las bases y el producto lo elevamos al valor del exponente. Así:

$$a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m, \quad \text{Veamos los siguientes ejemplos}$$

$$1. \quad 3^4 \cdot 5^4 = (3 \cdot 5)^4 = 15^4 = 50\,625 \quad 2. \quad (-5)^3 \cdot (2)^3 = (-5 \cdot 2)^3 = (-10)^3 = -1000$$

Nota: en el ejercicio 2, el resultado es negativo porque la base que es negativa y está elevada a una potencia impar.

✓ **Practiquemos**

$$a) \quad 5^5 \cdot 7^5 \quad b) \quad 4^{-9} \cdot 9^{-9}$$

- **División de una potencia de distinta base e igual exponente:** Cuando dividimos potencias que tienen bases diferentes bases e igual exponente, elevamos el cociente de las bases al valor del exponente. Así:

$$\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m, \quad \text{Veamos los siguientes ejemplos.}$$

$$1. \frac{6^3}{2^3} = \left(\frac{6}{2}\right)^3 = 3^3 = 27$$

$$2. \frac{(-4)^2}{(-2)^2} = \frac{(-4)^2}{(-2)^2} = 2^2 = 4$$

✓ **Practiquemos.**

a) $(-7)^2 \cdot (-7)^3$ b) $\frac{(-1)^3}{(-1)^2}$ c) $(201\ 132)^0$ d) $[(-2)^5]^3$ e) $(-2)^3 \cdot (-3)^3$

Ejercicios de aplicación de potencias

a) Los miembros de una cooperativa proyecta sembrar árboles maderables, los cuales requieren de un área de 4 m^2 cada uno de ellos para garantizar su desarrollo, si dispone de un terreno que tiene forma cuadrada de 52 m de lado. ¿Cuántos árboles podrán sembrar los miembros de la cooperativa?

Solución

Debemos calcular el área total del terreno, la cual dividiremos entre el área que cada árbol requiere para desarrollarse. Como sabemos que el terreno tiene forma cuadrada su área es:

$$\text{Área del terreno} = l^2 \quad \text{Longitud de sus lados} = 52\text{ m}$$

$$\text{Área del terreno} = (52\text{ m})^2 = 2704\text{ m}^2$$

$$\text{Cantidad de árboles a sembrar} = \frac{2704\text{ m}^2}{4\text{ m}^2} = 676\text{ árboles}$$



• **Actividades de evaluación**

Resolvamos los ejercicios propuestos, compartamos las soluciones con nuestros docentes para que nos ayuden a comprobar nuestros aprendizajes.

- 1- Calculemos la cantidad de pequeños cubos de madera que se observa en la figura 4. Expresemos la operación que proporcionará el resultado en forma de potencia



Figura 4

- 2- Expresemos los siguientes productos en forma exponencial encontremos el resultado.

a) $8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 = ?$ b) $-9 \cdot -9 \cdot -9 \cdot -9 \cdot -9 = ?$ c) $11 \cdot 11 \cdot 11 \cdot 11 = ?$ d) $-14 \cdot -14 \cdot -14 = ?$

- 3- Escribamos en forma de producto las siguientes expresiones exponenciales, y encontremos el resultado

a) 6^5 b) 3^6 c) 14^3 d) 35^2



Gobierno de Reconciliación
y Unidad Nacional
El Pueblo, Presidente!

2020
TE AMO Nicaragua

PATRIA!
PAZ!
PROVENIR!

4 - En la caja de cartón que se observa en la figura 3, se empacan cajas más pequeñas que contienen pelotas de beisbol con volumen de $365,5 \text{ cm}^3$

- Calculemos el volumen de la caja y determinemos la cantidad de cajitas de pelotas de beisbol que contiene.

