



Gobierno de Reconciliación
y Unidad Nacional

El Pueblo, Presidente!

MINED
Un Ministerio en la Comunidad

Curso Metodológico para la Atención Educativa de Estudiantes con Discapacidad Visual



3

Módulo

Uso y Manejo del Ábaco

AUTORIDADES MINISTERIO DE EDUCACIÓN

Miriam Soledad Ráudez Rodríguez

Ministra de Educación

Haydée Francis Días Madriz

Vice Ministra Administrativa Financiera

Luis Ramón Hernández Cruz

Director General de Educación Primaria

COORDINACIÓN EJECUTIVA

Susana Dolores Rugama

Responsable de la Dirección de Educación Especial

COORDINACIÓN TÉCNICA

RECOPIACIÓN

Juan José Pavón

Consultor

REVISIÓN TÉCNICA

Alberto Jerónimo López Pupiro

Asesor pedagógico

Dirección de Educación Especial

DISEÑO Y DIAGRAMACIÓN DE PORTADA Y CONTRAPORTADA

Indira Kasandra Salazar Cruz

Diseñadora Gráfica

Dirección de Comunicación Social.

- La elaboración de este material ha sido posible gracias a la colaboración técnica de la Fundación ONCE para la Solidaridad con Personas Ciegas de América Latina. (FOAL)
- El texto publicado se puede reproducir total y parcialmente, indicando siempre la fuente.
- Edición 2021. Tiraje de 390 ejemplares.

INTRODUCCIÓN.

El Gobierno de Reconciliación y Unidad Nacional (GRUN), en cumplimiento de los compromisos nacionales e internacionales establecidos en la Constitución Política de Nicaragua, la Convención de los Derechos de las Personas con Discapacidad, el Código de la Niñez y la Adolescencia entre otros, asume la tarea de construir un nuevo modelo educativo basado en la transformación de la conciencia y la restitución de derechos con y desde el protagonismo del pueblo, lo que se expresa en la Estrategia Nacional de Educación que impulsa el GRUN, a través del Ministerio de Educación (MINED).

En este contexto, la Estrategia Nacional de Educación, apunta a superar la pobreza y lograr el Buen Vivir para todo el pueblo nicaragüense y se basa en los valores cristianos, el amor, la paz, la reconciliación, los ideales socialistas, los valores de solidaridad con las y los pobres, la juventud, la gente del campo, los pueblos originarios y afro descendientes, los estudiantes con discapacidad, así como otro tipo de condición que genere exclusión.

Por su parte, las políticas educativas del MINED: Más Educación, Mejor Educación, Otra Educación, Gestión Educativa y Descentralizada, Todas las Educaciones y la Estrategia Nacional de Educación, postulan: el acceso, la permanencia y la promoción con calidad y equidad, de todas las personas, en las diferentes modalidades que conforman el subsistema de Educación Inicial, Básica y Media.

Por lo anterior, el MINED a través de la Dirección de Educación Especial, tiene el gusto de poner en manos de la comunidad educativa, el **Módulo 3: Uso y Manejo del Ábaco, que será utilizado en el Curso Metodológico para la Atención Educativa de Estudiantes con Discapacidad Visual.**

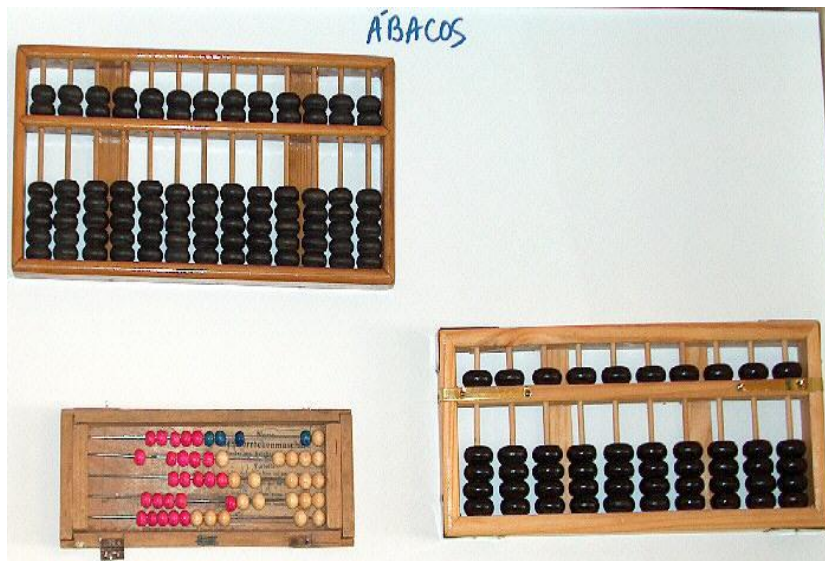
Este módulo ofrece la información y técnicas para iniciar el proceso de aprendizaje del Uso y Manejo del Ábaco, esto requiere práctica sistemática para el que le permita resolver operaciones matemáticas por lo que ejercitación y compromiso en la enseñanza del ábaco a los estudiantes con discapacidad visual.

ÍNDICE

GENERALIDADES DEL ÁBACO.....	1
TEMA 1. ANTECEDENTES DEL ÁBACO.....	1
TEMA 2. TIPOS DE ÁBACO.....	4
TEMA 3. EL ÁBACO PARA CIEGOS:	7
NOCIONES PRELIMINARES.....	7
LA SUMA EN EL ÁBACO.	11
TEMA 1. EL CONCEPTO DE LA SUMA EN EL ÁBACO.....	13
TEMA 2. ALGORITMO DE LA SUMA: FORMA DIRECTA.....	16
TEMA 3: ALGORITMO DE LA SUMA: FORMA INDIRECTA. (I PARTE).....	19
TEMA 4. ALGORITMO DE LA SUMA: FORMA INDIRECTA.(II PARTE)	29
TEMA 5: ALGORITMO DE LA SUMA: FORMA INDIRECTA.(III PARTE).....	36
TEMA 6. ALGORITMO DE LA SUMA: FORMA INDIRECTA.(IV PARTE)	43
TEMA 7. SUMA DE CANTIDADES ENTERAS Y DECIMALES.	49
LA MULTIPLICACIÓN EN EL ÁBACO.	54
TEMA 1. MULTIPLICAR EN EL ÁBACO:	56
TEMA 2. LA MULTIPLICACIÓN CUANDO EL MULTIPLICADOR TIENE UN DÍGITO.....	58
TEMA 3. MULTIPLICACIÓN CON DOS CIFRAS EN EL MULTIPLICADOR.....	68
TEMA 4. MULTIPLICACIÓN CON TRES CIFRAS EN EL MULTIPLICADOR.....	90
TEMA 5. MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS DECIMALES.	101
LA RESTA EN EL ÁBACO.	111
TEMA 1. LA RESTA: MÉTODO DIRECTO.	112
TEMA 2. MODO INDIRECTO DE LA RESTA. (I PARTE).....	115
TEMA 3. MODO INDIRECTO DE LA RESTA. (II PARTE).....	130
LA DIVISIÓN EN EL ÁBACO.	154
TEMA 1. LA DIVISIÓN EN EL ÁBACO:	156
NOCIONES PRELIMINARES.	156

TEMA 2. DIVISIÓN CON UNA CIFRA EN EL DIVISOR.	161
TEMA 3. DIVISIÓN CON DOS O MÁS CIFRAS EN EL DIVISOR.	181
LA RAÍZ CUADRADA EN EL ÁBACO	190
TEMA 1. RAÍZ CUADRADA DE NÚMEROS ENTEROS.	192

UNIDAD I:

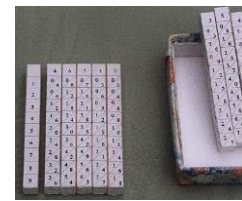


GENERALIDADES DEL ÁBACO.

TEMA 1. Antecedentes del Ábaco.

Desde tiempos antiguos los hombres se han planteado la necesidad de representar las cantidades y realizar cálculos con ellas; esta situación los llevó a crear algún procedimiento para abreviar los cálculos. En un primer momento utilizaron los dedos o alguna parte del cuerpo; posteriormente utilizaron algún objeto (piedras, huesos) o alguna marca (rayas en un árbol, en la roca) para poder contar y hacer los cálculos.

Más adelante, algunas culturas inventaron el ábaco, instrumento cuya existencia es antigua.



El ábaco o contador como se le conocía fue uno de los primeros recursos utilizados en la antigüedad, para la enseñanza de la matemática.

Debido a lo complicado del sistema de numeración, basado en los números romanos, se buscó el auxilio de los ábacos para realizar las operaciones de cálculo. La primera forma fue simple: una especie de bandeja cubierta por una fina capa de arena, donde se podían trazar figuras, sobre todo la usaron los griegos.

A principios del siglo IV antes de Cristo y hasta el Renacimiento, se usó el pizarrón de contar. Se trataba de un sistema de líneas paralelas, grabadas sobre mármol o madera, bordadas en tela o dibujadas en pergamino, que dejaban deslizar unas bolillas redondeadas a lo largo de hendiduras. Los griegos lo llamaron "abkion"; los romanos "abacus".

Durante siglos fue usado como computador en la aritmética. Los romanos utilizaron el ábaco, posteriormente fue introducido al oriente por medio del comercio con la Roma antigua.

Además de su popularidad en el oriente, el ábaco tuvo bastante uso en Europa hasta los siglos XVI - XVII. En esa época, los materiales para la escritura como plumas, tinta y papel, fueron relativamente abundantes y los cálculos usando el ábaco, fue sustituyéndose poco a poco por la aritmética escrita o gráfica (cálculos realizados en tinta y papel). No obstante, en el Oriente, el ábaco floreció, recibiendo extensas atenciones de los matemáticos y científicos tanto japoneses como chinos.

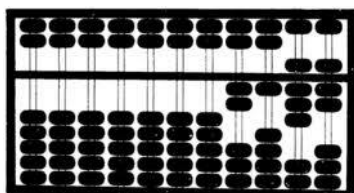
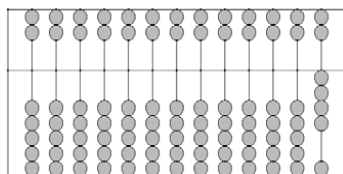
Ya en México se contaba en la época prehispánica con un ábaco llamado "Nepohualzinzin", que permitía realizar cualquiera de las cuatro operaciones fundamentales. En nuestra época, el ábaco se sigue utilizando en países como China y Japón.

TEMA 2. Tipos de Ábaco.

Existen diversos tipos de ábacos. Entre cada uno tiene su propio algoritmo para realizar cálculos. Entre ellos, el más usado, es el ábaco japonés. A continuación, se presentarán algunos de ellos.

Ábaco Chino.

El "suan-pen" o ábaco chino tiene cuentas en forma de rosquilla o de esferas, que se mueven a lo largo de finas varillas de bambú. Cada varilla tiene cinco elementos debajo de una barra que margina dos sectores: representan el número uno; y dos elementos en la barra superior que tienen un valor de cinco cada uno.



Ábaco Ruso.

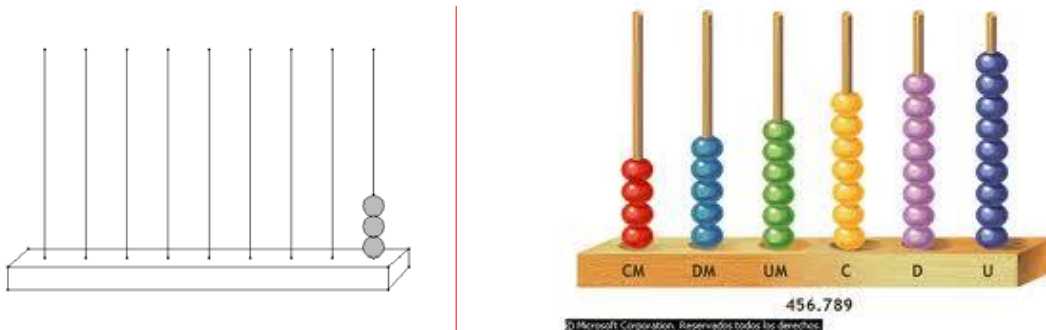
El "s'choti" ruso consta de diez alambres dispuestos en forma horizontal, en un marco de madera, con diez cuentas cada uno; las dos centrales de diferente color, lo que facilita las divisiones.

En las escuelas se utiliza para conceptualizar en el alumno, la noción de número y conteo. Es el conocido contador.



El ábaco abierto.

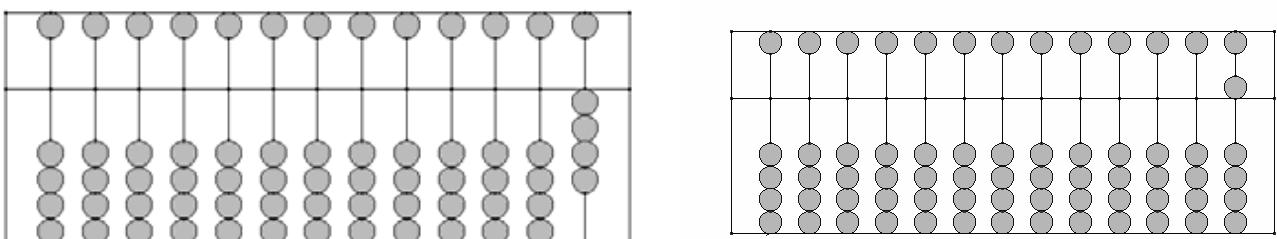
En este ábaco, las cuentas se insertan o se sacan de cada una de las varillas.



En este tipo de ábaco, cada una de las cuentas que se insertan en la varilla, adquiere un valor de uno. Diez cuentas que se colocan en una hilera o varilla, son sustituidas por una cuenta en el lado izquierdo.

Ábaco Japonés.

El "soroban" o "soroba" japonés, cuenta con una sola bolilla en la región superior de la barra, que los japoneses llaman "cielo" y cuatro debajo, en la "tierra". En Japón lo usan todavía los pequeños comerciantes.



Ábaco para ciegos.

El Ábaco japonés se ha adaptado, para enseñar matemáticas a los ciegos. Diferentes personas han realizado esta adaptación, entre las cuales se destacan Moraes y Cramer.

Ábaco de Moraes.

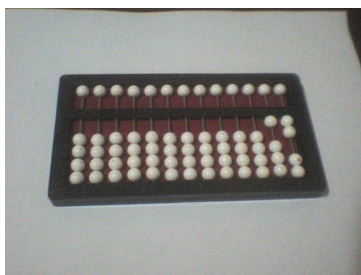
En 1948, el Sr. Joaquín Lima de Moraes, de Brasil, contando con la colaboración de dos expertos japoneses, estudió la técnica de las cuatro operaciones, comprobando que era posible adaptar y simplificar el ábaco japonés para ser usado por ciegos.

Un perfeccionamiento posterior realizado por Lima de Moraes y José Valesín, convirtió al ábaco en un aparato perfecto. Esta adaptación consistió en colocar una base con una goma compresora debajo de las cuentas, con el propósito de mantenerlas firmes en el lugar que se las coloca, y evitar que se deslicen libremente a lo largo de los ejes. El número de ejes que lo forman ascienden a 21.

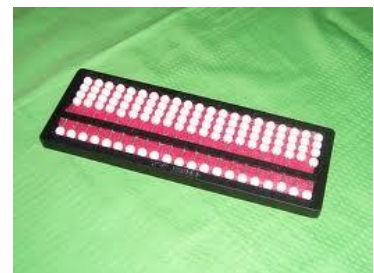
Ábaco de Cramer.

En la década de los años 60, el Sr. T. V. Cramer, Director del Departamento de Educación especializada en ciegos, de la Universidad de Kentucky, en los Estados Unidos, realizó investigaciones acerca del ábaco japonés, e hizo adaptaciones a éste, para el uso de las personas ciegas. Esta adaptación fue similar a la que hizo Moraes. Su estructura la forman 13 ejes o varillas verticales.

Cramer



Moraes

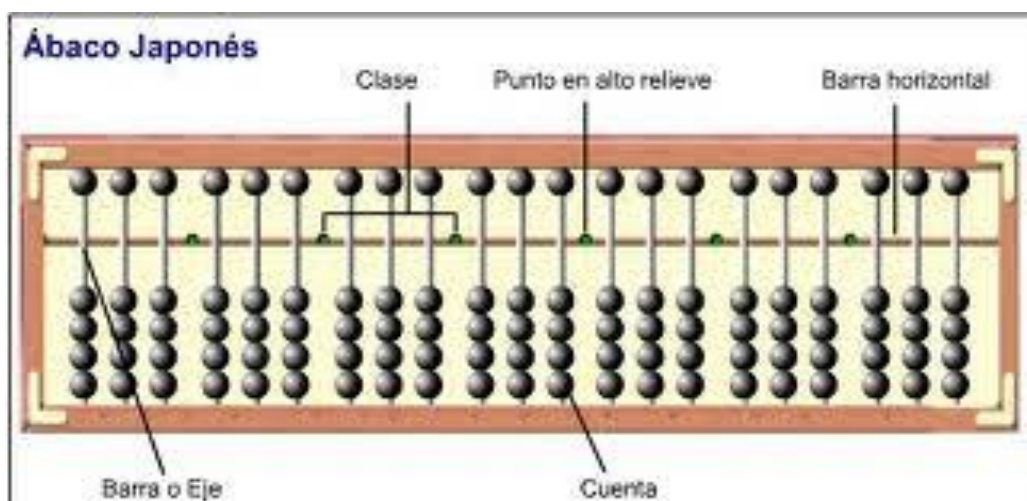


Características del Ábaco para Ciegos.

Cada ábaco está dividido en dos rectángulos, uno ancho con 4 cuentas o bolillas en cada eje y otro angosto con una sola cuenta. Sirve de separación entre los rectángulos, una barra que tiene, cada tres ejes, un punto o marca en relieve, los cuales dividen la barra en clases (unidades, miles, millones, etc.). La primera clase (unidades) se encuentra entre el borde derecho del ábaco y la primera marca; la segunda clase (miles) entre la primera marca y la

segunda, la tercera clase (millones) entre la segunda y tercera marca, y así sucesivamente.

En todas las clases, el eje de la derecha corresponde al orden de las unidades, el del medio a las decenas y el de la izquierda al de las centenas.



NOCIONES PRELIMINARES.

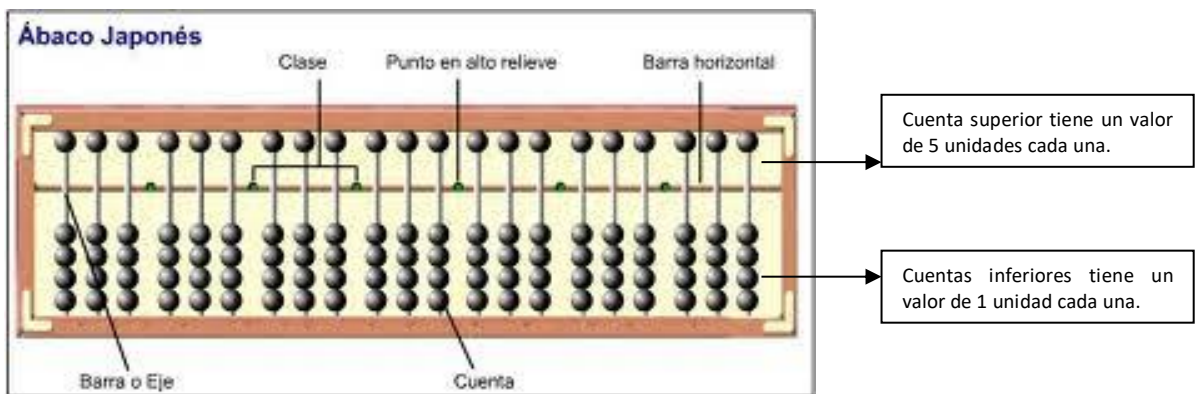
El ábaco para ciegos es una adaptación del ábaco japonés y presenta las mismas características, con la salvedad que se ha colocado una plataforma sobre él que evita el deslizamiento de las cuentas.

Este ábaco está dividido en dos rectángulos, uno ancho con 4 cuentas en cada eje, en la parte inferior y otro angosto con una sola cuenta en la parte superior. Las cuentas de la parte inferior tienen valor de "una unidad" cada una y las de la superior tienen valor de "cinco unidades" cada una.

Sirve de separación entre los rectángulos, una barra central que tiene en su estructura, cada tres ejes, un punto o marca en relieve, los cuales dividen la barra en clases (unidades, miles, millones, etc.). La primera clase (unidades) se

encuentra entre el borde derecho del ábaco y la primera marca; la segunda clase (miles) entre la primera marca y la segunda, la tercera clase (millones) entre la segunda y tercera marca, y así sucesivamente.

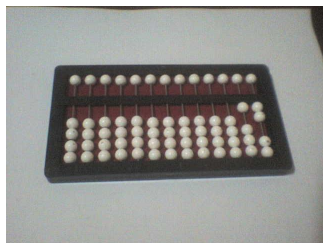
En todas las clases, de derecha a izquierda, el primer eje corresponde al orden de las unidades, el segundo al orden de las decenas y el tercero al orden de las centenas.



Colocación del ábaco.

Para realizar un cálculo, se coloca el ábaco sobre una mesa, de modo que el rectángulo ancho quede más cerca de quien va a trabajar.

Antes de escribir hay que verificar que todas las cuentas estén separadas de la barra central, es decir que el ábaco se encuentre en cero.



Escritura de Números.

Recordemos que las cuentas que se encuentran en la posición inferior tienen un valor de una unidad cada una y las de la posición superior tienen un valor de cinco unidades. Cada vez que, en un eje, una cuenta se acerca a la barra central, ésta toma su valor relativo, de cinco o uno. Si las cuentas se hallan separadas de la barra central, pierden su valor relativo.

Los dígitos se deben escribir en el primer eje del lado derecho (en las unidades). En el caso de las cifras, los números se escriben de izquierda a derecha, en el mismo sentido que la escritura en tinta¹.

Alejamiento y Acercamiento de las Cuentas.

Al escribir un número en el ábaco, se hace con la mano derecha. Las cuentas de uno, se acercan a la barra con el dedo pulgar y la de cinco, con el índice.

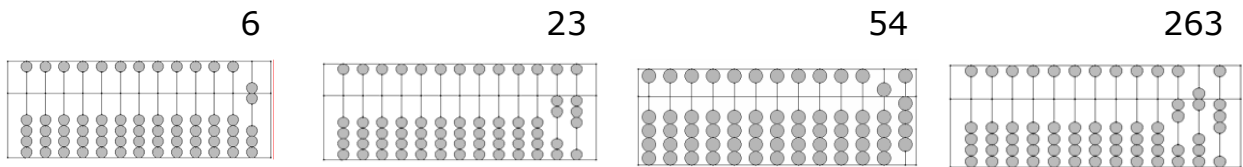


Al alejarse las cuentas de la barra central, la de uno, se retira con el índice, mientras que la de cinco con el pulgar.



¹ Término utilizado por las personas con discapacidad visual para referirse a la escritura en papel.

Ejemplos de formación de cantidades.



Actividad 1. Conteste.

1. ¿Cuándo surge el ábaco?
2. ¿Cuáles son los tipos de ábacos? Explique el ábaco Japonés.
3. ¿Cómo está estructurado el ábaco?
4. ¿Cuál es la importancia del ábaco en su labor educativa?

UNIDAD II:



$$**1584 + 8453**$$

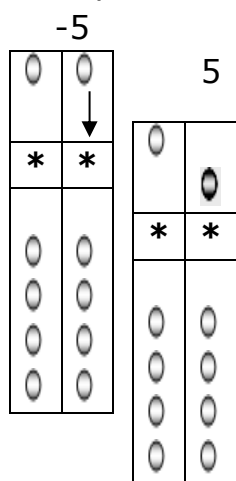
LA SUMA EN EL ÁBACO.

TEMA 1. EL CONCEPTO DE LA SUMA EN EL ÁBACO.

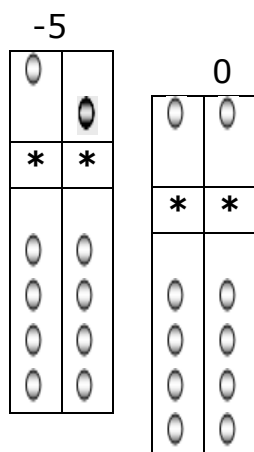
En general, la idea de sumar es equivalente a decir: "agregar". En el ábaco, este concepto persiste y es de gran utilidad. Cuando sumamos con el ábaco, en realidad lo que hacemos es agregar cuentas o acercarlas a la barra central, y de esta manera formamos una nueva cantidad.

Es conveniente que manejemos dos conceptos cuya idea es la base para el manejo eficiente del ábaco: "+..." (Más...) y "-..." (Menos...), los cuales no tienen que ver con suma o resta, sino con la acción de "alejar" o "acercar" cuentas a la barra central del ábaco, con lo que pierden o toman su valor relativo.

La expresión "más 5" (+5) significa acercar la cuenta de cinco a la barra central.



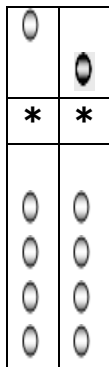
La expresión "menos 5" (-5) quiere decir, alejar la cuenta de cinco de la barra central.



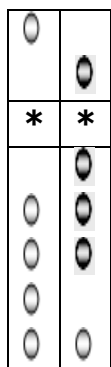
Esta idea se ilustra con el siguiente ejemplo. Suponga que tiene una bolsa con 5 naranjas, y luego quiere sumar 3 naranjas a este grupo. En primer lugar lo que hace es juntarlas en el saco, con lo cual el resultado es ahora: 8 naranjas, en el ábaco es similar.

Así pues, en el ábaco, se realizaría de la siguiente forma:

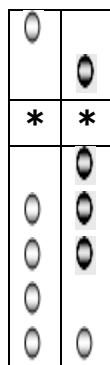
5 naranjas



Más 3 naranjas (se acercan las cuentas a la barra central)



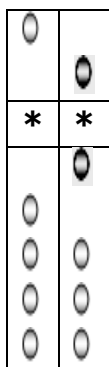
8 naranjas



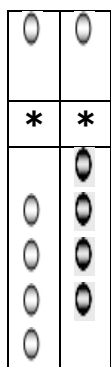
Agregando Dígitos en las Hileras.

Cuando se agrega un dígito a otro, en una misma hilera del ábaco, existen dos formas: directa e indirectamente. La primera forma implica agregar el dígito usando las cuentas disponibles, la segunda consiste, en utilizar un recurso cuyo principio se basa en la idea de complemento o lo que hace falta para llegar a "cinco" o a "diez". Los siguientes gráficos ilustran este hecho.

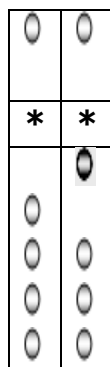
Es posible agregar 2



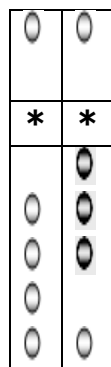
No es posible agregar 2 directamente



Es posible agregar 7



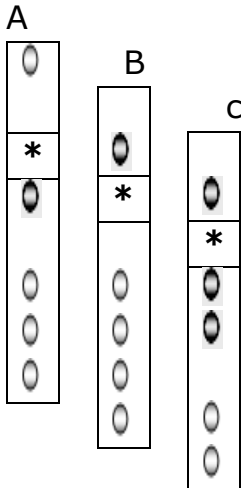
No es posible agregar 7 directamente



Sólo en el primer y tercer ábaco se puede agregar en forma directa la cantidad a lo que está escrito. En cambio, en el segundo y cuarto, habrá que utilizar otro mecanismo (forma indirecta)

Actividad 1. Para cada ábaco, observe qué dígitos pueden agregarse en forma directa y cuáles no. Anote sus observaciones en la tabla usando, si es directa o si es indirecta.

Dígito	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Ábaco a									
Ábaco b									
Ábaco c									



Tres ábacos con tres dígitos escritos cada uno.

Actividad 2. Escriba en el ábaco cada dígito y averigüe para cada uno de ellos, qué número se puede escribir directamente y cuál no. Con la observación, llene la siguiente tabla, siguiendo la notación de la actividad anterior.

Escrito en el ábaco	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1									
2									
3									
4									
5									
6									
7									
8									
9									

Número que se
 agrega en la hilera

TEMA 2. Algoritmo de la Suma: Forma Directa.

La suma en el ábaco se realiza de izquierda a derecha, en sentido opuesto a la forma en que se realiza la suma a lápiz y papel. A continuación, se presentan algunos ejemplos de suma. Observe los esquemas y trate de realizarlos en su ábaco. Recuerde que la expresión "más..." significa acercar a la barra central.

Ejemplo 1. $13+26$ se inicia sumando en las decenas y luego en las unidades.

Diagram illustrating the addition of $13 + 26$ on an abacus:

- Initial state: 13 (1 ten, 3 units).
- Step 1: $+ 2$ en la decena (Add 2 tens).
- Step 2: $+ 6$ en la unidad = $+ 5 + 1$ (Add 6 units, split into 5 and 1).
- Final state: Resultado = 39 (3 tens, 9 units).

Ejemplo 2. Sumar $204 + 785$

Diagram illustrating the addition of $204 + 785$ on an abacus:

- Initial state: 204 (2 hundreds, 0 tens, 4 units).
- Step 1: $+ 7$ en la centena = $+ 5 + 2$ (Add 7 hundreds, split into 5 and 2).
- Step 2: $+ 8$ en la decena = $+ 5 + 3$ (Add 8 tens, split into 5 and 3).

+5 en la unidad

Resultado = 989

Ejemplo. 3 Sumar: 1234 + 8765

+8 en la unidad de mil

+7 en la centena

+6 en la decena

5 en la unidad

Resultado = 9999

Actividad 1. Realice las siguientes sumas en su ábaco. Recuerde los conceptos estudiados.

- a) $45+63$ b) $86+12$ c) $90+8$
d) $12+77$ e) $55+44$ f) $86+13$
g) $27+62$ h) $35+53$

Actividad 2. Sigamos realizando sumas.

- a) $123+321$ b) $765+123$
c) $741+256$ d) $456+522$
e) $239+210$ f) $328+661$
g) $606+282$

Actividad 3. Siga sumando

- a) $1234+3215$ b) $8765+1234$
c) $2056+6821$ d) $3456+5523$
e) $9789+2210$ f) $8070+1918$
g) $2078+6711$ h) $8524+1365$
i) $6894+2105$ j) $6781+3218$

TEMA 3: ALGORITMO DE LA SUMA: FORMA INDIRECTA. (I PARTE)

Cuando no se puede sumar o agregar dígitos en forma directa, como en el tema anterior, se necesita de ciertas reglas que nos ayudan a resolver esta situación: modo de cinco y modo de decena.

Esta forma de agregar los dígitos, implica un proceso en el que se agrega el complemento, es decir, lo que hace falta para llegar a cinco o a diez, partiendo del dígito a agregar. Por ejemplo, el complemento de 3 respecto a cinco es 2, mientras que respecto a 10 es nueve.

Si observa la tabla de la actividad 2 en el tema 1, concluirá que cada dígito solo puede agregarse en forma directa, bajo ciertas condiciones. En los demás casos, habrá que hacerlo en forma indirecta: usando los modos de cinco o decena según el caso.

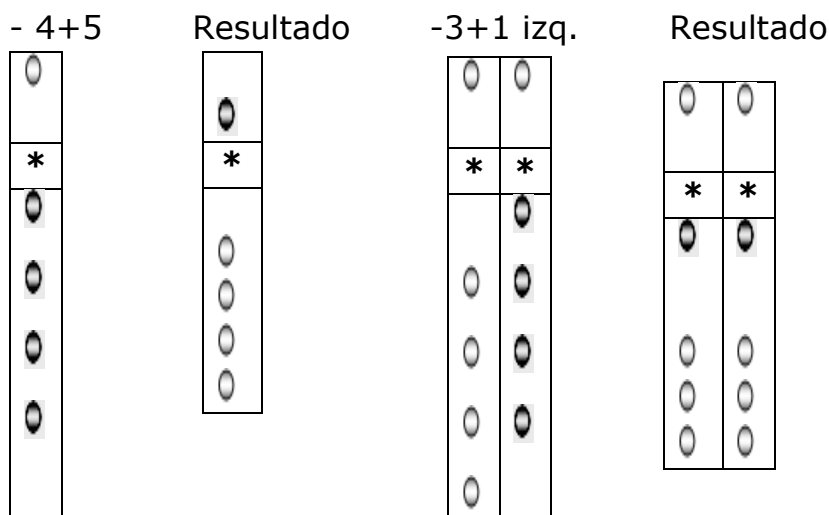
Cada modo, puede expresarse mediante la siguiente ecuación:

Modo de cinco = $-x+5$

Modo de decena = $-x+1$ a la izquierda

Donde la letra x , representa el complemento de cinco o de diez, del número que se va a sumar. El signo menos indica que se debe alejar o retirar la cuenta, de la barra central. La expresión acompañada de signo más, significa que se acercará a la barra central la cuenta de cinco, o bien, la cuenta de uno ubicada a la izquierda del eje donde se agrega el número.

Por ejemplo, **$-4+5$** significa que se retiran cuatro cuentas y se agrega la cuenta cinco a la barra central. La expresión **$-3+1$ a la izquierda** significa que retiramos tres cuentas de la barra central, y acercamos una cuenta, en la hilera a la izquierda de donde alejamos las tres cuentas.



En conclusión:

1. El modo de cinco se usa cuando se quiere agregar una cantidad menor que cinco a otra cantidad menor que cinco (4, 3, 2, 1).
2. El modo de decena se usará cuando se quiere agregar o sumar cualquier cantidad menor o igual que nueve a otra mayor o igual que cinco.

A continuación, se analizará como agregar cada uno de los dígitos, en forma indirecta a cualquier cantidad.

SUMANDO 1 (MÁS 1)

Si observa la tabla mencionada anteriormente, podrá comprobar, que los únicos casos en que no se puede agregar un 1 en forma directa, es cuando se halla escrito el cuatro o el nueve. ¿Qué hacer en estos casos? Se usan los modos de cinco o decena, respectivamente.

Como en el primer caso, se agrega uno a un número menor que cinco (note que el cinco está libre o alejado de la barra central), se usará el modo de cinco. En cambio, como el nueve es mayor que cinco, entonces, se usará el modo de decena.

Ahora bien, el complemento de 1 respecto a cinco es cuatro, y el de 1 respecto a 10 es 9. Entonces, la expresión de cada modo para sumar 1 es:

Modo de cinco: -4+5

Modo de decena -9+1 a la izquierda = -4-5+1 a la izquierda

Veamos algunos ejemplos de sumar 1.

Ejemplo 1. $54+11$. Recuerde que se suma de izquierda a derecha.

5 4
+1 en la decena (directamente)

+1 en la unidad = $-4+5$ Resultado 65

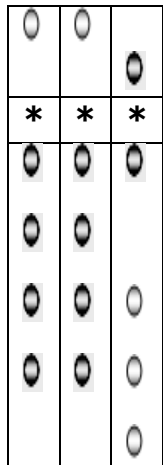
Ejemplo 2. $29+11$

2 9
+1 en la decena
 $-9+1$ izquierdo = $-4-5+1$ izquierda
Resultado 40

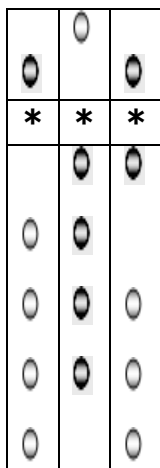
En este caso, en la unidad se agregó el 1, usando el modo de decenas. Observe que el nueve se descompone en $-4-5$.

Ejemplo 3. $446+111$

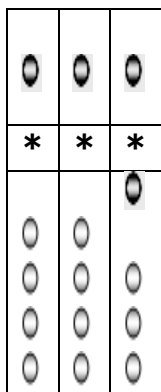
4 4 6



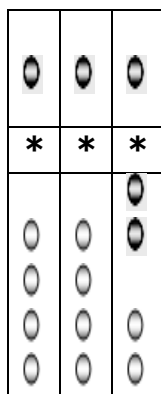
+1 en la centena = -4+5



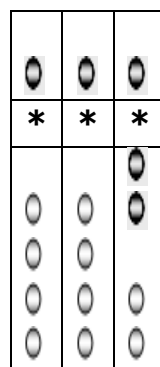
+1 en la decena = -4+5



+1 en la unidad.



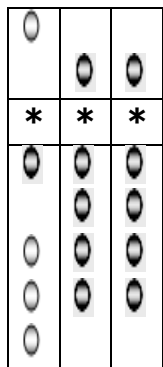
Resultado 557



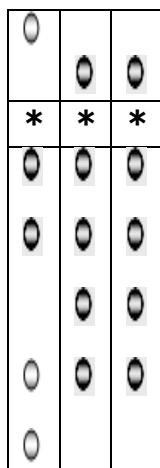
Siempre se suma de izq. a derecha.

Ejemplo 4. $199+111$

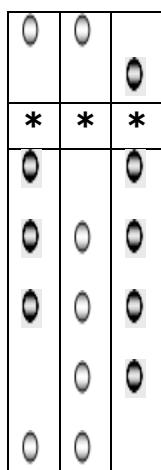
1 9 9



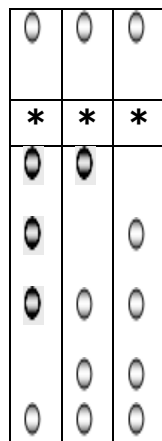
+1 en la centena



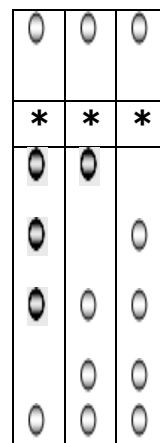
+1 en la decena = -4-5+1 izq.



+1 en la unidad = -4-5+1 izq.



Respuesta 310



Ejemplo 5. $3947 + 1111$

3 9 4 7

○	○	○	○
*	*	*	*
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

+1 en la unidad de mil

○	○	○	○
*	*	*	*
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

+1 en la centena = $-4-5+1$ izq. $(-4+5)^*$

○	○	○	○
*	*	*	*
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

+1 en la decena = $-4+5$

○	○	○	○
*	*	*	*
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

+1 en la unidad

○	○	○	○
*	*	*	*
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

Respuesta 5058

○	○	○	○
*	*	*	*
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

Observe que al agregar + a la izquierda en la unidad de mil, hay un cuatro. Entonces se usa el modo de cinco: $-4+5$.

Actividad 1. Realice los ejercicios de afianzamiento.

- Escriba 20, agregue diez veces 11 hasta llegar como resultado: 130.
- Escriba 37, agregue diez veces el 10, hasta llegar a 137.
- Escriba 100, sume diez veces 111 hasta llegar a 1200.
- Partiendo de 300, agregar diez veces el 100, hasta llegar a 1300.
- Partiendo de 0, agregue 110 diez veces hasta llegar a 1100.
- Partiendo de 0, agregar 101 diez veces hasta llegar 1010.

g) Partiendo de 1000 sume 10 veces 1010 hasta llegar a 11100.

Actividad 2. Calcule estas sumas.

- a) $34+11$ b) $55+11$ c) $79+11$ d) $99+11$
 e) $44+11$ f) $444+111$ g) $999+1$ h) $899+101$

Actividad 3. Calcule estas sumas más difíciles.

- a) $999+101$ b) $999+111$ c) $4591+1111$ d) $3159+1111$
 e) $5493+1010$ f) $8591+1110$ g) $4444+1111$ h) $9999+1$
 i) $9999+11$ j) $9999+111$ k) $9999+1111$ l) $4444+11$

Sumando 2 (MÁS 2)

Observando la tabla antes mencionada, puede comprobar que los únicos casos en que el dos no puede agregarse en forma directa es cuando está escrito el 3, 4, 8 y 9. En los dos primeros casos, se usará el modo de cinco y en los últimos dos, el modo de decena, para sumar dos. La expresión para cada modo queda:

Modo de cinco = $-3+5$

modo de decena = $-8+1$ a la izquierda = $-3-5+1$ a la izquierda

Observe a continuación los ejemplos del uso de estos modos para sumar el dos.

Ejemplo 1: $43+22$

4 3

○	○
*	*
●	●
●	●
●	●
●	○

+2 el decena = $-3+5$

○	○
*	*
●	●
○	○
○	○
○	○

+2 en la unidad = $-3+5$

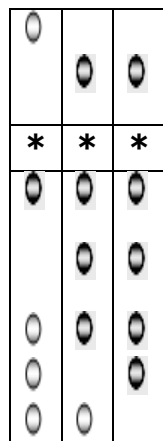
○	○
*	*
●	●
○	○
○	○
○	○

Resultado 65

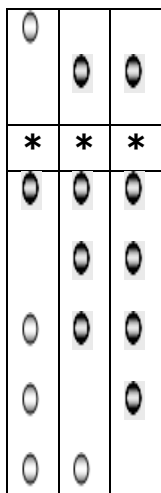
○	○
*	*
●	○
○	○
○	○
○	○

Ejemplo 2: 189+22

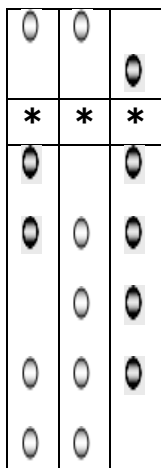
1 8 9



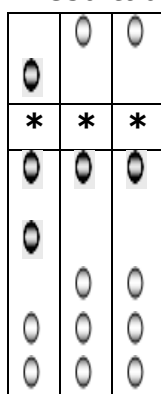
+2 en la decena = -3-5+1 izq.



+2 en la unidad = -3*5+1 izq.

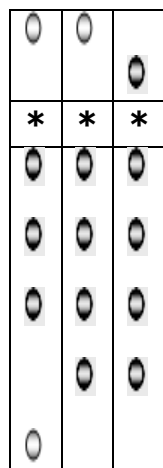


Resultado 211

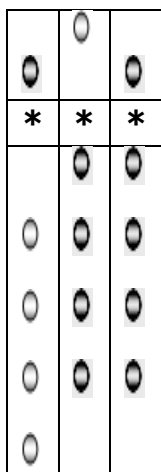


Ejemplo 3. 349+222

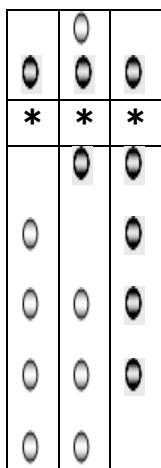
3 4 9



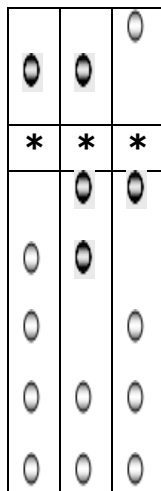
+2 en la centena = -3+5



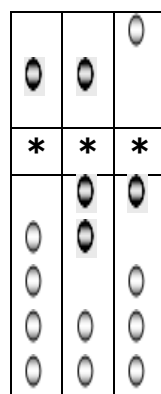
+2 en la decena = -3+5



+2 en la unidad = -3-5+1 izq.



Resultado 571



Ejemplo 4: 1888+2222

○	○	○	○
*	*	*	*
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

+2 en la unidad de mil

○	○	○	○
*	*	*	*
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

+2 en la centena = -3-5+1 izq.

○	○	○	○
*	*	*	*
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

+2 en la decena = -3-5+1 izq.

○	○	○	○
*	*	*	*
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

+2 en la unidad = -3-5+1 izq.

○	○	○	○
*	*	*	*
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

Resultado 4110

○	○	○	○
*	*	*	*
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

Ejemplo 5: $3489 + 2222$

○	○	○	○
*	*	*	*
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

+2 en la unidad de mil = -3+5

○	○	○	○
*	*	*	*
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

+2 en la centena = -3+5

○	○	○	○
*	*	*	*
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

+2 en la decena = -3-5+1 izq.

○	○	○	○
*	*	*	*
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

+2 en la unidad = -3-5+1 izq.

○	○	○	○
*	*	*	*
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

Resultado 5711

○	○	○	○
*	*	*	*
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

Actividad 1. Realice los siguientes ejercicios.

- a) Partiendo de 50, sumar 2 diez veces hasta llegar a 70.
- b) Partiendo de 55 sumar 22 diez veces hasta llegar 275.
- c) Partiendo de 83 sumar diez veces 21 hasta llegar a 299
- d) Partiendo de 200 sumar diez veces 12 hasta llegar a 320.
- e) Partiendo de 888 sumar 222 diez veces hasta llegar a 3108.
- f) Partiendo de 1000 sumar 121 diez veces hasta llegar a 2210.

Actividad 2. Sumar las siguientes expresiones.

- a) $88+22$ b) $12+22$
- c) $92+12$ d) $758+222$
- e) $954+121$ f) $598+212$
- g) $987+222$ h) $456+212$

Actividad 3. Realice otras sumas.

- a) $4444+2222$ b) $3333+2222$
- c) $7777+2222$ d) $8888+2222$
- e) $9999+2222$ f) $202+202$
- g) $9876+1212$ h) $7865+2122$
- ñ) $6897 +2122$ o) $258+2202$

TEMA 4. Algoritmo de la Suma: Forma Indirecta. (II PARTE)

Sumando 3 (más 3)

Si observamos nuevamente la tabla de la cual se ha hecho referencia, podrá comprobar que el tres, no se puede agregar directamente cuando se halla escrito en el ábaco: 2, 3, 4, 7, 8 y 9. En los tres primeros casos, se hace uso del modo de cinco, y en los restantes, el modo de decena. La expresión par cada modo queda:

Modo de cinco: $-2+5$

Modo de decena: $-7+1$ a la izquierda = $-2-5+1$ a la izquierda

Analicemos los siguientes ejemplos de la aplicación de cada modo. Recuerde que al sumar se realiza la operación de izquierda a derecha: del mayor orden al menor.

Ejemplo 1. $234+333$

The diagram illustrates the addition of 333 to 234 using an abacus, showing four stages of the process:

- Initial number:** 234. The abacus shows 2 beads in the hundreds column, 3 beads in the tens column, and 4 beads in the units column.
- Adding 3 to the hundreds place:** $+3$ en la centena = $-2+5$. Two beads are removed from the hundreds column, and five beads are added to the tens column.
- Adding 3 to the tens place:** $+3$ en la decena = $-2+5$. Two beads are removed from the tens column, and five beads are added to the units column.
- Adding 3 to the units place:** $+3$ en la unidad = $-2+5$. Two beads are removed from the units column, and five beads are added to the tens column.

The final result is 567, shown in the last abacus diagram.

* Observe como se usa el modo de cinco.

Ejemplo 2. $57+33$

+3 en la decena

+3 en la unidad = -2-5+1 izq.

Resultado 90

Ejemplo 3: $189+333$

+3 en la centena

+3 en la decena = -2-5+1 Izq(-4+5)*

+3 en la unidad = -2-5+1 izq.

Resultado 522

- Observe como se descompone el cinco en la centena= $-4+5$

Ejemplo 4. $1754+333$

○	○	○	○
*	*	*	*
○	○		○
	○	○	○
○		○	○
○	○	○	

+ 3 en la centena= $-2-5+1$ izq.

○	○	○	○
*	*	*	*
○	○		○
	○	○	○
○		○	○
○	○	○	

+3 en la decena

○	○	○	○
*	*	*	*
○		○	○
	○	○	○
○		○	○
○	○	○	

+3 en la unidad= $-2+5$

○	○	○	○
*	*	*	*
○		○	○
	○	○	○
○		○	○
○	○	○	

Resultado 2087

○	○	○	○
*	*	*	*
○		○	○
	○	○	○
○		○	○
○	○	○	

Actividad 1. Ejercita en el ábaco, lo aprendido.

- Partiendo de 11 agregar veinte veces 3 hasta llegar a 71.
- Partiendo de 33 sumar diez veces 33 hasta llegar a 363.
- Partiendo de 200 sume diez veces 32 hasta llegar a 520
- Partiendo de 150 sumar diez veces 23 hasta llegar a 480.

Actividad 2. Realiza las siguientes sumas.

- a) 123+123 b) 321+125
c) 333+235 d) 303+543
e) 375+302 f) 987+332
g) 785+231 h) 589+ 423

Actividad 3. Ejercita más .

- a) 6789+333 b) 7777+3
c) 7777+333 d) 7894+1233
e) 2698+5233 f) 8745+3231
g) 6854+3243 h) 5868+4564

SUMANDO 4 (más 4)

Si quiere agregar o sumar 4 comprobará que en los casos de tener escrito: 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8 y 9, no es posible hacerlo en forma directa. Por lo tanto, hay que recurrir al modo de cinco o decena, según sea el caso.

Se usará el modo de cinco cuando se halla escrito el uno, dos, tres, o cuatro; y el modo de decena al tener escrito seis, siete, ocho, nueve. Observe como se expresan los modos:

Modo de cinco: -1+5

Modo de decena: -1-5+1 a la izquierda= -6+1 a la izquierda

Veremos a continuación como se ilustra el uso adecuado de los modos.

Ejemplo 1. 1234 +4444

+4 en la unidad de mil = -1+5

+4 en la centena = -1+5

+4 en la decena = -1+5

+4 en la unidad = -1+5

●	●	●	○
*	*	*	*
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

Resultado 5678

●	●	●	●
*	*	*	*
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

Ejemplo 2.

●	●	●	●
*	*	*	*
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

5678+444

=Observe cómo se usa el modo de decena.

+4 en la centena=-1-5+1 izq.

●	●	●	●
*	*	*	*
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

+5 en la decena= -1-5+1 izq.

●	○	●	●
*	*	*	*
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

+4 en la unidad = -1-5+1 izq.

●	○	○	●
*	*	*	*
●	●	●	●
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

Resultado 6122

●	○	○	○
*	*	*	*
●	●	●	●
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

Ejemplo 3. 539+444

5 3 9

●	○	●
*	*	*
○	●	●
○	●	●
○	○	○
○	○	○

+4 en la centena

+4 en la decena = -1+5

●	○	●
*	*	*
●	●	●
○	○	○
○	○	○
○	○	○

●	●	●
*	*	*
●	●	●
○	○	○
○	○	○
○	○	○

+4 en la unidad = -1-5+1 izq

●	○	●
*	*	*
●	●	●
○	○	○
○	○	○
○	○	○

Resultado 983

●	●	○
*	*	*
●	●	●
○	○	○
○	○	○
○	○	○

Ejemplo 4. 1986+4444

1	9	8	6
*	*	*	*
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0

+4 en la unidad de mil = -1+5

1	9	8	6
*	*	*	*
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0

+4 en la centena = -1-5+1 izq.

1	9	8	6
*	*	*	*
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0

+1 en la decena = -1-5+1 izq.

1	9	8	6
*	*	*	*
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0

+4 en la unidad = -1-5+1 izq.

1	9	8	6
*	*	*	*
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0

Resultado 6430

1	9	8	6
*	*	*	*
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0

Actividad 1. Realice los ejercicios siguientes

- a) Partiendo de 30 sume 10 veces 4 hasta llegar a 70.
- b) Partiendo de 50, sume 10 veces 44 hasta llegar a 490.
- c) Partiendo de 60 sume diez veces 34 hasta llegar a 400.
- d) Partiendo de 70 sume 10 veces 24 hasta llegar a 310.
- e) Escriba 540 y sume 10 veces 43 hasta llegar a 970.

Actividad 2. Realiza las siguientes sumas.

- a) $44+44$
- b) $58+43$
- c) $98+42$
- d) $39+64$
- e) $98+41$
- f) $68+23$
- g) $98+14$
- h) $47+34$
- i) $234+432$
- j) $456+544$
- k) $988+444$
- l) $666+444$

Actividad 3. Repasemos lo aprendido hasta ahora, al realizar las siguientes sumas. Recuerde que el cálculo se realiza de izquierda a derecha..

- a) $1234+4321$
- b) $4125+5644$
- c) $9874+1023$
- d) $8974+2310$
- e) $4567+2343$
- f) $5415+2414$
- g) $2587+7423$
- h) $1025+6932$
- i) $8888+2222$
- j) $7777+3333$
- k) $9999+1111$
- l) $6666+3444$

Tema 5: Algoritmo de la Suma: Forma Indirecta. (III Parte)

SUMANDO 5(más 5)

De la tabla que hemos considerado, se comprueba que los casos en que no se puede sumar un cinco en forma directa es cuando hay escrito cinco, seis, siete, ocho y nueve. A partir de aquí, para los número mayores o iguales que cinco, se aplica el modo de decena. Veamos la expresión que se utiliza para agregar el cinco.

Modo de decena: -5+1 a la izquierda

Ejemplo 1: 3567 + 5555

○			
*	*	*	*
○		○	○
○	○		
○	○	○	
○	○	○	○

+5 en la unidad de mil

○			
*	*	*	*
○		○	○
○	○		
○	○	○	
○	○	○	○

+5 en la centena = -5+1 izq.

○	○		
*	*	*	*
○		○	○
○	○		
○	○	○	
○	○	○	○

+5 en la decena = -5+1 izq.

○	○		
*	*	*	*
○		○	○
○	○		
○	○	○	
○	○	○	○

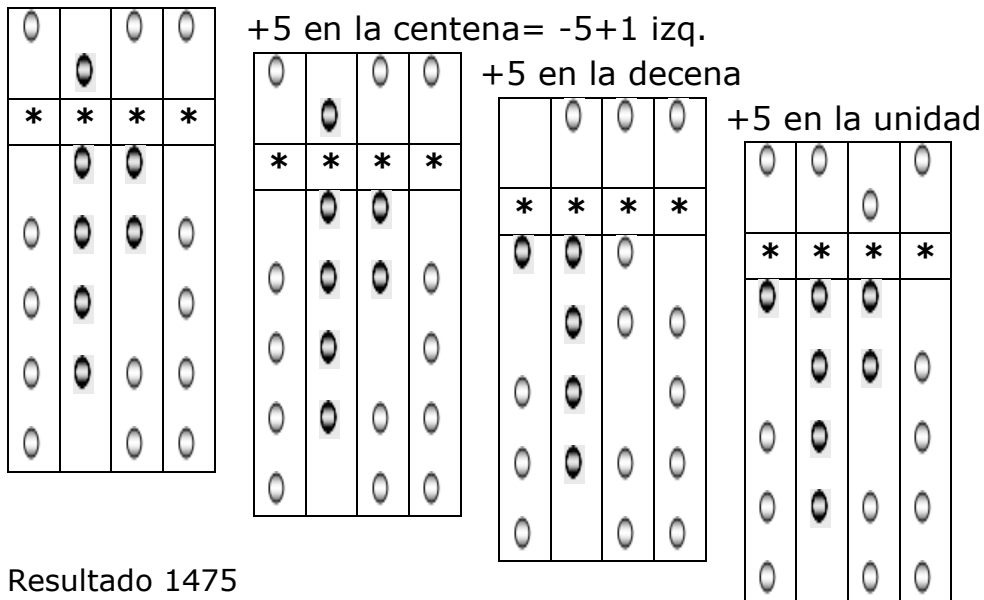
+5 en la unidad = -5+1 izq.

○	○	○	○
*	*	*	*
○		○	○
○	○		
○	○	○	
○	○	○	○

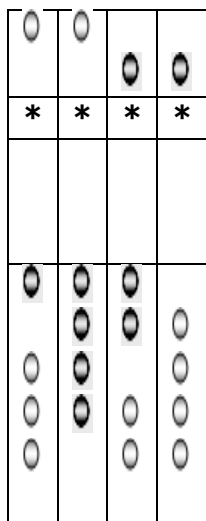
Resultado 9122

○	○	○	○
*	*	*	*
○		○	○
○	○		
○	○	○	
○	○	○	○

Ejemplo 2. $920+555$



Resultado 1475



Actividad 1. Realiza los siguientes ejercicios.

- Partiendo de 40 sumar diez veces 5 y llegar a 90.
- Partiendo de 60 sumar diez veces 55 y llegar a 610
- A 110 sumarle diez veces 54 y llegar a 650.
- A 500 sumarle diez veces 45 y llegar a 950.
- Escribir 1555 y sumar diez veces 555 hasta llegar a 7105

Actividad 2. Efectúa las siguientes sumas.

- $55+55$
- $85+55$
- $78+54$
- $98+25$

- e) $45+05$ f) $45+51$ g) $85+53$ h) $69+45$
 i) $872+125$ j) $988+254$ k) $875+552$ l) $789+125$
 m) $2345+5412$ n) $5468+5425$ ñ) $9875+5410$ o) $8975+1055$

SUMANDO 6(+6)

El 6 no puede sumarse directamente, si se halla escrito un cuatro, cinco, seis, siete, ocho o nueve. Entonces, la forma de sumar viene dada por la expresión:

Modo de decena: $-4+1$ a la izquierda = $-5+1+1$ a la izquierda

Ejemplo 1. $456+666$

○	○	●	●
*	*	*	*
○	●	○	●
○	●	○	○
○	●	○	○
○	○	○	○

+6 en la centena = $-4+1$ izq.

○	○	●	●
*	*	*	*
○	●	○	○
○	●	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

+6 en la decena = $-4+1$ izq = $-5+1+1$ izq.

○	○	○	○
*	*	*	*
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

+6 en la unidad = $-5+1+1$ izq.

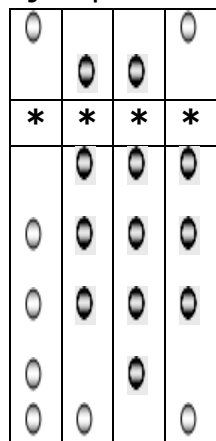
○	○	○	○
*	*	*	*
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

Resultado 1122

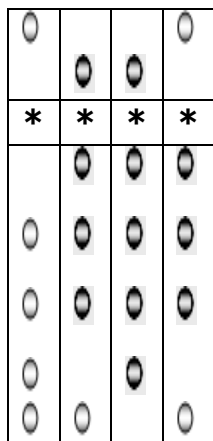
○	○	○	○
*	*	*	*
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

Observe que en la decena hay un cinco, por lo tanto, se debe hacer el $+4$ equivalente a $-5+1$.

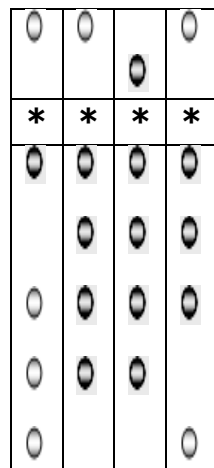
Ejemplo 2. $893+666$



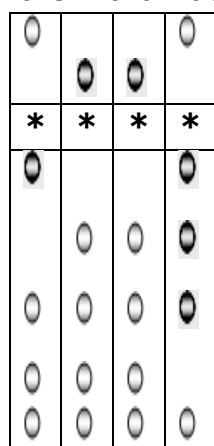
+6 en la centena = $-4+1$ izq. = $-5+1+1$ izq.



+6 en la decena = $-4+1$ izq. (1 izq. = $-4+5$)

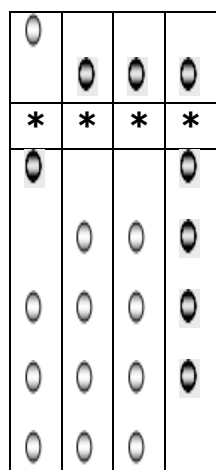


+6 en la unidad



1559

Resultado



Actividad 1. Realiza los siguientes ejercicios.

- Partiendo de 10 sumar diez veces 6 hasta llegar a 71.
- Partiendo de 70 sumar diez veces 66 hasta llegar a 730.
- Partiendo de 100 sumar diez veces 65 hasta llegar a 750.
- Partiendo de 300 sumar 10 veces 26 hasta llegar a 560.
- Escriba 900 y sume diez veces 650 hasta llegar a 7400.

Actividad 2. Efectue las sumas indicadas.

- | | | | | |
|-------------|-----------------|----------------|----------------|----|
| a) $66+66$ | b) $1234+ 6666$ | c) $5678+666$ | d) $9801+666$ | e) |
| $258+6541$ | f) $5874+4562$ | g) $55+65$ | h) $8745+1256$ | i) |
| $1257+5401$ | j) $5214+4781$ | k) $5624+4526$ | l) $1020+3625$ | |

SUMANDO 7(+7)

Cuando en una hilera del ábaco se halla escrito un número mayor o igual que tres, la única forma de sumar el siete es en forma indirecta, usando el modo de decena. Este modo queda expresado de la siguiente manera.

Modo de decena: -3+1 a la izquierda = -5+2+1 a la izquierda

La expresión -5+2+1 a la izquierda, se usará cuando haya un cinco en la hilera y no se pueda retirar el tres.

Ejemplo1. 1345+7777

○	○	○	○
*	*	*	*
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

+7 en la unidad de mil = +5+2

○	○	○	○
*	*	*	*
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

+7 en la centena = -3+1 izq.

○	○	○	○
*	*	*	*
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

+7 en la decena = -3+1 izq.

○	○	○	○
*	*	*	*
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

unidad = -3+1

+7 en la izq. = -5+2+1 izq.

○	○	○	○
*	*	*	*
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

Resultado 9122

○	○	○	○
*	*	*	*
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

Ejemplo 2. $1749+7777$

○	○	○	○
*	*	*	*
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

+7 en la unidad de mil= +2+5

○	○	○	○
*	*	*	*
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

+7 en a centena=-5+2+1 izq.

○	○	○	○
*	*	*	*
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

+7 en la decena=-3+1 izq*

○	○	○	○
*	*	*	*
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

○	○	○	○
*	*	*	*
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

+7 en la unidad=-3+1 izq.

Resultado 9526

○	○	○	○
*	*	*	*
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

- Observe que en la centena hay un cuatro, y se quiere agregar un 1, entonces: $+1 = -4+5$, como se había aprendido.

Actividad 1. Realiza los siguientes ejercicios.

- Partiendo de 20 sumar diez veces 7 hasta llegar a 120.
- Partiendo de 70 sumar diez veces 77 hasta llegar a 840.
- Partiendo de 100 sumar 75 hasta llegar a 850.
- Partiendo de 200 sumar diez veces 47 hasta llegar a 670.
- Escriba 1000 y sumar diez veces 270 hasta llegar a 3700.

Actividad 2. Realice las sumas.

- a) $9876+1275$ b) $1234+7777$ c) $4567+2574$ d) $5462+2657$
 e) $2012+7452$ f) $85+77$ g) $2057+7067$ h) $4586+1565$

**TEMA 6. ALGORITMO DE LA SUMA: FORMA INDIRECTA. (IV PARTE)
SUMANDO 8 (+8)**

Sumar un ocho en forma directa, sólo puede hacerse si hay escrito un cero o uno. De lo contrario, tendrá que sumarse en forma indirecta. Al igual que en los casos estudiados en el tema anterior, sólo puede usarse el modo de decena, el cual queda representado así:

Modo de decena: $-2+1$ a la izquierda = $-5+3+1$ a la izquierda

Recuerde que si al aplicar el modo de decena (la primera parte: -2) no se puede retirar directamente, pero hay escrito un cinco, se hará uso de la expresión equivalente a -2 ($-5+3$). Veamos algunos ejemplos.

Ejemplo 1. $123+888$

The diagram illustrates the indirect addition of 888 to 123 using an abacus. It shows three stages of the process:

- Initial state:** The abacus shows 123 in the top row and 888 in the bottom row. The top row has 1 bead in the hundreds column, 2 beads in the tens column, and 3 beads in the units column. The bottom row has 8 beads in each column.
- Adding 8 to the hundreds place:** The text says "+8 en la centena = +3+5". The diagram shows 3 beads added to the hundreds column (making 4) and 5 beads removed from the hundreds column (making 0). This is equivalent to adding 3 to the hundreds column and 5 to the tens column.
- Adding 8 to the tens place:** The text says "+8 en la decena = -2+1 izq.* = -2+(-4-5+1 izq.)". The diagram shows 2 beads removed from the tens column (making 0) and 1 bead added to the hundreds column (making 1). This is equivalent to adding 1 to the hundreds column and 1 to the tens column.
- Adding 8 to the units place:** The text says "+8 en la unidad = -2+1 izq.". The diagram shows 2 beads removed from the units column (making 1) and 1 bead added to the tens column (making 1). This is equivalent to adding 1 to the tens column and 1 to the units column.

Resultado 1011

○	○	○	○
*	*	*	*
●	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

* Observe que a la izquierda hay escrito un nueve, por lo que el uno ha de agregarse: $-4-5+1$ a la izquierda

Ejemplo 2. $456+888$

○	○	○	○
*	*	*	*
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

* Note la transición que se produce al agregar el uno en la centena.

* En este caso, como no hay dos cuentas libres se hace uso del cinco con el proceso: $-5+3$, que es equivalente a -2 .

$+8$ en la centena= $-2+1$ izq.

○	○	○	○
*	*	*	*
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

$+8$ en la decena= $-2+1$ izq. = $(-5+3)+1$ izq.*

○	○	○	○
*	*	*	*
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

$+8$ en la unidad= $-2+1$ izq. = $(-5+3) * + 1$ izq.

○	○	○	○
*	*	*	*
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

Resultado 1344

○	○	○	○
*	*	*	*
●	●	●	●
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

Ejemplo 3. $789 + 888$

○	○	○	○
*	*	*	*
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

+8 en la centena = -2 + 1 izq.

○	○	○	○
*	*	*	*
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

+8 en la decena = -2 + 1 izq.

○	○	○	○
*	*	*	*
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

+8 en la unidad = -2 + 1 izq.

○	○	○	○
*	*	*	*
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

Resultado

1677

○	○	○	○
*	*	*	*
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

Actividad 1. Realice los siguientes ejercicios

- Partiendo de 20 sumar diez veces 9 hasta llegar a 100
- Partiendo de 100 sumar 88 diez veces hasta llegar 980.
- Partiendo de 150 sumar diez veces 87 hasta llegar a 1020.

- d) Escriba 555 y sume diez veces 58 hasta llegar a 1135.
e) Escriba 1255 y sume 10 veces 780 hasta llegar a 9055

Actividad 2 Realizar las siguientes sumas

- a) 22+88 b) 38+88
c) 86+88 d) 98+88
e) 123+888 f) 456+888
g) 789+888 h) 874+874
i) 965+478 j) 254+684

SUMANDO 9 (+9)

Salvo que se halle escrito un cero, en ningún otro caso puede sumarse "nueve" en forma directa, por lo que se usa el modo de decena para efectuar el proceso, en este caso, la expresión del modo de decena, queda expresado:

Modo de decena: -1+1 a la izquierda= -5+4 +1 a la izquierda

Es importante señalar que cuando no se puede retirar directamente el uno en la hilera donde se agrega el nueve, pues solo se halla un cinco, se recurre a la expresión equivalente: -5+4, que equivale a quitar un uno.

Ejemplo1. 1012+999

○	○	○	○
*	*	*	*
●	○	●	●
○	○	○	○
○	○	○	○

+9 en la centena=+4+5

○	○	○	○
*	*	*	*
●	○	●	●
○	○	○	○
○	○	○	○

+9 en la decena= -1+1 izq.= -1+ (-4-5+1 izq.)*

○	○	○	○
*	*	*	*
●	●	●	●
○	○	○	○
○	○	○	○

+9 en la unidad=-1+1 izq.

○	○	○	○
*	*	*	*
●	○	○	●
○	○	○	○
○	○	○	○

Resultado 2011

○	○	○	○
*	*	*	*
●		●	●
○	○	○	○
○	○	○	○

* Observe como se produce la transición: en la centena se debe agregar +1(+1 izquierda), sin embargo, no se puede, pues hay un nueve. Entonces se procede a: -4-5 +1 izquierda, que es la segunda transición. Debe repasarse con atención este ejemplo, pues se presentan con mucha frecuencia estos casos.

Ejemplo 2. 1345+999

○	○	○	○
*	*	*	*
●	●	●	○
○	○	○	○
○	○	○	○

+9 en la centena = -1+1 izq.

○	○	○	○
*	*	*	*
●	●	●	○
○	○	○	○
○	○	○	○

+9 en la decena = -1+1 izq.

○	○	○	○
*	*	*	*
●	●	●	○
○	○	○	○
○	○	○	○

+9 en la unidad = --1+1 izq. = (-5+4)* +1 izq.

○	○	○	○
*	*	*	*
●	●	●	○
○	○	○	○
○	○	○	○

2344

Resultado

○	○	○	○
*	*	*	*
●	●	●	●
○	○	○	○
○	○	○	○

* Observe que en la unidad no hay una cuenta libre, sino un cinco, por esa razón la equivalencia de **-1** es **-5+4**

Ejemplo 3. 5678 + 999

The diagram illustrates the addition of 999 to 5678 on an abacus. It shows three stages of the process:

- Initial state:** The abacus shows 5678. The top row has 5 beads in the hundreds column, 6 in the tens, 7 in the units, and 8 in the units. The second row has asterisks in all four columns.
- Step 1:** "+9 en la centena = -1+1 izq." (Add 9 in the hundreds = -1+1 left). One bead is removed from the hundreds column and one is added to the tens column. The abacus now shows 678.
- Step 2:** "+9 en la decena = -1+1 izq." (Add 9 in the tens = -1+1 left). One bead is removed from the tens column and one is added to the units column. The abacus now shows 687.
- Step 3:** "+9 en la unidad = -1+1 izq." (Add 9 in the units = -1+1 left). One bead is removed from the units column and one is added to the tens column. The abacus now shows 697.

Resultado
6677

The final result of the addition is 6677. The abacus shows 6 beads in the hundreds column, 6 in the tens, 7 in the units, and 7 in the units. The second row has asterisks in all four columns.

Actividad 1. Realiza los siguientes ejercicios.

- Partiendo de 30 sumar 10 veces 9 hasta llegar a 120.
- Partiendo de 100 sumar diez veces 99 hasta llegar a 1090.
- Partiendo de 100 sumar diez veces 999 hasta llegar a 10090
- Partiendo de 1010 sumar 999 diez veces hasta llegar a 11000.
- Partiendo de 1000 sumar diez veces 789 hasta llegar a 8890

Actividad 2. Realizar las siguientes sumas.

- | | | | |
|--------------|--------------|--------------|--------------|
| a) 51+99 | b) 7899 | c) 874+999 | d) 199+999 |
| e) 111+999 | f) 545+99 | g) 234+987 | h) 27+98 |
| i) 1234+6789 | j) 4567+8795 | k) 8794+587/ | l) 2548+9898 |

TEMA 7. SUMA DE CANTIDADES ENTERAS Y DECIMALES.

Breve resumen a manera de recordatorio

Los temas anteriores han permitido obtener las herramientas necesarias para realizar sumas en el ábaco, ahora sólo queda practicar. Pero antes de hacerlo es útil recordar:

- a) La suma se realiza de izquierda a derecha, en sentido inverso como se realiza en lápiz y papel.
- b) Las cifras se escriben de izquierda a derecha, comenzando del orden superior al inferior.
- c) La suma o agregar dígito en cada hilera se puede realizar en forma directa o indirecta, según lo que se halle escrito.
- d) La forma indirecta significa hacer uso de las cuentas libres.
- e) La forma indirecta significa el uso de modo de cinco o decena para agregar un dígito.

A continuación, se presenta una tabla resumen de los modos.

Sumar +	Modo de cinco	Se usa si se halla escrito	Modo de decena	Forma equivalente Modo de decena de	Se usa si se halla escrito
1	-4+5	4	-9+1 izquierda	-4-5+1 izquierda	9
2	-3+5	3,4	-8+1 izquierda	-3-5 +1 izq	8,9
3	-2+5	2,3,4	-7+1 izquierda	-2-5+1 izq	7,8,9,
4	-1+5	1,2,3,4	-6+1 izquierda	-1-5 +1 izq	6,7,8,9
5	-----	----	-5+1 izquierda	-----	5,6,7,8,9
6	----	-----	-4+1 izquierda	-5+1+1 izq	4,5,6,7,8,9
7	----	-----	-3+1 izquierda	-5+2+1 izq	3,4,5,6,7,8,9
8	-----	-----	-2+1 izquierda	-5+3+1 izq	2,3,4,5,6,7,8,9
9	-----	-----	-1+1 izquierda	-5+4+1 izq	1,2,6,4,5,6,7,8,9

Ahora, realicemos algunas sumas, utilizando lo aprendido.

Actividad 1. Efectúe las siguientes sumas:

- a) $12345+54321$ b) $13579+24680$
 c) $9876+1023$ d) $58745+21540$
 e) $15975+57910$ f) $80745+29365$
 g) $32158+84523$ h) $62014+1548$
 i) $25487+9587$ j) $80504+10250$

La Suma de Números Decimales.

Al sumar en el ábaco números decimales, no presenta grandes diferencias respecto a la suma de números enteros.

Son pocos los ábacos que tienen adherido a la barra central una laminita que se desliza a lo largo de ella, simulando el punto decimal. La mayoría de los ábacos sólo cuentan con las marcas sobre la parte central, estas pueden ser usadas como referencia a un punto decimal, dependiendo de donde empezemos a escribir la cantidad. En este caso, la unidad no estará en la fila del borde derecho, sino desplazada a la izquierda dependiendo de donde asumimos que se halla el punto decimal.

La X representa el punto decimal.

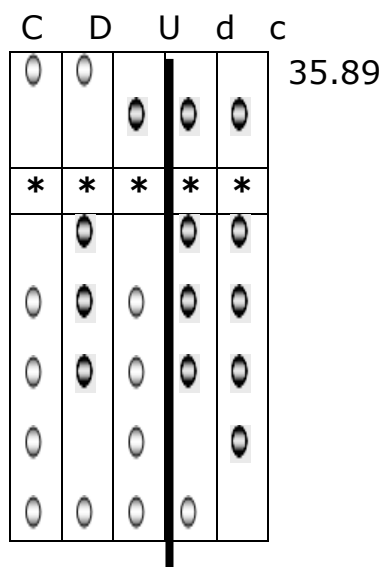
Ejemplo: 1 12
 Dm Um C D U

○	○	○	○	○
*	*	*	*	*
			○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○

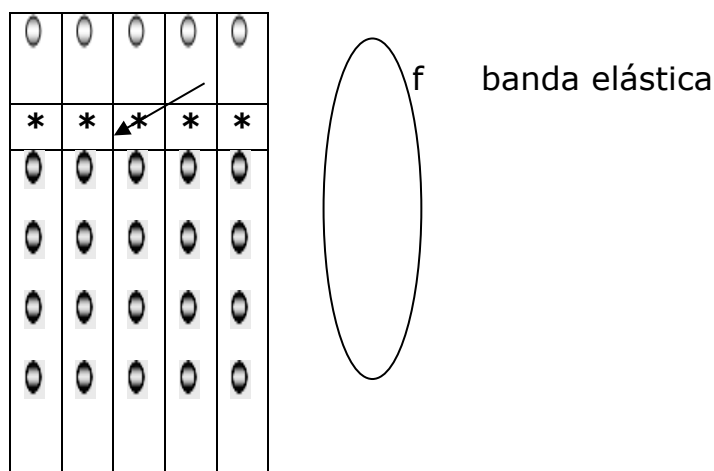
Se puede considerar una marca como punto decima. Se desliza la cifra a la izquierda.

○	○	○	○	○
*	*	X	*	*
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○

Se desplaza las unidades a la izquierda



Una forma práctica de trabajar los decimales (será muy útil a la hora de multiplicar) es sustituir el punto decimal con un hule o banda elástica colocada en forma transversal en el ábaco, la cual puede deslizarse y colocarse entre dos hileras.



Si esta banda se desliza, hacia la izquierda o derecha, es posible representar un decimal.

En lo sucesivo, la posición del decimal, en los ábacos que ilustran las operaciones en este manual, estará representado por sobre la línea del punto donde se localiza el punto decimal.

1.2924

○	○	○	○	○
*	*	*	*	*
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○

Para sumar decimales, el procedimiento es sencillo:

1. Se escribe la cifra en el ábaco de izquierda a derecha,
2. La última cifra decimal debe quedar a en el borde derecho del ábaco.
3. Se procede a agregar la otra cantidad, siguiendo los procedimientos estudiado en los temas anteriores.
4. El resultado aparece con el punto decimal en su posición.

A continuación, se presentan algunos ejemplos:

Ejemplo 1. A 432.157 sumar 325.987

Al escribir el primer sumando, note que el 7, que representa las milésimas, debe quedar en el borde derecho. Lo que implica que el decimal queda en la tercera hilera de la izquierda, iniciando en este punto las unidades.

+3 en la centena=-2+5

○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○

+2 en la decena=-3+5

○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○

+5 en la unidad

●	●	○	○	○	○
*	*	*		*	*
●	○	●	○	○	○
○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○

+9 en la décima = -1 + 1 izq.

●	●	●	○	○	○
*	*	*		*	*
●	○	●	○	○	○
○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○

+8 en la centésima = -5 + 3 + 1 izq.

●	●	●	○	○	○
*	*	*		*	*
●	○	●	○	○	○
○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○

+7 en la milésima = -3 + 1 izq. = -5 + 2 + 1 izq.

●	●	●	○	○	○
*	*	*		*	*
●	○	●	○	○	○
○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○

Respuesta 758.144

●	●	●	○	○	○
*	*	*		*	*
●	○	●	○	○	○
○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○

Recuerde que al realizar los ejercicios, debe moverse la banda elástica colocada alrededor del ábaco, simulando el movimiento del punto decimal.

Actividad 1

- | | | |
|------------------------|------------------------|--------------------|
| a) 1234.56+2458.58 | b) 34568.458+8475.85 | c) 4567.2107 |
| d) 789587.45+123578.45 | e) 10140.254+145.254 | f) 545.458+854.546 |
| g) 147.258+369.258 | h) 98745.254+12014.584 | i) 0.1254+0.2587 |
| j) 3.1415+9.8541 | k) 1.558+2.878 | l) 0.254+1.857 |
| m) 12.354+0.458 | n) 0.333+0.777 | o) 0.25+0. |

UNIDAD III:



$$4584 \times 5445$$

LA MULTIPLICACIÓN EN EL ÁBACO.

TEMA 1. MULTIPLICAR EN EL ÁBACO:

Aspectos Preliminares.

Algo que debemos comprender, es que el ábaco es un instrumento de cálculo automático. Como pudo observar, en la unidad anterior, de hecho, los resultados de la suma, aparecían literalmente solos.

En el caso de la multiplicación es igual. No estamos pensando en el resultado final, sino que él aparece poco a poco. Conviene, antes de conocer el algoritmo de la multiplicación, conocer algunas características de esta operación en el ábaco. Por ejemplo, tanto el multiplicando y el multiplicador se escriben en el ábaco. En la medida que la operación se va realizando, el multiplicando va desapareciendo paulatinamente y en su lugar va apareciendo el resultado. Dominar y comprender estos aspectos, facilitará el aprendizaje de esta operación en el ábaco.

Una Forma Particular de Multiplicar.

Cuando multiplicamos cuatro por cinco, decimos que el resultado es veinte ($4 \times 5 = 20$); sin embargo, a partir de ahora el resultado de esta multiplicación la veremos cómo dos - cero ($4 \times 5 = 2 - 0$). Esta forma particular de expresar el resultado, se debe a que al igual que en la suma, en la multiplicación, las operaciones se realizan por hileras, al agregar o retirar cuentas o dígitos de la barra central.

Así pues: $9 \times 5 = 4 - 5$ (nueve por cinco igual cuatro - cinco); $3 \times 6 = 1 - 8$ (tres por seis iguales uno - ocho); $5 \times 1 = 0 - 5$ (cinco por uno = cero - cinco).

Actividad 1. Expresé el resultado de los siguientes productos, de la forma estudiada anteriormente:

a) $9 \times 3 = \underline{\quad} - \underline{\quad}$ b) $7 \times 3 = \underline{\quad} - \underline{\quad}$ c) $2 \times 1 = \underline{\quad} - \underline{\quad}$

d) $9 \times 3 = \underline{\quad} - \underline{\quad}$ e) $7 \times 3 = \underline{\quad} - \underline{\quad}$ f) $2 \times 1 = \underline{\quad} - \underline{\quad}$

g) $4 \times 1 = \underline{\quad} - \underline{\quad}$ h) $6 \times 7 = \underline{\quad} - \underline{\quad}$ i) $6 \times 8 = \underline{\quad} - \underline{\quad}$

j) $4 \times 0 = \underline{\quad} - \underline{\quad}$ k) $0 \times 1 = \underline{\quad} - \underline{\quad}$ l) $4 \times 9 = \underline{\quad} - \underline{\quad}$

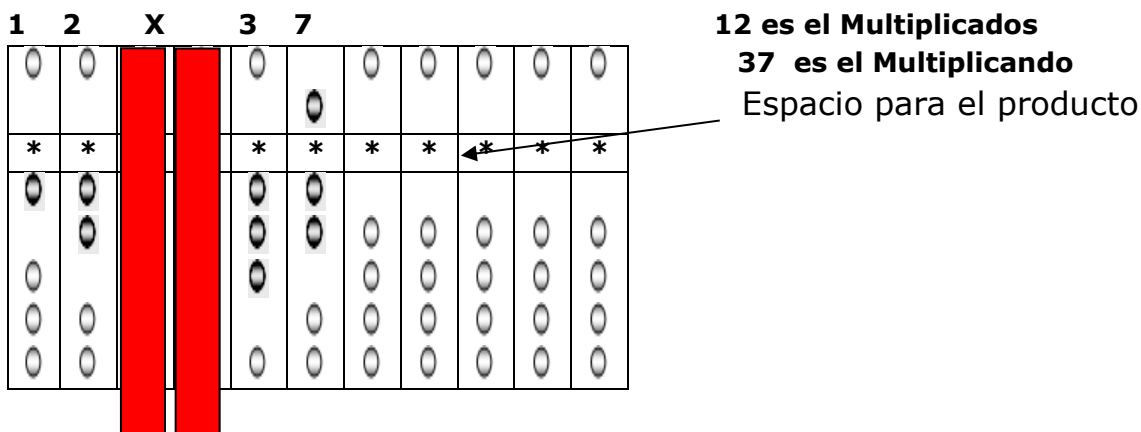
Colocación de los Factores:

Es útil recordar que los elementos de la multiplicación son: factores y producto. Los factores son: multiplicando (la cantidad que se multiplicará) y multiplicador (las veces que se multiplica el multiplicando).

La forma en que se colocan los elementos de la multiplicación, teniendo en cuenta que el ábaco se halle en cero, es la siguiente:

- El multiplicador se escribe a partir del borde izquierdo del ábaco (escribiéndose de izquierda a derecha).
- Se dejan a continuación dos hileras vacías (escrito cero).
- A continuación, se escribe el multiplicando (de izquierda a derecha).
- El producto, irá apareciendo justo a la derecha del multiplicando, en la medida que éste va desapareciendo.

Suponga que se quiere multiplicar 37×12 . El multiplicando es 37 y el multiplicador es 12. La ilustración muestra cómo se escribe en el ábaco.



Dado que el orden en que se escriban los factores no altera el producto, es recomendable considerar como multiplicador el número con menor cantidad de dígitos.

La siguiente ilustración muestra una parte del proceso de la multiplicación ilustrada anteriormente. Puede notar como el producto va apareciendo a medida que el multiplicando va siendo sustituido. En esta ilustración, ya el siete, ha sido multiplicado por el doce. En su lugar aparece el producto parcial de la operación, faltando solo multiplicar el 3 por el 12.

Multiplicador multiplicando
1 2 X 3 0 0 2 4 (Producto parcial)

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

En esta ilustración, el siete se borró para dar lugar al resultado de multiplicar 3 por 12.

TEMA 2. LA MULTIPLICACIÓN CUANDO EL MULTIPLICADOR TIENE UN DÍGITO.

El proceso de multiplicar, es una extensión de la suma, por lo tanto, todo lo que hagamos durante las operaciones, será simplemente sumar o agregar cantidades a otras ya escritas, por lo que es conveniente dominar esta operación.

Para realizar una multiplicación cuando el multiplicador tiene una cifra, debe seguirse los siguientes pasos, luego de haber procedido a colocar los elementos de la multiplicación en sus respectivas posiciones:

- Multiplicar la unidad por el multiplicador. Recuerde la forma de expresar el producto.
- El resultado se escribe inmediatamente a la derecha de la unidad.
- Se retira (se borra) este número, quedando un espacio en blanco.
- A continuación, se multiplica la decena.
- El resultado se escribe inmediatamente a la derecha de esta cifra.
- Se retira este dígito, quedando un espacio en blanco.
- Se multiplica la centena por el multiplicador.
- El resultado se escribe inmediatamente a la derecha de esta cifra.

- Se borra esta cifra, quedando un espacio en blanco.
- Se sigue sucesivamente este proceso, hasta que no quede cifra en el multiplicando.
- El resultado, aparecer paulatinamente en el lugar que ocupaba el multiplicando.

Observe que, en el algoritmo anterior, los pasos 1, 2, 3, se repiten, lo que muestra que es un proceso cíclico. En el siguiente ejemplo, veremos cómo se ilustra este algoritmo, y la importancia de expresar el producto de dos cantidades como dos cifras independientes. Es importante que estas ilustraciones se realicen en el ábaco.

Ejemplo 1. Efectuar 37×9

$$9 \quad \times \quad 37$$

Paso 1. Multiplicar $7 \times 9 = 63$ (seis – tres)
Paso 1. Multiplicar

●	○	○	○	●	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*
●	○	○	●	●	○	○	○
●	○	○	●	●	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○

Paso 2: Escribir a la derecha del 7: 6 – 3(seis – tres).

$$9 \quad \times \quad 37 \quad +6 \quad +3$$

●	○	○	○	●	●	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*
●	○	○	●	●	●	○	○	○
●	○	○	●	●	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○

Paso 3. Borrar o retirar el número 7

$$9 \times 3763$$

●	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○

Paso 4: Multiplicar $3 \times 9 = 27$ (dos - siete)

$$9 \times 3063$$

○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○

Paso 5: Escribir el resultado 2 - 7 a la derecha del 3...

$$9 \times 3 (+2)63$$

○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○

...

Paso 5: Escribir resultado 2 - 7 a la derecha de 3

9 x 3 2 (+7)*3 *+7=-5+2+1 izq.)

9								
*	*	*	*	*	*	*	*	*
9			3	2				
9	3	3	3					
9	3	3	3					
9	3	3	3					

*Note que hay escrito un 6 en esta hilera

Paso 6. Borrarnos o retiramos el 3

9 x -3 3 3 3

9								
*	*	*	*	*	*	*	*	*
9								
9	3	3	3					
9	3	3	3					
9	3	3	3					

El producto final es: 333

9 3 3 3

9								
*	*	*	*	*	*	*	*	*
9								
9	3	3	3					
9	3	3	3					
9	3	3	3					

Pudo observar que el producto fue apareciendo poco a poco. En el lugar donde estaba el multiplicando

Ejemplo 2: Multiplicar 7x4523

Paso1. Multiplicamos 3x7= 2 - 1

7 X 4 5 2 3

7									
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
7									
7									

Paso 2. Escribimos a la derecha del 3:

2 - 1...

7 X 4 5 2 3 (+2)

7									
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
7									
7									

... paso 2: escribimos 2 - 1

7 X 4 5 2 3 (+1)

7									
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
7									
7									

Paso 3. Borrarnos (retiramos el factor 3.

$$7 \quad \times \quad 4 \quad 5 \quad 2 \quad \underline{3} \quad 2 \quad 1$$

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Paso 4. Multiplicar $2 \times 7 = 14$

$$7 \quad \times \quad 4 \quad 5 \quad 2 \quad 0 \quad 2 \quad 1$$

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Paso 5. Escribir a la derecha del 2: $\underline{1} - 4...$

$$7 \quad \times \quad 4 \quad 5 \quad 2 \quad (+1) \quad 2 \quad 1$$

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

...Paso 5. Escribir a la derecha del 2: 1 - **4** (escribir 4=-1+5)

7 X **4 5 2** 1 (+4) 1

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Paso 6. Borrar el 2

7 X **4 5 2** 1 6 1

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Paso 7. Multiplicar 5x7= 3 - 5(tres - cinco)

7 X **4 5 0** 1 6 1

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Paso 8. Escribir a la derecha del 5: 3 - 5...

7 X **4 5** (+3) 1 6 1

●	○	○	○	●	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
●			●			●	●	●	
●	○	○	●	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Paso 8. Escribir a la derecha del 5: 3 - 5

7 X **4 5** 3 (+5 6 1

●	○	○	○	●	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
●			●		●	●	●	●	
●	○	○	●	○	●				○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Paso 9. Borrar el 5

7 X **4** 5 3 6 6 1

●	○	○	○	●	○	●	●	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
●			●		●	●	●	●	
●	○	○	●	○	●				○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Paso 9. Multiplicar $4 \times 7 = 28$ (dos - ocho)

$$7 \quad \times \quad 4 \quad 0 \quad 3 \quad 6 \quad 6 \quad 1$$

*	*	*	*	*	*	*	*	*	*

Paso 10. Escribir a la derecha del 5: $2 - 8$...

$$7 \quad \times \quad 4 \quad (+2) \quad 3 \quad 6 \quad 6 \quad 1$$

*	*	*	*	*	*	*	*	*	*

.... Paso 10. Escribir a la derecha del 5: $2 - \underline{8}^*$ (+8= -2+1 izq.)

$$7 \quad \times \quad 4 \quad 2 \quad (+8) \quad 6 \quad 6 \quad 1$$

*	*	*	*	*	*	*	*	*	*

Paso 11. Borrar el 4.

$$7 \quad \times \quad \underline{4} \quad 3 \quad 1 \quad 6 \quad 6 \quad 1$$

●	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
●			●	●	●	●	●	●	
●	○	○	●	●					○
	○	○	●	●	○	○	○	○	○
○	○	○	●		○	○	○	○	○
○	○	○		○	○	○	○	○	○

Resultado de la multiplicación: 31661

$$7 \quad \times \quad 3 \quad 1 \quad 6 \quad 6 \quad 1$$

●	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
●				●	●	●	●	●	
●	○	○	○	●					○
	○	○	○	●	○	○	○	○	○
○	○	○	○		○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Actividad 1. Realice las siguientes multiplicaciones.

- a) 78x3 b) 99x5 c) 18x3 d) 58x7 e) 67x4 f) 65x2 g) 25x8
h) 89x6 i) 64x7 j) 25x9 k) 88x4 l) 66x8 m) 14x3 n) 35x8
ñ) 23x4 o) 35x8 p) 12x9 q) 85x4 r) 14x6 s) 58x5

Actividad 2. Sigamos multiplicando.

- a) 123×9 b) 234×8 c) 345×7 d) 234×6 e) 567×2 f) 987×5 g) 874×8
h) 741×2 i) 547×3 j) 546×5 k) 658×7 l) 254×3 m) 863×4 n) 357×3
ñ) 159×2 o) 235×4 p) 805×8

Actividad 3. Multiplicar

- a) 1234×3 b) 2345×3 c) 2345×4 d) 3456×5 e) 5678×7 f) 5678×8
g) 7896×8 h) 45687×6 i) 2541×2 j) 5642×8 k) 5678×9 l) 2135×6
m) 5878×9 n) 2054×7 ñ) 1289×5 o) 7584×2

Actividad 4. Multiplica

- a) 98765×2 b) 87654×3 c) 76543×4 d) 65432×5 e) 54321×6 f) 32109×6
g) 21548×7 h) 54761×8 i) 65897×9 j) 85415×6 k) 20104×8 l) 56154×5
m) 52138×6 n) 587×3

TEMA 3. MULTIPLICACIÓN CON DOS CIFRAS EN EL MULTIPLICADOR.

Cuando haya dos cifras en el multiplicador; este se resolverá de manera similar al estudiado en el tema anterior. Sólo, que hay que tomar en cuenta ciertas reglas adicionales. Estas reglas se ilustrarán.

Es importante, que trate de realizar en su ábaco los ejemplos ilustrativos que aparecen. De esta manera, logrará comprender a cabalidad el algoritmo, y lo preparará para el caso de más de dos cifras en el multiplicador.

Al colocar el multiplicador, recuerde que debe escribirse de izquierda a derecha, quedando el orden de la unidad, más alejado del borde izquierdo del ábaco. Por ejemplo, al escribir 36×3425 quedará representado:

3	6		x	3	4	2	5		
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Algoritmo Para la Multiplicación.

1. La cifra de la unidad del multiplicando, se multiplica por la cifra de la decena del multiplicador, y el resultado, se escribe a la derecha de la cifra de la unidad correspondiente al multiplicador.
2. Nuevamente, se multiplica la cifra de la unidad del multiplicando pero esta vez por la cifra de la unidad del multiplicador. El resultado, se escribe sobre el primer resultado; pero a partir de la segunda cifra, (la primera cifra del segundo resultado se traslapa con la segunda del primer resultado)
3. Se borra la cifra de la unidad del multiplicando.
4. Los pasos del 1 al 3 se repiten, hasta que el multiplicando se borró completamente, y sólo quedó el resultado final.

Ejemplo 1. Multiplicar 27 x 34

<u>2</u>	<u>7</u>		x	<u>3</u>	<u>4</u>				
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1. Se realiza el producto entre el 4 (la unidad del multiplicando) y el 2 (la decena del multiplicador). Da como resultado:

$$4 \times 2 = 0 - 8$$

$$2 \quad 7 \quad \times \quad 3 \quad 4 \quad + \underline{0}$$

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○			○	○				
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
		○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○		○	○	○	○	○
○	○	○	○	○		○	○	○	○

Se coloca el resultado a la derecha del 4, Se inicia con el número 0...

$$2 \quad 7 \quad \times \quad 3 \quad 4 \quad 0 \quad + \underline{8}$$

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○			○	○				
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
		○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○		○	○	○	○	○
○	○	○	○	○		○	○	○	○

A la derecha del número 0, se escribe (se agrega) el número ocho.

$$2 \quad 7 \quad \times \quad 3 \quad 4 \quad 0 \quad 8$$

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○			○	○		○		
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
		○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○		○	○	○	○	○
○	○	○	○	○		○	○	○	○

2. Se multiplica nuevamente 4, pero esta vez por el 7 (la unidad del multiplicador:

$$3 \times 7 = 2 - 8$$

2 7 x 3 4 0 +2 → -5-3+1 izq.

○	●	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○			○	○		○		
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○		○	○		○	○
○	○	○	○	○		○	○	○	○

Se escribe el primer número del resultado anterior: "2", sobre el "8" (última cifra del primer resultado anterior)

2 7 x 3 4 1 0 +8

○	●	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○			○	○	○			
○	○	○	○	○	○		○	○	○
○	○	○	○		○	○	○	○	○
○	○	○	○	○		○	○	○	○

Se escribe la segunda cifra del resultado anterior: "8" a la derecha de donde se escribió el "2".

2 7 x 3 4 1 0 8

○	●	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○			○	○	○		○	
○	○	○	○	○	○		○	○	○
○	○	○	○		○	○	○	○	○
○	○	○	○	○		○	○	○	○

Borramos el número con el que estamos multiplicando: el "4".

$$27 \times 3108$$

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

4. Repetimos el proceso 1, 2 y 3, pero esta vez usando la decena del multiplicador, empezando por la decena y siguiendo por la unidad.

$$3 \times 2 = 0 - 6$$

$$27 \times 3 + 0108$$

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Escribimos el resultado anterior, comenzando por el "0" a partir de la hilera a la derecha del "3" ...

$$27 \times 30 + 608$$

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

... Escribimos el "6" a la derecha del "0", sobre el "1".

2 7 x 3 0 7 0 8

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Multiplicamos nuevamente el tres, pero esta vez por el siete que corresponde a la unidad del multiplicador.

$$3 \times 7 = 21$$

2 7 x 3 +2 0 8

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Escribimos el resultado a partir de la derecha del tres, en el lugar donde se halla escrito un cero.

Primero escribimos el "2"

2 7 x 3 2 +1 8

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

.... A continuación, escribimos el "1", a la derecha del 2. Aquí está escrito el siete.

$$27 \times 3918$$

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Borramos la última cifra del multiplicando, el "3".

$$27 \times 918$$

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

El resultado final es 918.

Observe cómo el resultado ocupa el lugar del multiplicando.

Ejemplo 2. Multiplicar 579x 68

$$68 \times 579$$

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Primer paso:

Multiplicamos el nueve (unidad del multiplicando) por el seis (decena del multiplicador):

$$9 \times 6 = 54$$

6 8 x 5 7 9 +5 +4

6	8										
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
6	8										

Escribimos el "5" a la derecha del "9", y el "4" a la derecha el "5" que acabamos de escribir

6 8 x 5 7 9 5 4

6	8										
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
6	8										

De nuevo se multiplica el nueve, pero esta vez por ocho del multiplicador (unidad).

$9 \times 8 = 7 - 2$

6 8 x 5 7 9 5 +7

6	8										
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
6	8										

Se escribe el siete en el lugar que ocupa el cuatro (a la derecha del cinco):

-3+1 izquierda.....

6 8 x 5 7 9 6 1 +2

●	●	○	○	●	●	●	●	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
●	●				●	●	●	●			
	●	○	○	○	●	●			○	○	○
○	●	○	○	○		●	○	○	○	○	○
○		○	○	○	○	●	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○		○	○	○	○	○

...luego se escribe el dos a la derecha del uno (sitio donde se escribió el siete).

6 8 x 5 7 9 6 1 2

●	●	○	○	●	●	●	●	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
●	●				●	●	●	●	●		
	●	○	○	○	●	●			○	○	○
○	●	○	○	○		●	○	○	○	○	○
○		○	○	○	○	●	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○		○	○	○	○	○

Borramos el nueve.

6 8 x 5 7 6 1 2

●	●	○	○	●	●	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
●	●				●		●	●	●		
	●	○	○	○	●	○			○	○	○
○	●	○	○	○		○	○	○	○	○	○
○		○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○		○	○	○	○	○

Cuarto Paso:
Multiplicamos el siete (decena del multiplicando) por el seis (decena del multiplicador)

$$7 \times 6 = 4 - 2$$

$$68 \times 57 + 4612$$

6	8										
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
6	8										

Se escribe el cuatro a la derecha del siete.....

$$68 \times 574 + 212$$

6	8										
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
6	8										

.... Luego se escribe el dos del resultado anterior, a la derecha del cuatro, en el lugar que ocupa el seis.

$$68 \times 5748 + 12$$

6	8										
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
6	8										

Multiplicamos ahora, nuevamente el siete, pero por el ocho de la unidad del multiplicado:

$$7 \times 8 = 56$$

6 8 x 5 7 4 +5 1 2

●	●	○	○	●	●	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
●	●				●	●	●	●	●		
	●	○	○	○	●	●	●		●	○	○
○	●	○	○	○		●	●	○		○	○
○		○	○	○	○	●		○	○	○	○
○	○	○	○	○	○		○	○	○	○	○

Escribimos el primer dígito del resultado, el cinco, sobre el ocho
-5+1 izq.= -5+ (-4+5) izq....

6 8 x 5 7 5 3 +6 2

●	●	○	○	●	●	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
●	●				●		●	●	●		
	●	○	○	○	●	○	●		●	○	○
○	●	○	○	○	○	○	○	○		○	○
○		○	○	○	○	○		○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

.. Escribimos la segunda cifra del resultado 6 (el seis) sobre el uno (a la derecha del tres)

6 8 x 5 7 5 3 7 2

●	●	○	○	●	○	●	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
●	●				○		●	●	●		
	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	○	○	○	○	○			○	○
○		○	○	○	○	○		○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Borramos el siete, que corresponde a la decena del multiplicando, para continuar con la multiplicación.

6 8 x 5 5 3 7 2

6	8										
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
6	8										

Iniciamos multiplicando el cinco (decena del multiplicando) por el seis (unidad del multiplicador):

$$5 \times 6 = 30$$

6 8 x 5 +3 5 3 7 2

6	8										
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
6	8										

Escribimos la primera cifra del resultado (el tres) a la derecha del cinco.

6 8 x 5 3 +0 3 7 2

6	8										
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
6	8										

.... Escribimos el cero, el segundo dígito del resultado, sobre los cinco escritos a la derecha del tres.

6 8 x 5 3 5 3 7 2

6	8										
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*

Por último, multiplicamos el 5 por el 8: $5 \times 8 = 40$

6 8 x 5 3 +4 3 7 2

6	8										
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*

Escribimos el cuatro del resultado anterior, sobre el 5 escrito a la derecha del tres.

8 x 5 3 9 +0 7 2

8											
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*

Escribimos el cero (la última cifra del resultado de multiplicar el 5×8) a la derecha del nueve.

Luego se borra el 5 (última cifra del multiplicando)

$$68 \times 539372$$

6	8										
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*

Finalmente borramos el 5, la última cifra del multiplicando...

$$68 \times 39372$$

6	8										
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*

... Y el resultado final, aparece:

$$579 \times 68 = .39,372$$

$$\underline{9}8 \times 70352$$

9	8										
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*

Ejemplo 3. Multiplicar 98 x 70352

Multiplicamos $2 \times 9 = 18$

9 8 x 7 0 3 5 2 +1 +8

●	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
●	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Escribimos el resultado 1_8 a la derecha del 2.

9 8 x 7 0 3 5 2 1 8

●	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
●	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Multiplicamos $2 \times 8 = 1_6$

9 8 x 7 0 3 5 2 1 +1 +6

●	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
●	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Escribimos el resultado 1_6 a la derecha del 1, sobre el 8.

9 8 x 7 0 3 5 -2 1 9 6

●	●	○	○	●	○	○	●	○	○	●	●
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
●	●	○	○	●	○	○	●	○	○	●	●
●	●	○	○	●	○	○	●	○	○	●	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Borramos el 2 (la unidad del multiplicando)

9 8 x 7 0 3 5 1 9 6

●	●	○	○	●	○	○	●	○	○	●	●
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
●	●	○	○	●	○	○	●	○	○	●	●
●	●	○	○	●	○	○	●	○	○	●	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Multiplicamos la siguiente cifra del multiplicando, el 5, por la decena del multiplicador, el 9.

$$5 \times 9 = 4_5$$

9 8 x 7 0 3 5 +4 +5 9 6

●	●	○	○	●	○	○	●	○	○	●	●
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
●	●	○	○	●	○	○	●	○	○	●	●
●	●	○	○	●	○	○	●	○	○	●	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Escribimos el resultado 4_5 a partir de la derecha del cinco, que recién multiplicamos.

9 8 x 7 0 3 5 4 6 9 6

●	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
●	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Multiplicamos nuevamente el 5, pero esta vez por el 8.

$$5 \times 8 = 4_0$$

9 8 x 7 0 3 5 4 +4 +0 6

●	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
●	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Escribimos el resultado 4_0 a la derecha del 4, sobre 6 y el 9.

Observe que al escribir el 4 sobre la hilera, se realiza: -5-1+1 a la izquierda. Consecuentemente en la izquierda como hay un 4, se procede: -4+5

9 8 x 7 0 3 -5 5 0 9 6

●	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
●	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Borramos el cinco, cifra del multiplicando.

9 8 x 7 0 3 5 0 9 6

●	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
●	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Multiplicamos el 3 por el 9.
 $3 \times 9 = 27$

9 8 x 7 0 3 +2 5 0 9 6

●	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
●	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Escribimos el resultado 27 a la derecha del 3. Escribiremos primero el 2.

9 8 x 7 0 3 2 +7 0 9 6

●	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
●	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Luego escribimos el 7 a la derecha del 2, donde se halla el cinco. Observe el proceso: $-5+2+1$ a la izquierda.

9 8 x 7 0 3 3 2 0 9 6

●	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
●	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Multiplicamos ahora el 3, por la unidad del multiplicador, el 8:
 $3 \times 8 = 2_4$

9 8 x 7 0 3 3 +2 0 9 6

●	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
●	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Escribimos el resultado 2_4, sobre el 2 y el 0, respectivamente.
Para iniciar, escribimos el 2 sobre el 2...

9 8 x 7 0 3 3 4 +4 9 6

●	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
●	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

... luego escribimos el 4, sobre el 0.

9 8 x 7 0 -3 3 4 4 9 6

●	●	○	○	●	○	○	○	○	○	●	●
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
●	●			●			●	●	●	●	●
●	●	○	○	●	○	○	●	●	●	●	
●	●	○	○	○	○	○	●	●	●	●	○
●		○	○	○	○	○		●	●	●	○
	○	○	○	○	○	○					○

Borramos el 3.

9 8 x 7 0 3 4 4 9 6

●	●	○	○	●	○	○	○	○	○	●	●
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
●	●			●			●	●	●	●	●
●	●	○	○	●	○	○	●	●	●	●	
●	●	○	○	○	○	○	●	●	●	●	○
●		○	○	○	○	○		●	●	●	○
	○	○	○	○	○	○					○

Multiplicamos el cero por el 9:
 $0 \times 9 = 0_0$. De igual manera se
multiplica el cero por el ocho:
 $0 \times 8 = 0_0$.

Como al escribir los ceros no
produce ningún efecto, solo basta
con pasar al siguiente dígito y
continuar multiplicando. Lo que
significa, multiplicar el siete.

9 8 x 7 0 3 4 4 9 6

●	●	○	○	●	○	○	○	○	○	●	●
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
●	●			●			●	●	●	●	●
●	●	○	○	●	○	○	●	●	●	●	
●	●	○	○	○	○	○	●	●	●	●	○
●		○	○	○	○	○		●	●	●	○
	○	○	○	○	○	○					○

Multiplicamos el 7 por el 9:
 $7 \times 9 = 6_3$

9 8 x 7 +6 +3 3 4 4 9 6

●	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Escribimos el resultado 6_3 a la derecha del siete.

9 8 x 7 6 3 3 4 4 9 6

●	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Multiplicamos el siete por el ocho:
 $7 \times 8 = 5_6$

9 8 x 7 6 +5 3 4 4 9 6

●	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Escribimos el resultado 5_6.
Primero el 5 a la derecha del 6,
sobre el tres.

9 8 x 7 6 8 +6 4 4 9 6

●	●	○	○	●	●	●	○	●	○	○	●	●
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
●	●			●	●	●	●	●	●	●	●	○
●	●	○	○	●		●	●	●	●	●	●	○
●	●	○	○	○	○	○	○	●	●	●	○	○
	○	○	○	○	○	○	○				○	○

Escribimos ahora el seis sobre el tres.

9 8 x -7 6 8 9 4 4 9 6

●	●	○	○	●	●	●	○	●	○	○	●	●
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
●	●			●	●	●	●	●	●	●	●	○
●	●	○	○	●		●	●	●	●	●	●	○
●	●	○	○	○	○	○	○	●	●	●	○	○
	○	○	○	○	○	○	○				○	○

Borramos el siete.

9 8 6 8 9 4 4 9 6

○	○	○	○	○	●	●	○	○	○	○	●	●
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
●	●				●	●	●	●	●	●	●	○
●	●	○	○	○		●	●	●	●	●	●	○
●	●	○	○	○	○	○	○	●	●	●	○	○
	○	○	○	○	○	○	○				○	○

El resultado final es: 6894496

Actividad 1. Multiplique:

- | | | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|
| a) 25x31 | b) 32x45 | c) 15x36 | d) 87x98 | e) 74x85 |
| f) 95x56 | g) 35x89 | h) 57x81 | i) 69x79 | j) 29x82 |
| k) 67x38 | l) 64x59 | m) 28x38 | n) 47x67 | ñ) 18x19 |
| o) 65x79 | | | | |

Actividad 2. Sigamos multiplicando

- | | | | | |
|-----------|-----------|-----------|-----------|------------|
| a) 123x12 | b) 234x23 | c) 345x34 | d) 456x45 | e) 567x 56 |
| f) 806x67 | g) 789x78 | h) 891x89 | i) 963x14 | j) 852x47 |
| k) 741x85 | l) 907x85 | m) 507x98 | n) 671x65 | |

Actividad 3. Realiza las multiplicaciones.

- | | | | |
|--------------|-------------|--------------|--------------|
| a) 1234x 76 | b) 2345x68 | c) 7894x87 | d) 2015x 65 |
| e) 7562x24 | f) 9856x35 | g) 87456x64 | h) 95324x52 |
| i) 658748x38 | j) 658485x9 | k) 105708x65 | l) 856212x84 |

TEMA 4. MULTIPLICCIÓN CON TRES CIFRAS EN EL MULTIPLICADOR.

Cuando el multiplicador está formado por tres cifras, el proceso de multiplicación es similar al caso estudiado en el tema 3. La diferencia consiste, en que el producto, se desplazará un espacio más a la derecha. De igual manera sucede si tiene más de tres cifras. Los siguientes ejemplos ilustran este hecho.

Ejemplo 1. Multiplicar 234 x 5678

$$\underline{2} \ 3 \ 4 \quad \times \ 5 \ 6 \ 7 \ \underline{8}$$

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○				○	○	○					
○	○	○	○	○	○		○	○	○	○	○	○	○
	○	○	○	○	○	○		○	○	○	○	○	○
○		○	○	○	○	○	○		○	○	○	○	○
○	○		○	○	○	○	○	○		○	○	○	○

Comenzamos multiplicando el ocho por el siete: $8 \times 7 = 56$

$$2 \ 3 \ 4 \quad \times \ 5 \ 6 \ 7 \ \underline{8} \ +1 \ +6$$

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○				○	○	○					
○	○	○	○	○	○		○	○	○	○	○	○	○
	○	○	○	○	○	○		○	○	○	○	○	○
○		○	○	○	○	○	○		○	○	○	○	○
○	○		○	○	○	○	○	○		○	○	○	○

Escribimos el resultado de la multiplicación, a la derecha del ocho.

$$2 \ \underline{3} \ 4 \quad \times \ 5 \ 6 \ 7 \ \underline{8} \ 1 \ 6$$

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○				○	○	○	○	○			
○	○	○	○	○	○		○	○	○		○	○	○
	○	○	○	○	○	○		○	○	○	○	○	○
○		○	○	○	○	○	○		○	○	○	○	○
○	○		○	○	○	○	○	○		○	○	○	○

Se multiplica ahora el ocho por el dos (que corresponde a la decena del multiplicador) $8 \times 2 = 16$

2 3 4 x 5 6 7 8 1 +2 +4

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○				○	○	○	○	○			
○	○	○	○	○	○		○	○			○	○	○
	○	○	○	○	○	○		○	○	○	○	○	○
○		○	○	○	○	○			○	○	○	○	○
○	○		○	○	○	○			○	○	○	○	○

Escribimos el resultado de este producto a partir del seis.

2 3 4 x 5 6 7 8 1 8 4

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○				○	○	○	○	○	○		
○	○	○	○	○	○		○	○		○	○	○	○
	○	○	○	○	○	○		○	○	○	○	○	○
○		○	○	○	○	○			○	○	○	○	○
○	○		○	○	○	○			○	○	○	○	○

Multiplicamos, por último, el ocho por el cuatro:
 $8 \times 4 = 3_2$

2 3 4 x 5 6 7 8 1 8 +3 +2

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○				○	○	○	○	○	○		
○	○	○	○	○	○		○	○		○	○	○	○
	○	○	○	○	○	○		○	○	○	○	○	○
○		○	○	○	○	○			○	○	○	○	○
○	○		○	○	○	○			○	○	○	○	○

Se escribe el resultado 3_2 a partir del 4.
 Observe que en el caso de escribir el 3 sobre el cuatro, se procede:
 $-2+5$

2 3 **4** x 5 6 7 **-8** 1 8 7 2

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○				○	○	○	○	○	○	○	
○	○	○	○	○	○		○	○		○	○	○	○
			○	○	○	○		○		○			○
○		○	○	○	○	○			○		○	○	○
○	○		○	○	○	○			○		○	○	○

Se borra el 8 (unidad del multiplicando)

2 3 4 x 5 6 7 1 8 7 2

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○				○	○		○	○	○	○	
○	○	○	○	○	○		○	○		○	○	○	○
			○	○	○	○		○		○			○
○		○	○	○	○	○		○		○		○	○
○	○		○	○	○	○		○		○		○	○

Multiplicamos el siete por el dos:

$$7 \times 2 = 14$$

2 3 4 x 5 6 **7** +1 +4 8 7 2

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○				○	○	○	○	○	○	○	
○	○	○	○	○	○		○		○	○	○	○	○
			○	○	○	○		○		○			○
○		○	○	○	○	○		○		○		○	○
○	○		○	○	○	○		○		○		○	○

Escribimos el resultado del producto a partir de la derecha del siete.

2 3 4 x 5 6 7 1 5 8 7 2

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○				○	○	○		○	○	○	
○	○	○	○	○	○		○		○	○	○	○	○
○		○	○	○	○	○	○	○	○		○	○	○
○	○		○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Note que al escribir el cuatro sobre el 1, el proceso es:

$$-1+5$$

Ahora multiplicamos el 7 por el 3: $7 \times 3 = 2_1$

2 3 4 x 5 6 7 1 +2 +1 7 2

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○				○	○	○		○	○	○	
○	○	○	○	○	○		○		○	○	○	○	○
○		○	○	○	○	○	○	○	○		○	○	○
○	○		○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Escribimos el resultado a partir del 5: 2_1

Agregamos el dos primero, sobre el cinco.

2 3 4 x 5 6 7 1 7 9 7 2

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○				○	○	○		○	○	○	
○	○	○	○	○	○		○		○	○	○	○	○
○		○	○	○	○	○	○	○	○		○	○	○
○	○		○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

A continuación, escribimos el 1 sobre el ocho.

2 3 4 x 5 6 7 1 7 (+2) (+8)2

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○				○	○	○	○	○	○	○	
○	○	○	○	○	○		○		○	○	○	○	○
○		○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○		○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Multiplicamos el siete por el cuatro:

$$7 \times 4 = 28$$

Se coloca el dos sobre el nueve, se aplica modo de decena: $-3-5+1$ izq.

2 3 4 x 5 6 7 1 8 1 (+8) 2

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○				○	○	○	○	○	○	○	
○	○	○	○	○	○		○		○		○	○	○
○		○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○		○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

A continuación, se agrega el ocho sobre el siete,

aplicamos modo de decena: $-2+1$ izq.

2 3 4 x 5 6 7 1 8 2 5 2

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○				○	○	○	○	○	○	○	
○	○	○	○	○	○		○		○	○	○	○	○
○		○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○		○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Eliminamos el 7.

2 3 4 x 5 6 7 1 8 2 5 2

○	○	○	○	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Multiplicamos el 6 por el 2.
 $6 \times 2 = 1_2$

+2 8 2 5 2

○	○	○	○	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

2 3 4 x 5 6 +1

Multiplicamos el 6 por el 2.
 $6 \times 2 = 1_2$
Agregamos 1 a la derecha del 6 y luego agregamos 2 en el 1.

8 2 5 2

○	○	○	○	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

2 3 4 x 5 6 1 3

Multiplicamos el 6 por el 3.
 $6 \times 3 = 1_8$

2 3 4 x 5 6 1 +1 +8 2 5 2

○	○	○	○	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Agregamos 1 sobre el tres de forma directa, luego agregamos 8 sobre el ocho aplicamos modo de decena - 2+1 izq, al agregar 1 a la izquierda tenemos un cuatro aplicamos modo de cinco: -4+5.

2 3 4 x 5 6 1 5 6 2 5 2

○	○	○	○	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Multiplicamos el seis por el cuatro.
 $6 \times 4 = 2_4$

2 3 4 x 5 6 1 5 +2 +4 5 2

○	○	○	○	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Agregamos 2 sobre el 6 de forma directa y luego agregamos 4 sobre el 2.

$$\underline{2} \ 3 \ 4 \quad \times \ 5 \ \underline{(6)} \ 1 \ 5 \ 8 \ 6 \ 5 \ 2$$

*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*

Eliminamos el 6.

$$\underline{2} \ 3 \ 4 \quad \times \ \underline{(5)} \ 1 \ 5$$

$$8 \ 6 \ 5 \ 2$$

*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*

A continuación,
multiplicamos el cinco por el
dos.

$$5 \times 2 = 1_0$$

$$\underline{2} \ 3 \ 4 \quad \times \ \underline{(5)} \ +1 \ +0 \ 5 \ 8 \ 6 \ 5 \ 2$$

*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*

Agregamos el 1 a la derecha
del 5 y el cero que no afecta
sobre el uno de forma
directa.

$$\underline{2} \ 3 \ 4 \quad \times \ (\underline{5}) \ 1 \ 1 \ 5 \ 8 \ 6 \ 5 \ 2$$

○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○				○	○		○	○		○	
○	○	○	○	○	○			○	○		○	○	○
	○	○	○	○	○	○	○		○	○	○	○	○
○		○	○	○	○	○	○		○	○	○	○	○
○	○		○	○	○	○	○		○	○	○	○	○

Multiplicamos el cinco por el 3.

$$5 \times 3 = 1_5$$

$$2 \ \underline{3} \ 4 \quad \times \ (\underline{5}) \ 1 \ +1$$

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○				○	○		○	○		○	
○	○	○	○	○	○			○	○		○	○	○
	○	○	○	○	○	○	○		○	○	○	○	○
○		○	○	○	○	○	○		○	○	○	○	○
○	○		○	○	○	○	○		○	○	○	○	○

Agregamos el 1 sobre el segundo uno o dos espacios a la derecha del 5 del multiplicando de forma directa y luego agregamos el 5 sobre el 5, aplicamos modo de decena:
-5+1 a la izq

$$8 \ 6 \ 5 \ 2$$

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○				○	○		○	○		○	
○	○	○	○	○	○			○	○		○	○	○
	○	○	○	○	○	○	○		○	○	○	○	○
○		○	○	○	○	○	○		○	○	○	○	○
○	○		○	○	○	○	○		○	○	○	○	○

$$2 \ 3 \ \underline{4} \quad \times \ (\underline{5}) \ 1 \ 3 \ 0$$

Multiplicamos el cinco por el cuatro.

$$5 \times 4 = 2_0$$

2 3 4 x (5) 1 3 +2 +0 6 5 2

*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*

Agregamos el 2 sobre el 0 y el cero que no afecta la operación en el 8.

2 3 4 x (5) 1 3 +2 +0 6 5 2

*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*

Eliminamos el 5.

2 3 4 x 1 3 2
8 6 5 2

Resultado 1328652.

*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*

TEMA 5. MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS DECIMALES.

La multiplicación de números decimales, se realiza de igual manera que con números enteros. Tanto el multiplicador y el multiplicando se colocan en sus respectivas posiciones. Solamente se le escribe el punto decimal al multiplicando, en caso que lo lleve.

Lo único que debe tomarse en cuenta es la nueva posición que el punto decimal debe tener al desplazarlo de su posición inicial. El producto caerá exactamente sobre la marca de cifra decimal.

Es importante recordar, que el punto decimal lo consideraremos móvil, es decir que tiene libertad de movimiento, tanto a la derecha como a la izquierda del ábaco. En este caso, se considerará como alternativa práctica, colocar una banda elástica o cola para el pelo (usado por las mujeres) insertado en el ábaco. Las reglas que a continuación se describen, son la base para colocar el punto decimal.

Regla de Colocación del punto decimal:

1. Se escribe tanto el multiplicando como el multiplicador en sus respectivas posiciones.
2. El punto decimal, ha de colocarse sólo al multiplicando, aunque el multiplicador también lo tenga.
3. Se cuenta el número de cifras decimales que tenga el multiplicador. Con este resultado se hace el siguiente cálculo: $3 - \text{número de cifras decimales del multiplicador}$.
4. El punto decimal se desplazará el número de varillas equivalente al resultado anterior. Si el resultado es negativo, la banda (punto decimal) se desplaza a la izquierda y si es positivo, a la derecha desde su posición inicial.
5. Ahora bien, una vez colocado los factores en el ábaco, se procede como si fueran números enteros.

Los siguientes esquemas ilustran lo que se dijo anteriormente.

Ejemplo 1 Multiplicar $2.5 \times 17 = 42.5$

A partir de ahora, usaremos el símbolo \parallel para representar el punto o coma decimal.

1	7		x	2	5					
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

El punto decimal inicialmente se coloca solamente en el multiplicando.

El multiplicador tiene cero cifras decimales. Por tanto:

$$3-0=+3$$

1	7		x	2	5					
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

posición final

El punto decimal se colocará tres hileras más a la derecha de su posición inicial. Esta es la posición final. Note que el resultado es positivo.

1	7		x		4	2	5			
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

El resultado de este producto es: 42.5. al efectuar la multiplicación, esta cifra caerá exactamente en la posición que se observa.

Ejemplo 2. Multiplicar $0.25 \times 17 = 4.25$

1 7 x .2 5

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

El punto decimal está ubicado a la izquierda del 2. Hay cero antes del punto, no se toma en cuenta cuando se escribe el multiplicando. De nuevo, el multiplicador tiene 0 cifras decimales, entonces: $3-0= +3$

1 7 x 2 5

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

El punto decimal, se colocará tres espacios o hileras a la derecha de donde se halla.

1 7 4 25

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Al efectuar la multiplicación como enteros, el resultado es: 4.25

Ejemplo 3. Multiplicar $25 \times 1.7 = 42.5$

Note que el resultado es el mismo que en el ejemplo 1

○ 1 7 x 2 5

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Observe que el multiplicando no tiene cifras decimales, no obstante, se coloca el punto decimal después de la unidad lo cual es recomendable. El multiplicador tiene una cifra decimal, entonces:
 $+3-1=2$

1 7 x 2 5

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Por tanto, moveremos el punto decimal, a la derecha de su posición inicial, dos espacios a la derecha.

1 7 42.5

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Al efectuar el producto, resulta: 42.5

Ejemplo 4. Multiplicar $0.0017 \times 2.5 = .0.00425$

1 7 x 2 . 5

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Observe que los ceros a la izquierda, en el multiplicador, no significan nada, por lo que se considera escrito el número 17. Sin embargo, tiene 4 cifras decimales, por lo que:

$$3-4 = -1$$

1 7 x 2 5

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

El resultado anterior es: -1, lo que indica, que el punto, se moverá un espacio a la izquierda de la posición inicial

1 0 . 0 0 4 2 5

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Cuando se realiza con mucho cuidado el producto, se obtiene como resultado: 0.00425

En los ábacos anteriores, hemos visto ejemplos de cómo mover el punto decimal a una posición final. El siguiente ejemplo muestra cómo se efectúa la multiplicación de decimales. Queda claro, que el éxito de un buen resultado, depende de la ubicación exacta del punto decimal, pues en cuanto a la multiplicación, se la hace como si se tratara de números enteros.

Ejemplo 5: Multiplicar $1.5 \times 0.00039 = 0.000585$

3 9 x 1 . 5

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Para iniciar, se mueve el punto decimal.

El multiplicador tiene cinco cifras decimales, entonces: $3-5 = -2$.

3 9 x 1 . 5

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

El resultado -2, indica que se moverá el punto decimal dos espacios hacia la izquierda.

El dos es negativos.

3 9 x 1 . 5

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Se multiplica el cinco por el tres:
 $5 \times 3 = 1_5$

$$\underline{3} \ 9 \ x \quad 1 \ . \ \underline{5} \ +1 \ +5$$

○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Se escribe el resultado anterior a la derecha del cinco

$$3 \ \underline{9} \ x \quad 1 \ \underline{5} \ 1 \ 5$$

○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Multiplicamos cinco por nueve:
 $5 \times 9 = 4_5$

Observe que la posición del decimal no cambia.

$$3 \ 9 \ x \quad 1 \ 5 \ 1 \ +4 \ +5$$

○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Escribimos el resultado a la derecha del uno.

3 9 x 1 5 1 9 5

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Borramos el cinco.

3 9 x 1 1 9 5

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Multiplicamos el uno por el 3, y tenemos:
 $1 \times 3 = 0_3$

3 9 x 1 +0 +3 9 5

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Multiplicamos el uno por el 3, y tenemos:
 $1 \times 3 = 0_3$

3 9 x 1 0 4 9 5

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Multiplicamos el uno por el nueve:
 $1 \times 9 = 0-9$

3 9 x 1 0 +0 +9 5

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Escribir el resultado 0_9 a la derecha del cero.

Observe que al escribir el nueve sobre el nueve, queda:

-1+1 a la izquierda. El uno a la izquierda

queda:

-4+5

3 9 x 1 0 +0 +9 5

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Escribir el resultado 0_9 a la derecha del cero.

Observe que al escribir el nueve sobre el nueve, queda:

-1+1 a la izquierda. El uno a la izquierda

queda:

-4+5

3	9	x				5	8	5		
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Borramos el 1

3	9	0.	0	0	0	5	8	5		
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

El resultado final es 0.000585

Actividad 1. Multiplique.

- a) 1.2x4 b) 5.8x6 c) 2.5x9 d) 22.9x4
- e) 58.9x3 f) 56.8x8 g) 84.5 x5 h) 60.54x2
- i) 5.39x1.5 j) 2.5x0.4 k) 68.2x0.64 l) 40.2x0.00045

Actividad 2. Multiplicaciones más grandes.

- a) 2.5x0.025 b) 37.5x0.006 c) 803x0.0032
- d) 8x0.00015 e) 2.5x0.00007 f) 0.25x0.008
- g) 0.052x0.0027 h) 7.5x0.25 i) 75x0.025
- j) 75x0.000025 k) 0.75x2.5

UNIDAD IV:



15545 -786

LA RESTA EN EL ÁBACO.

TEMA 1. LA RESTA: MÉTODO DIRECTO.

Al igual que en la suma en la resta existen dos maneras de realizarla: directamente (modos de unos) e indirectamente (modo de cinco y decena). Recordemos, que el concepto de sumar equivale a agregar y el de resta a quitar. Por tal razón las ideas que analizamos en la suma son aplicables a la resta. En realidad, lo que aprenderemos es la manera de quitar, o alejar los dígitos en una hilera del ábaco, particularmente cuando no se puede directamente. Las reglas son las mismas:

- Se escribe la cantidad de izquierda a derecha, en el borde derecho del ábaco.
- La operación de quitar dígitos se efectúa de izquierda a derecha.

Ejemplo 1 De 9876 restar 4321

	9	8	7	6
○	○	○	○	○
*	*	*	*	*
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○

Restamos 4 al 9

-4 8 7 6

○	○	○	○	○
*	*	*	*	*
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○

Restamos 3 al 8

5 -3 7 6

○	○	○	○	○
*	*	*	*	*
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○

Restamos 2 al 7

5 5 -2 6

○				
*	*	*	*	*
			○	○
○	○	○		
○	○	○		
○	○	○		

Restamos 1 al 6

5 5 5 -1

○				
*	*	*	*	*
				○
○	○	○	○	
○	○	○	○	
○	○	○	○	

Resultado final: 5555

5 5 5 5

○				
*	*	*	*	*
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○

Ejemplo 2. De 79531 restar 68520

7 9 5 3 1

○				○	○
*	*	*	*	*	*
	○	○		○	○
○			○	○	
○	○	○	○		○
○	○		○	○	

Restamos 6 al 7

-6 9 5 3 1

○				○	○
*	*	*	*	*	*
	○	○		○	○
○			○	○	
○	○	○	○		○
○	○		○	○	

Restamos 8 al 9

1 -8 5 3 1

○	○			○	○
*	*	*	*	*	*
	○	○		○	○
○			○	○	
○	○	○	○		○
○	○		○	○	

Restamos 5 de 5

	1	1	-5	3	1
○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*
	○	○		○	○
○			○	○	
○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○

Restamos 2 a 3

	1	1	0	-2	1
○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*
	○	○		○	○
○			○	○	
○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○

Restamos 0 a 1

	1	1	0	1	-0
○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*
	○	○		○	○
○			○	○	
○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○

Resultado final: 11011

	1	1	0	1	1
○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*
	○	○		○	○
○			○	○	
○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○

Actividad 1: Efectúe las siguientes restas

- a) 98765 – 87650 b) 52413-1312 c) 52413-51312
d) 62546-52511 e) 12345-12345 f) 564123-553112

Actividad 2. Restemos con decimales

- a) 0.75 -0.25 b) 1.52-0.51 c) 45.12-40.01 d) 75.231- 0.121
e) 102.116-2.005 f) 0.115-0.105 g) 3.1416-2.1305 h) 9.81-7.61

TEMA 2. MODO INDIRECTO DE LA RESTA. (I PARTE)

Al igual que en la suma, existen situaciones en las que no es posible restar en forma directa. No obstante, aprenderemos cómo hacerlo. De hecho, este proceso es inverso al de sumar. Es muy importante, realizar los ejemplos en el ábaco, para comprender mejor el proceso. Es conveniente aclarar que los números en cursiva sobre los ábacos, indican un resultado parcial o total de una resta; el número con signo menos delante, indica, lo que se va a restar en la hilera; y el número en formato normal, indica que no se ha efectuado operación alguna sobre él.

RESTAR 1: Menos 1

Se puede comprobar que los únicos casos en que no se puede restar un uno, es cuando se halla escrito el cinco y el cero. En el primer caso se usa modo de cinco, y en el segundo, modo de decena. Por tanto, el procedimiento a seguir es:

Modo de cinco: +4-5

Modo de decena: +4+5 -1 a la izquierda = +9-1 a la izquierda

Veamos a continuación algunos ejemplos de aplicación.

Ejemplo 1. A 5469 restar 1111

	5	4	6	9	
		●	●	●	●
	*	*	*	*	*
			●	●	●
	●	●	●	●	●
	●	●	●	●	●
	●	●	●	●	●

Restamos 1 al 5

	-1	4	6	9	
		●	●	●	●
	*	*	*	*	*
			●	●	●
	●	●	●	●	●
	●	●	●	●	●
	●	●	●	●	●

Restamos 1 al 4

	-1	6	9	
		●	●	●
	*	*	*	*
		●	●	●
	●	●	●	●
	●	●	●	●
	●	●	●	●

Restar 1 al 6

4 3 -1 9

○	○	○	○	●	●
	*	*	*	*	*
○	○	●	○	○	○
○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○

Restamos 1 al 9

4 3 5 -1

○	○	○	○	●	●
	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○

Resultado final: 4358

4 3 5 8

○	○	○	○	●	●
	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○

Ejemplo 2. A 2090 restar 1111

2 0 9 0

○	○	○	○	●	○
*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○

Restar 1 al 2

-1 0 9 0

○	○	○	○	●	○
*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○

Restar 1 al 0 (+4+5-1 izq.)

1 -1 9 0

○	○	○	○	●	○
*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○

Restamos 1 al 9

0 9 -1 0

○	○	○	●	●	○
*	*	*		*	*
○	○	○	●	●	○
○	○	○	●	●	○
○	○	○	●	●	○
○	○	○	●	●	○

Restamos 1 al 0 (+4+5-1 izq.)

9 8 -1

○	○	○	●	●	○
*	*	*	*	*	*
○	○	○	●	●	○
○	○	○	●	●	○
○	○	○	●	●	○
○	○	○	●	●	○

Resultado final: 979

9 7 9

○	○	○	●	●	○
*	*	*	*	*	*
○	○	○	●	●	○
○	○	○	●	●	○
○	○	○	●	●	○
○	○	○	●	●	○

11111 de

Ejemplo 3. Restar 50500

5 0 5 0 0

○	●	○	●	○	○
*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○

Restando 1 al 5: +4-5

-1 0 5 0 0

○	○	○	●	○	○
*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○

Restando 1 al 0: +4+5-1 izquierda

4 -1 5 0 0

○	○	○	●	○	○
*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○



Restamos 1 al 5: +4-5

3 9 -1 0 0

○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○

Restamos 1 al 0: +4+5 -1 izq.

3 9 4 -1 0

○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○

Restando 1 al 0: +4+5 -1 izq.

3 9 3 9 -1

○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○

3 9 3 8 9

○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○

Resultado final: 39389

Actividad 1.

- Partiendo de 39 reste 1 varias veces, hasta llegar a 0.
- Partiendo de 110 reste 11 diez veces hasta llegar a 0.
- Partiendo de 1110 reste 111 diez veces hasta llegar a cero.
- Partiendo de 1011 restar 101 diez veces hasta llegar a 1.
- 10120 restar 1010 hasta llegar a 20.

Actividad 2. Efectuar las siguientes restas.

- | | |
|-------------|--------------|
| a) 100-1 | b) 1000-1 |
| c) 10000-1 | d) 100-11 |
| e) 1000-11 | f) 10000-111 |
| g) 1000-101 | h) 55-1 |

RESTAR 2: MENOS

Los casos en que no se puede restar un dos en forma directa es cuando se halla escrito seis, cinco uno y cero. En los dos primeros casos se usa modo de cinco y en los últimos, modo de decena. El procedimiento es:

Modo de cinco: +3-5

Modo de decena: +3+5-1 a la izquierda= +8-1 izquierda

Los siguientes ejemplos ilustran la aplicación de estos procedimientos.

Ejemplo 1. Restar 2222 de 8656

	8	6	5	6
○	○	○	○	○
*	*	*	*	*
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○

Restar 2 a 8

	-2	6	5	6
○	○	○	○	○
*	*	*	*	*
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○

restar 2 a 6 (+3-5)

	6	-2	5	6
○	○	○	○	○
*	*	*	*	*
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○

Restar 2 a 5 (+3-5)

	6	4	-2	6
○	○	○	○	○
*	*	*	*	*
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○

Restando 2 a 6

6 4 3 -2

○	●	○	○	○
*	*	*	*	*
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○

Resultado final: 6434

6 4 3 4

○	●	○	○	○
*	*	*	*	*
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○

Ejemplo 2: Restar

2222 de 51010

5 1 0 1 0

○	○	○	○	○
●	*	*	*	*
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○

Restar 2 a 5: +3-5

-2 1 0 1 0

○	○	○	○	○
●	*	*	*	*
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○

Restando 2 al 1: +5+3-1 izq.

3 -2 0 1 0

○	○	○	○	○
*	*	*	*	*
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○

Restando 2 al 0 = +8-1 izq.

2 9 -2 1 0

○	○	○	○	○
*	*	*	*	*
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○

Restamos 2 al 1: +8-1 izq.

2 8 8 -2 0

○	○	○	○	○
*	*	*	*	*
●	●	●	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○

Restamos 2 al 0: +8-1 izq.

2 8 7 9 -2

○	○	○	○	○
*	*	*	*	*
●	●	●	●	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○

Resultado final. 28788

2 8 7 8 8

○	○	○	○	○
*	*	*	*	*
●	●	●	●	●
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○

Ejemplo 3. A 5.0001 restar 0.2222

5 . 0 0 0 1

○	○	○	○	○
*	*	*	*	*
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○

Restamos 2 al 0: +8-1 izq. (+4-5)

5 -2 0 0 1

○	○	○	○	○
*	*	*	*	*
●	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○

Restamos 2 al 0: +8-1 izq.

4 8 -2 0 1

○	○	○	○	○
*	*	*	*	*
○	●	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○

Restando 2 a 0

5 . 7 8 -2 1

○	○	○	○	○
*	*	*	*	*
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○

Restamos 2 a 1

5 7 7 8 -2

○	○	○	○	○
*	*	*	*	*
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○

Resultado final: 4.7779

4 7 7 7 9

○	○	○	○	○
*	*	*		
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○

Actividad 1. Realiza los siguientes ejercicios.

- Partiendo de 42 restar 2 hasta llegar a cero.
- Partiendo de 45 restar 2 hasta llegar a uno.
- Partiendo de 220 restar 22 hasta llegar a cero.
- Partiendo de 2221 restar 222 hasta llegar a uno.
- Partiendo de 2120 restar 212 hasta llegar a cero.
- Partiendo de 12125 restar 1201 hasta llegar a cinco.
- Partiendo de 1211 restar 121 hasta llegar a uno.

Actividad 2. Restar

- | | | | |
|------------------|----------------|----------------|----------------|
| a) 100-22 | b) 111-22 | c) 121-12 | d) 1234-223 |
| e) 4000-2222 | f) 1111-222 | g) 200-12 | h) 50101-21212 |
| i) 9876-8212 | j) 5555-2121 | k) 4000-1212 | l) 26589-22211 |
| m) 1.0002-0.2222 | n) 0.555-0.222 | ñ) 0.555-0.112 | p) 0.666-0.222 |

Restar 3: Menos 3

Podemos comprobar que en los casos que está escrito el siete, seis, cinco, dos, uno y cero, el tres no puede escribirse directamente. Para ello, en los tres primeros casos, se usa el modo de cinco, y en los últimos tres, el modo de decena. Estos modos quedan expresados de la siguiente manera.

Modo de cinco: +2 -5

Modo de decena: +2+5-1 a la izquierda= +7-1 a la izquierda

Los siguientes ejemplos ilustran como restar tres, en distintas situaciones.

Ejemplo 1. Restar 3333 de 8765

	8	7	6	5
○	○	○	○	○
*	*	*	*	*
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○

Restar 3 a 8

	-3	7	6	5
○	○	○	○	○
*	*	*	*	*
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○

Restar 3 a 7: +2-5

	5	-3	6	5
○	○	○	○	○
*	*	*	*	*
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○

Restar 3 a 6: +2-5

	5	4	-3	5
○	○	○	○	○
*	*	*	*	*
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○

Restar 3 a 5

	5	4	3	-3
○	○	○	○	○
*	*	*	*	*
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○

Resultado final **5432**

	5	4	3	2
○	○	○	○	○
*	*	*	*	*
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○

Ejemplo 2. A 93210 restar 33333

9 3 2 1 0

○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○

Restar 3 de 9

-3 3 2 1 0

○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○

Restar 3 de 3

6 **-3** 2 1 0

○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○

Restar 3 de 2: +2+5-1 izq. = +2+5+ (+9-1 izq.)

6 0 **-3** 1 0

○	○	○	○	○
*	*	*	*	*
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○

Restar 3 de 1: +2+5-1 izq. 5 9 9 **-3** 0

○	○	○	○	○
*	*	*	*	*
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○

Restar 3 de 0: +7-1 izq.

5 9 8 8 **-3**

○	○	○	○	○
*	*	*	*	*
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○

Resultado final:

59877

5 9 8 7 7

○	○	○	○	○
*	*	*	*	*
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○

Ejemplo 3. Restar 3333 de 7321

	7	6	2	1
○	○	○	○	○
*	*	*	*	*
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○

Restando 3 de 7: +2-5

	-3	6	2	1
○	○	○	○	○
*	*	*	*	*
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○

Restando 3 de 6: +2-5

	4	-3	2	1
○	○	○	○	○
*	*	*	*	*
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○

Restar 3 de 2: +7-1 izq.

	4	3	-3	1
○	○	○	○	○
*	*	*	*	*
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○

Restando 3 de 1: +7-1 izq.

	4	2	9	-3
○	○	○	○	○
*	*	*	*	*
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○

Resultado final: **4288**

	4	2	8	8
○	○	○	○	○
*	*	*	*	*
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○

Actividad 1. Efectúe los siguientes ejercicios.

- Partiendo de 33 restar 3 hasta llegar a cero.
- Partiendo de 300 restar 30 hasta llegar a 0.
- Partiendo de 330 restar 33 hasta llegar a cero.

Actividad 2. Restar.

- a) 4000-3333 b) 6210-3333 c) 564840-312303 d) 85642-30132
 e) 568974-323133 f) 1.37-0.33 g) 2.016-1.033 h) 25.25-3.23
 i) 78540-33233 j) 50264-21332 k) 0.017-0.033 l) 7654-3333

RESTAR 4: MENOS 4

Al tener escrito en una hilera del ábaco el ocho, siete, seis, cinco, tres, dos, uno y cero, no es posible restar en forma directa el dígito cuatro. En los primeros cuatro casos, se aplica el modo de cinco, mientras que en los restantes casos, el modo de decena. El procedimiento queda expresado de la siguiente forma:

Modo de cinco: +1-5

Modo de decena: +1+5-1 a la izquierda = +6-1 a la izquierda

Veamos algunos ejemplos que ilustran estas situaciones.

Ejemplo1. Restar 44444 de 98765

9	8	7	6	5
●	●	●	●	●
*	*	*	*	*
●	●	●	●	●
●	●	●	●	●
●	●	●	●	●
●	●	●	●	●
●	●	●	●	●
●	●	●	●	●

Restando 4 a 9

-4 8 7 6 5

-4	8	7	6	5
●	●	●	●	●
*	*	*	*	*
●	●	●	●	●
●	●	●	●	●
●	●	●	●	●
●	●	●	●	●
●	●	●	●	●
●	●	●	●	●
●	●	●	●	●

Restando 4 a 8: +1-5

5 -4 7 6 5

5	-4	7	6	5
●	↑	●	●	●
*	*	*	*	*
●	●	●	●	●
●	●	●	●	●
●	●	●	●	●
●	●	●	●	●
●	●	●	●	●
●	●	●	●	●
●	●	●	●	●

Restando 4 a 7: +1-5

5	4	-4	6	5
*	*	*	*	*
●	●	●	●	●
●	●	●	●	●
●	●	●	●	●
●	●	●	●	●

Restar 4 de 6: +1-5

5	4	3	-4	5
*	*	*	*	*
●	●	●	●	●
●	●	●	●	●
●	●	●	●	●
●	●	●	●	●

Restar 4 de 5: +1-5

5	4	3	2	-4
*	*	*	*	*
●	●	●	●	●
●	●	●	●	●
●	●	●	●	●
●	●	●	●	●

Resultado final=

54321

5	4	3	2	1
*	*	*	*	*
●	●	●	●	●
●	●	●	●	●
●	●	●	●	●
●	●	●	●	●

Ejemplo 2. De 43210 restar 4444

4	3	2	1	0
*	*	*	*	*
●	●	●	●	●
●	●	●	●	●
●	●	●	●	●
●	●	●	●	●

Restar 4 a 3: +1+5-1 izq. = +6-1 izq.

4	-4	2	1	0
*	*	*	*	*
●	●	●	●	●
●	●	●	●	●
●	●	●	●	●
●	●	●	●	●

Restar 4 a 2: $+1+5-1$ izq. $=+6-1$ izq.

3 9 **-4** 1 0

○	○	○	○	○
*	*	*	*	*
○	○	○	○	
○	○	○		○
○	○		○	○
	○	○	○	○
○		○	○	○

Restar 4 a 1: $+1+5-1$ izq. $=+6-1$ izq.

3 8 8 **-4** 0

○	○	○	○	○
*	*	*	*	*
○	○	○	○	
○	○	○		○
○	○	○	○	○
	○		○	○
○	○	○	○	○

Restar 4 a 0: $+6-1$ izq.

3 8 7 7 **-4**

○	○	○	○	○
*	*	*	*	*
○	○	○	○	
○	○	○	○	○
○	○			○
		○	○	○
○	○	○	○	○

Resultado final: **39866**

3	9	8	6	6
○	○	○	○	○
*	*	*	*	*
○	○	○	○	○
○	○	○		
○	○	○	○	○
	○		○	○
○		○	○	○

Actividad 1. Realizar los siguientes ejercicios.

- Partiendo de 49 restar 4 hasta llegar a 1
- Partiendo de 880 restar 44 hasta llegar a 0.
- Partiendo de 440 restar 44 hasta llegar a 0.
- Partiendo de 401 restar 40 hasta llegar a 40.
- Partiendo de 4440 restar 444 hasta llegar a cero.
- Partiendo de 4000 restar 400 hasta llegar a cero.
- Partiendo de 4125 restar 412 hasta llegar a 5.
- Partiendo de 40342 restar 4034 hasta llegar a 2.
- Partiendo de 40042 restar 4004 hasta llegar a 2.

Actividad 2. Efectuar las restas siguientes.

- | | |
|-------------------|------------------|
| a) 87654-44444 | b) 543210-444444 |
| c) 58487-43541 | d) 89485-44223 |
| e) 0.254-0.244 | f) 96385-44334 |
| g) 45.005-34.3434 | h) 5489-4342 |
| i) 25975-13431 | j) 452907-443234 |

TEMA 3. MODO INDIRECTO DE LA RESTA. (II PARTE)

A partir del cinco en adelante, el procedimiento utilizado para restar es el modo de decena.

RESTAR 5: MENOS 5

Solamente hay un caso en el que no puede restarse en forma indirecta el cinco, y es cuando se halla escrito un cero. El procedimiento queda expresado:

Modo de decena: +5-1 a la izquierda

Observe los siguientes ejemplos que ilustran el uso de este procedimiento

Ejemplo1. De 9500 restar 5555

	9	5	0	0
○	○	○	○	○
*	*	*	*	*
	○			
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○		○	○	○

A 9 restarle 5

	-5	5	0	0
○	○	○	○	○
*	*	*	*	*
	○			
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○		○	○	○

Restar 5 al 5

4 **-5** 0 0

○	○	●	○	○
*	*	*	*	*
○	●	○	○	○
○	●	○	○	○
○	●	○	○	○
○	○	○	○	○

Restar 5 a 0: +5-1 izq.* (*-1 izq.=+9+1izq)

4 0 **-5** 0

○	○	○	○	○
.	○	○	○	○
*	*	*	*	*
○	●	○	○	○
○	●	○	○	○
○	●	○	○	○
○	○	○	○	○

Restar 5 a 0: +5-1 izq.* (*-1izq=+4-5)

3 9 **5** **-5**

○	○	●	●	○
*	*	*	*	*
○	●	●	○	○
○	●	●	○	○
○	○	●	○	○
○	○	○	○	○

Resultado final: 3955

		3	9	5	5
○	○	●	●●	●●	●●
*	*	*	*	*	*
○	●	●			
○	●	●	○	○	○
○	○	●	○	○	○
○		○	○	○	○
○	○		○	○	○

Ejemplo 2. De 63570 restar 45231

6	3	5	7	0
●	○	●	●●	○
*	*	*	*	*
●	●		●	
○	●	○	○	○
○		○	○	○
○	○	○	○	○

Restando 4 de 6: +1-5

-4 3 5 7 0

●	○	●	●	○
*	*	*	*	*
●	●		●	
○	●	○	○	○
○		○	○	○
○	○	○	○	○

Restar 5 de 3: +5-1 izq.

2 **-5** 5 7 0

○	○	●	●	○
*	*	*	*	*
●	●	○	●	○
○	●	○	○	○
○	○	○	○	○

Restar 2 a 5: +3-5
 1 8 **-2** 7 0

○	●	●	●	○
*	*	*	*	*
●	●	○	●	○
○	●	○	○	○
○	○	○	○	○

Restar 3 a 7: +2-5
 1 8 3 **-3** 0

○	●	○	●	○
*	*	*	*	*
●	●	●	●	○
○	●	○	○	○
○	○	○	○	○

Restar 1 a 0: +9-1 izq.

1	8	3	4	-1
○	●	○	○	○
*	*	*	*	*
●	●	●	●	
	●	●	●	○
○	●	●	●	○
○			●	○
○	○	○		○

Resultado final: **18339**

1	8	3	3	9
○	●	○	○	●
*	*	*	*	*
●	●	●	●	●
	●	●	●	●
○	●	●	●	○
○			●	○
○	○	○	○	○

Actividad 1. Realice los ejercicios siguientes.

- Partiendo de 65 restar 5 hasta llegar a 0.
- Partiendo de 551 restar 55 hasta llegar a 1.
- Partiendo de 5552 restar 555 hasta llegar a 2.
- Partiendo de 510 restar 51 hasta llegar a 0
- Partiendo de 1250 restar 125 hasta llegar a 0.
- Partiendo de 3452 restar 345 hasta llegar a 2.
- Partiendo de 5040 restar 504 hasta llegar a cero.
- Partiendo de 3520 restar 352 hasta llegar a cero.
- Partiendo de 12453 restar 1245 hasta llegar a 3.
- Partiendo de 2451 restar 245 hasta llegar a 1.

Actividad 2. Efectúe las restas.

- a) 9675-5555 b) 9000-5555 c) 6521-5555 d) 9874-5432
 e) 2515-1543 f) 2054-1505 g) 85429-54301 h) 65874-45353
 i) 7410.1-5412.3 j) 0.54-0.45 k) 2 1.75-13.25

Restar 6: Menos 6

Los casos en que no puede restarse un seis en forma directa, es cuando se encuentra escrito cinco, cuatro, tres, dos uno y cero. La expresión para el procedimiento de modo de decena, es:

Modo de decena: +4-1 a la izquierda

Los siguientes ejemplos muestran la aplicación de este procedimiento.

Ejemplo 1. Restar 6666 de 7543

7	5	4	3
●	●	○	○
*	*	*	*
●	○	●	●
●	○	●	●
○	○	●	○
○	○	○	○

Restar 6 a 7

-6 5 4 3

●	●	○	○
*	*	*	*
●	○	●	●
●	○	●	●
○	○	●	○
○	○	○	○

Restar 6 a 5: +4-1 izq.

1 **-6** 4 3

○	○	○	○
*	*	*	*
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

Restar 6 a 4: $+4*-1$ izq.

$$* +4 = -1 + 5$$

$$0 \quad 9 \quad -6 \quad 3$$

○	○	○	○
*	*	*	*
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

Restar 6 a 3: $+4-1$ izq. $= -1+5-1$ izq.

$$8 \quad 8 \quad -6$$

○	○	○	○
*	*	*	*
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

Resultado final: **877**

$$8 \quad 7 \quad 7$$

○	○	○	○
*	*	*	*
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

Ejemplo 2. A 7210 restar 6666

7 2 1 0

○	○	○	○
*	*	*	*
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

Restar 6 a 7

-6 2 1 0

○	○	○	○
*	*	*	*
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

Restar 6 a 2: +4-1 izq.= -1+5-1 izq.

1 -6 1 0

○	○	○	○
*	*	*	*
○	○	○	
	○		○
○		○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

Restar 6 a 1: +4-1 izq.= -1+5-1 izq.

0 6 -6 0

○	○	○	○
*	*	*	*
	○		
	○	○	
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

Restando 6 a 0: +4-1 izq.

5 5 -6

○	○	○	○
*	*	*	*
.			
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

Resultado final: **544**

	5	4	4
○	○	○	○
*	*	*	*
		○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○		

Actividad 1. Realice los siguientes ejercicios.

- Partiendo de 66 restar 6 hasta llegar a 0
- Partiendo de 662 restar 66 hasta llegar a 2
- Partiendo de 6660 restar 666 hasta llegar a 0
- Partiendo de 2630 restar 263 hasta llegar a 0.
- Partiendo de 625 restar 62 hasta llegar a 5.
- Partiendo de 4562 restar 456 hasta llegar a 2.
- Partiendo de 10260 restar 1026 hasta llegar a cero.
- Partiendo de 36560 restar 3656 hasta llegar a cero.
- Partiendo de 26530 restar 2653 hasta llegar a cero.
- Partiendo de 4630 restar 463 hasta llegar a cero.

Actividad 2. Efectúe las siguientes restas.

- | | | | |
|----------------|----------------|----------------|----------------|
| a) 6987-6666 | b) 9543-6666 | c) 73210-66666 | d) 5000-666 |
| e) 75846-64656 | f) 0.7-0.6 | g) 36985-13646 | h) 58210-34656 |
| i) 20584-12646 | j) 1.580-0.635 | k) 1.95-1.66 | l) 5.5-0.6 |

Restar 7: Menos 7

Cuando en una hilera se halla escrito seis, cinco, cuatro, tres, dos, uno y cero, no es posible restar directamente el siete. Sin embargo, indirectamente, se puede restar, aplicando la expresión de modo de decena.

Modo de decena: +3-1 izquierda

Analice los siguientes ejemplos de aplicación del modo de decena para restar siete.

Ejemplo 1. De 87654 restar 77777

8	7	6	5	4
○	○	○	○	○
*	*	*	*	*
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○

Restar 7 a 8

-7 7 6 5 4

8	7	6	5	4
○	○	○	○	○
*	*	*	*	*
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○

Restar 7 a 7

1 -7 6 5 4 (*1 izq.=+5+4-1 izq.)

○		●	●	●	○
*	*	*	*	*	
●	●	●		●	●
	●		○	●	
○		○	○	○	○
○	○	○	○	○	
○	○	○	○		

Restar 7 a 6: +3-1 izq.*

1 0 -7 5 4

○	○	●	●	○
*	*	*	*	*
●		●		●
	○		○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	

Restar 7 a 5: +3 -1 izq.

0 9 9 -7 4

○		●	●	●	○
*	*	*	*	*	
	●	●		●	
○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	
○	○	○	○	○	
○			○		

Restar 7 a 4: $+3*-1$ izq. ($*+3=-2+5$)

9 8 8 **-7**

○	●	●	●	○
*	*	*	*	*
○	●	●	●	●
○	●	●	●	●
○	●			●
○		○	○	

Resultado final: 9877

9 8 7 7

○	●	●	●	●
*	*	*	*	*
○	●	●	●	●
○	●	●		
○	●		○	○
○		○	○	○

Ejemplo 2. Restar 77777 de 83210

8 3 2 1 0

●	○	○	○	○
*	*	*	*	*
●	●	●	●	
●	●	●		○
●	●		○	○
		○	○	○
○	○	○	○	○

Restar 7 de 8

-7 3 2 1 0

●	○	○	○	○
*	*	*	*	*
●	●	●	●	
●	●	●		○
●	●		○	○
		○	○	○
○	○	○	○	○

Restar 7 de 3: +3*-1 izq. (*-3=-2+5)

1 **-7** 2 1 0

○	○	○	○	○
*	*	*	*	*
●	●	●	●	
	●	●		○
○	●		○	○
○		○	○	○
○	○	○	○	○

Restar 7 a 2: +3-1 izq.

0 6 **-7** 1 0

○	○	○	○	○
*	*	*	*	*
	●	●	●	
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○

Restar 7 a 1: +3-1 izq.

6 5 ~~7~~ 0

○	●	●	○	○
*	*	*	*	*
○	●	○	●	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○

Restar 7 a 0: +3-1 izq.

6 4 4 0

○	●	○	○	○
*	*	*	*	*
○	●	●	●	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○

Resultado final: **6433**

6 4 3 3

○	●	○	○	○
*	*	*	*	
○	●	●	●	●
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○

Actividad 1. Realice los siguientes ejercicios.

- a) Partiendo de 77 restar 7 hasta llegar a 0.
- b) Partiendo de 700 restar 70 hasta llegar a cero.
- c) Partiendo de 7772 restar 777 hasta llegar a 2.
- d) Partiendo de 76540 restar 7654 hasta llegar a cero.
- e) Partiendo de 32770 restar 3277 hasta llegar a cero.
- f) Partiendo de 67071 restar 6707 hasta llegar a 1.
- g) Partiendo de 7000 restar 700 hasta llegar a cero.
- h) Partiendo de 10670 restar 1067 hasta llegar a cero.
- i) Partiendo de 76070 restar 7607 hasta llegar a cero.
- j) Partiendo de 12672 restar 1267 hasta llegar a 2.

Actividad 2. Efectúe las siguientes restas.

- | | | | |
|---------------|---------------|-----------------|-----------------|
| a) 7000-777 | b) 68510-7675 | c) 86543-77777 | d) 5845-3677 |
| e) 15867-7756 | f) 5869 4572 | g) 80890 -77567 | h) 25.25-17.75 |
| i) 0.85-0.77 | j) 5.95-0.57 | k) 0.015-1.775 | l) 205.01-25.75 |

Restar 8: Menos 8

Los casos en que el ocho se resta en forma indirecta, usando el procedimiento del modo de decena es cuando se halla escrito en la hilera: siete, seis, cinco, cuatro, tres, dos, uno y cero.

El procedimiento para el modo de decena, queda expresado:

Modo de decena: +2-1 a la izquierda

Los siguientes dos ejemplos muestran la aplicación de este procedimiento.

Ejemplo 1. De 97654 restar 88888

9	7	6	5	4
●	●	●	●	○
*	*	*	*	*
●	●	●	○	●
●	●	○	●	●
●	○	●	●	●
○	○	○	○	○

Restar 8 de 9

-8 7 6 5 4

●	●	●	●	○
*	*	*	*	*
●	●	●	○	●
●	●	○	●	●
●	○	●	●	●
○	○	○	○	○

Restar 8 de 7: +2*-1 izq. (*+2=+3-5)

1 **-8** 6 5 4

○	●	●	●	○
*	*	*	*	*
●	●	●	○	●
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○

Restar 8 a 6: +2-1 izq.

0 9 **-8** 5 4

○	●	●	●	○
*	*	*	*	*
○	●	●	○	●
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○

Restar 8 a 5: +2-1 izq.

8 8 -8 4

○	○	○	○	○
*	*	*	*	*
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○

Restar 8 de 4

8 7 7 -8

○	○	○	○	○
*	*	*	*	*
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○

Resultado final: **8766**

8 7 6 6

○	○	○	○	○
*	*	*	*	*
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○

Ejemplo 2. De 93210 restar 88888

9 3 2 1 0

○	○	○	○	○
*	*	*	*	*
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○

Restar 8 de 9

-8 3 2 1 0

○	○	○	○	○
*	*	*	*	*
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○

Restar 8 de 3: +2-1 izq.= -3+5-1 izq.

1 -8 2 1 0

○	○	○	○	○
*	*	*	*	*
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○

Restar 8 de 2: +2-1 izq.

0 5 **-8** 1 0

○	○	○	○	○
*	*	*	*	*
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○

Restar 8 de 1: +2-1 izq.

4 4 **-8** 0

○	○	○	○	○
*	*	*	*	*
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○

Restando 8 de 0: +2-1 izq.

4 3 3 0

○	○	○	○	○
*	*	*	*	*
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○

Resultado final=

4322

	4	3	2	2
*	*	*	*	*
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○

Actividad 1. Realice los siguientes ejercicios.

- Partiendo de 88 restar 8 hasta llegar a cero.
- Partiendo de 800 restar 80 hasta llegar a cero.
- Partiendo de 881 restar 88 hasta llegar a 1
- Partiendo de 8888 restar 888 hasta llegar a cero.
- Partiendo de 7840 restar 784 hasta llegar a cero.
- Partiendo de 86450 restar 8645 hasta llegar a cero.
- Partiendo de 564780 restar 56478 hasta llegar a cero.
- Partiendo de 887650 restar 88765 hasta llegar a cero.

Actividad 2. Efectúe las siguientes restas.

- | | | | |
|--------------------|----------------|------------------|--------------|
| a) 9000-8888 | b) 9000-888 | c) 8956-8888 | d) 7568-4783 |
| e) 75848-58768 | f) 1.28-1.18 | g) 987456-876857 | h) 2.59-0.88 |
| i) 8654.89-4863.88 | j) 96301-87828 | | |

Restar 9: Menos 9

Cuando se tiene escrito en una hilera, ocho, siete, seis, cinco, cuatro, tres, dos, uno y cero, el nueve no puede restarse en forma directa. El procedimiento para el modo de decena, al restar el nueve, queda expresado así:

Modo de decena: +1 -1 a la izquierda

Los siguientes dos ejemplos, ilustran la aplicación de este modo, en el caso de restar nueve.

Ejemplo1. Restar 9999 a 98765

9	8	7	6	5
○	○	○	○	○
*	*	*	*	*
○	○	○	○	
○	○			○
○	○		○	○
○		○	○	○
	○	○	○	○

Restar 9 de 8: +1-1 izq.

9	-9	7	6	5
○	○	○	○	○
*	*	*	*	*
○	○	○	○	
○	○			○
○	○		○	○
○		○	○	○
	○	○	○	○

Restar 9 a 7: +1-1 izq.

8	9	-9	6	5
○	○	○	○	○
*	*	*	*	*
○	○	○	○	
○	○			○
○	○		○	○
○		○	○	○
	○	○	○	○

Restar 9 de 6: +1-1 izq.

8 8 8 **-9** 5

●	●	●	●	●
*	*	*	*	*
●	●	●	●	●
●	●	●	●	●
●	●	●	●	●
●	●	●	●	●

Restar 9 de 5: +1-1 izq.

8 8 7 7 5

●	●	●	●	●
*	*	*	*	*
●	●	●	●	●
●	●	●	●	●
●	●	●	●	●
●	●	●	●	●

Resultado final= **88766**

8 8 7 6 6

●	●	●	●	●
*	*	*	*	*
●	●	●	●	●
●	●	●	●	●
●	●	●	●	●
●	●	●	●	●

Ejemplo 2. Restar 99999 de 943210

9 4 3 2 1 0

●	●	●	●	●	●
*	*	*	*	*	*
●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●

Restar 9 de 4: +1-1 izq. = -4+5-1 izq.

9 **-9** 3 2 1 0

●	●	●	●	●	●
*	*	*	*	*	*
●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●

Restar 9 de 3: +1-1 izq.* (*-1=+4-5)

8 5 **-9** 2 1 0

●	●	●	●	●	●
*	*	*	*	*	*
●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●

Restar 9 de 2: +1-1 izq.

8 4 4 **-9** 1 0

*	*	*	*	*	*
●					
●	●	●	●	●	
●	●	●		●	●
	●	●	●	●	●
●			●	●	●

Restar 9 de 1: +1-1 izq.

8 4 3 3 **-9** 0

*	*	*	*	*	*
●					
●	●	●	●	●	
●	●	●	●		●
	●			●	●
●		●	●	●	●

Restar 9 de 0 +1-1 izq.

8 4 3 2 2 **-9**

*	*	*	*	*	*
●					
●	●	●	●	●	
●	●	●			●
	●		●	●	●
●		●	●	●	●

Resultado final: **843211**

8 4 3 2 1 1

*	*	*	*	*	*
●					
●	●	●	●	●	
●	●	●		●	●
	●		●	●	●
●		●	●	●	●

Actividad 1. Realizar los siguientes ejercicios.

- Partiendo de 99 restar 9 hasta llegar a 0
- Partiendo de 101 restar 9 hasta llegar a 2
- Partiendo de 900 restar 90 hasta llegar a cero.
- Partiendo de 990 restar 99 hasta llegar a cero.
- Partiendo 9870 restar 987 hasta llegar a 0
- Partiendo de 89050 restar 8905 hasta llegar a cero.
- Partiendo de 584910 restar 58491 hasta llegar a cero.
- Partiendo de 508790 restar 50879 hasta llegar a cero.

Actividad 2. Efectúe las siguientes restas.

- | | |
|---------------------|------------------------|
| a) $98765 - 9999$ | b) $95462 - 9999$ |
| c) $9109 - 999$ | d) $86485 - 59859$ |
| e) $52015 - 29879$ | f) $1.5 - 0.9$ |
| g) $75959 - 59894$ | h) $78568 - 49576$ |
| i) $85948 - 749599$ | j) $25.0004 - 18.9988$ |
| k) $25686 - 19797$ | |

UNIDAD V:



$$10/2=5$$

LA DIVISIÓN EN EL ÁBACO.

**TEMA 1. LA DIVISIÓN EN EL ÁBACO:
NOCIONES PRELIMINARES.**

El proceso de la división implica realizar restas consecutivas sobre el dividendo hasta llegar al resultado final. Por esta razón es importante tener un dominio pleno de esta operación. Recuerde además la forma de expresa el resultado de un producto. Por ejemplo: $5 \times 7 = 3_5$ (cinco por siete igual tres cinco), pues es lo que permite realizar la operación y colocar los resultados en su posición final.

Colocación de los elementos de la división:

En la división encontramos cuatro elementos: dividendo, divisor, cociente y residuo. Es muy importante colocar en su respectiva posición el dividendo, el divisor, y el cociente, pues el residuo irá apareciendo en la medida que el proceso de división se realiza mientras el dividendo va desapareciendo, además, es muy útil para saber dónde aparecerán las cifras decimales en el cociente.

El divisor se ha de colocar o escribir en el extremo izquierdo del ábaco, comenzando del borde, cuatro hileras después (las que se dejan vacías) se escribe el dividendo. El cociente se escribe a la izquierda del dividendo, quedando este, entre el divisor y el dividendo. El residuo, aparece mientras el dividendo va desapareciendo durante el proceso de división.

Se desea dividir 986 entre 627.

Divisor

dividendo

6 2 7 (4 hileras libres) 9 8 6

6	2	7	(4 hileras libres)				9	8	6
●	●	●					●	●	●
*	*	*					*	*	*
●	●	●					●	●	●
●	●	●					●	●	●
●	●	●					●	●	●
●	●	●					●	●	●

Se divide 986 (dividendo) entre 7 (divisor), el primer cociente es 1.

7		1	9	8	6					
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○			○		○	○	○		○	
○	○	○		○	○	○		○	○	○
○	○	○	○	○	○	○		○	○	○
○	○	○	○	○	○	○		○	○	○

Al continuar efectuando la división anterior, se obtiene un residuo de 2, quedando un nuevo dividendo de 86.

7		1	<u>2</u>	(8	6)					
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○			○		○	○			○	
○	○	○		○	○	○		○	○	○
○	○	○	○	○	○	○		○	○	○
○	○	○	○	○	○	○		○	○	○

nuevo dividendo = 86
Residuo = 2

Colocación del punto decimal:

Cuando se realizan divisiones de números enteros, es posible que ésta sea exacta o inexacta, es decir, el residuo sea cero o no. Es necesario ubicar de antemano la posición del punto decimal, y de esta manera, obtendremos del cociente, su parte entera y su parte decimal.

Para ello, hacemos lo siguiente:

- Contamos el número de cifras enteras del divisor.
- A este resultado le sumamos 1.
- Contamos a partir de la unidad del dividendo, tantas hileras a la izquierda, como cifras nos dio el resultado anterior.
- En esta posición colocamos el punto decimal.

Se efectúa la división: $94 / 5 = 18.8$

5						9	4					
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*

Colocamos los elementos:
 dividendo y divisor
 Contamos el número de cifras del
 divisor, el resultado es 1.
 Sumamos 1 al resultado: 2

5						9	4					
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*

Contamos dos espacios a partir
 del 4, hacia la izquierda, y
 colocamos el punto decimal.

5						1	8	.	8			

○				○	○						
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

El resultado es 18.8

$$9372 / 107 = 87.588$$

1 0 7 9 8 7 2

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

El divisor tiene 3 cifras.
 Le sumamos 1 al resultado y se obtiene 4

1 0 7 9 8 7 2

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Contamos cuatro hileras hacia la izquierda del 2, colocamos en esta posición, el punto decimal.

1 0 7 8 7 5 8 8

○	○	●	○	○	●	●	●	●	●	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
●		●			●	●		○	●	●	
○	○	●	○	○	●	●	○	○	●	●	○
○	○	○	○	○			○				○
○	○	○	○	○	○	○	○	○			○

El cociente resultante es 87.588

TEMA 2. División con una Cifra en el Divisor.

Al realizar una división con una cifra en el divisor, sea esta exacta o no, se debe escribir el divisor y el dividendo en sus respectivas posiciones, para esto se siguen los siguientes pasos: Tomar la primera o las dos primeras cifras de la izquierda del dividendo y dividirlo entre la cifra del divisor.

1. El posible resultado de esta división se escribe un espacio a la izquierda del dividendo, si se tomó una cifra, o inmediatamente a la izquierda del dividendo si se tomaron dos cifras. Este será el primer cociente.
2. Se multiplica el cociente por el divisor, y el resultado, se resta de la cifra o cifras tomadas del dividendo.
3. Se repiten los pasos 1 a 3, hasta que el residuo dé como resultado cero (si es exacta), o bien cuando lo considere suficiente, si la división es inexacta. El cociente, se escribe a la derecha del cociente anterior.

El siguiente ejemplo, ilustra la aplicación de este procedimiento. Sígalo con sumo cuidado en su ábaco.

Ejemplo 1. 5768 entre 4

4					5	7	6	8	
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○						○	○	○	
○	○	○	○	○	○	○		○	○
○	○	○	○	○	○		○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Se colocan tanto el dividendo como el divisor en sus respectivas posiciones. El punto decimal se halla implícitamente después del 8.

					5	7	6	8	
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*		*	*
○						○	○	○	
○	○	○	○	○	○	○		○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

El divisor tiene una cifra, se suma uno y se obtiene 2. El decimal se desplaza dos espacios a la izquierda de su posición inicial. Se toma el 5 y se divide entre 4
 $6 / 4 = 1$
 Se escribe el cociente un espacio a la izquierda del dividendo (se tomó una cifra)

					5	7	6	8	
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*		*	*
○			○			○	○	○	
○	○	○		○	○	○		○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Multiplicamos el cociente 1, por el divisor 4
 $1 \times 4 = 0_4$

					5	7	6	8	
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*		*	*
○			○			○	○	○	
○	○	○		○	○	○		○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Restamos este resultado a la cifra de la derecha del 1.
 $= -5 + 1$

4			1		<u>1</u>	<u>7</u>	6	8		
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○			○		○	○	○	○		
○	○	○		○		○		○	○	
○	○	○	○	○	○		○	○	○	
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Dividimos nuevamente el dividendo entre el divisor. Para ello tomamos dos cifras: el 17

$17 / 4 = 4$

4			1	4	1	7	6	8		
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○			○	○	○	○	○	○		
○	○	○		○		○		○	○	
○	○	○	○	○	○		○	○	○	
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Escribimos el nuevo cociente 4, a la derecha del primero, y lo multiplicamos por el divisor 4:

$4 \times 4 = 16$

4			1	4	-1	-6	6	8		
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○			○	○	○	○	○	○		
○	○	○		○		○		○	○	
○	○	○	○	○	○		○	○	○	
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

El producto 16, lo restamos del dividendo:

4			1	4		<u>1</u>	<u>6</u>	8		
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
●			●	●		●	●			
●	●	●		●	●			●	●	
●	●	●	●	●	●	●	●	●		●
●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●

Tomamos el dividendo 16 y lo dividimos entre el divisor:
 $16 / 4 = 4$

4			1	4	4	1	6	8		
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
●			●	●	●	●	●			
●	●	●		●	●			●	●	
●	●	●	●	●	●	●	●	●		●
●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●

Escribimos el cociente 4 a la derecha del 1.
 Multiplicamos el nuevo cociente por el divisor:
 $4 \times 4 = 16$

4			1	4	4	-1	-6	8		
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
●			●	●	●	●	●			
●	●	●		●	●			●	●	
●	●	●	●	●	●	●	●	●		●
●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●

Restamos el resultado del producto al 16 del dividendo.

4			1	4	4			<u>8</u>	
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*		*	*
○			○	○	○			○	
○	○	○		○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Dividimos ahora el ocho, la última cifra del dividendo entre el divisor:

$$8 / 4 = 2$$

4			1	4	4	2	-0	-8	
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*		*	*
○			○	○	○	○		○	
○	○	○		○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Escribimos el nuevo cociente
Lo multiplicamos por el divisor y restamos el resultado al dividendo.

$$2 \times 4 = 08$$

4			1	4	4	2			
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*		*	*
○			○	○	○	○			
○	○	○		○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

El resultado final es 442

Note que el resultado está formado solamente por una parte entera. Además, el dividendo fue desapareciendo poco a poco.

Ejemplo 2. 65432 entre 9

9					6	5	4	3	2		
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*

Desplazamos el punto decimal hacia la izquierda, de dos espacios o hileras.

9					6	5	4	3	2		
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*

Se toman las dos primeras cifras del dividendo y la dividimos entre el divisor 9:
 $65 / 9 = 7$

9					7	6	5	4	3	2	
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*

Escribimos el cociente siete, inmediatamente a la izquierda del dividendo tomamos dos cifras de él.

9 7 -6 -3 4 3 2

●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*		*	*	*	*	*
○				○	○		○	○	○			
○	○	○	○	○		○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○		○	○	○
○	○	○	○	○	○	○			○	○	○	○

Multiplicamos $7 \times 9 = 63$ y lo restamos al dividendo.

9 7 2 4 3 2

●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*		*	*	*	*	*
○				○		○	○	○	○			
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○		○	○	○
○	○	○	○	○	○	○			○	○	○	○

Tomamos las siguientes dos cifras del dividendo y la dividimos entre 9:
 $24 / 9 = 2$

9 7 2 2 4 3 2

●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*		*	*	*	*	*
○				○	○	○	○	○	○			
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○		○	○	○
○	○	○	○	○	○	○			○	○	○	○

El nuevo cociente se escribe a la derecha del 7, el primer cociente.

9 7 2 -1 4 3 2

●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*		*	*	*	*
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Multiplicamos el 2 x 9 = 18 el resultado lo restamos al dividendo 24
 Primero restamos el 1 al 2...

9 7 2 1 -8 3 2

●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*		*	*	*	*
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

... luego restamos el 8 al cuatro (+2-1 izq. =-3+5-1 izq.).

9 7 2 6 3 2

●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*		*	*	*	*
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Tomemos ahora el 63 y lo dividimos entre 9:
 $63 / 9 = 7$

9					7	2	7	6	3	2		
●	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Escribimos el cociente 7 a la derecha del 2

9					7	2	7	-6	-3	2		
●	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Ahora, multipliquemos este cociente por el divisor:
 $7 \times 9 = 69$
El resultado, lo restamos del dividendo.

9					7	2	7			2	0	
●	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Note que hay un residuo menor que el divisor, por lo cual, dividimos $20 / 9$.

Este nuevo cociente, lo escribiremos a la derecha del punto decimal. Recuerde que al dividir 2 entre 9, nos resulta un cero como cociente y escribiríamos un punto decimal (al hacer el cálculo en papel) y lápiz). $20 / 9 = 2$

9 7 2 7 0 2 2 0

●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
●				●	●	●		●	●		
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Escribimos el nuevo cociente: 2

9 7 2 7 0 2 -1 0

●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
●				●	●	●		●	●		
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Multiplicamos el nuevo cociente por el divisor:
 $2 \times 9 = 18$ y lo restamos al dividendo
 Restamos el 1 al 2....

9 7 2 7 0 2 1 -8

●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*		*	*	*	*
●				●	●	●		●	●		
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

... restamos 8 al 0 (+2-1 izq.)

9	7	2	7	0	2	<u>2</u>	0							
9	7	2	7	0	2	<u>2</u>	0	*	*	*	*	*	*	*
9	7	2	7	0	2	<u>2</u>	0	9	7	2	7	0	2	0
9	7	2	7	0	2	<u>2</u>	0	9	7	2	7	0	2	0
9	7	2	7	0	2	<u>2</u>	0	9	7	2	7	0	2	0
9	7	2	7	0	2	<u>2</u>	0	9	7	2	7	0	2	0

Dividimos 20 entre 9 y resulta:
 $20 / 9 = 2$

9	7	2	7	0	2	2	2	2	0					
9	7	2	7	0	2	2	2	2	0	*	*	*	*	*
9	7	2	7	0	2	2	2	2	0	9	7	2	7	0
9	7	2	7	0	2	2	2	2	0	9	7	2	7	0
9	7	2	7	0	2	2	2	2	0	9	7	2	7	0
9	7	2	7	0	2	2	2	2	0	9	7	2	7	0

Escribimos el nuevo cociente a la derecha del 2.

9	7	2	7	0	2	2	2	2	0					
9	7	2	7	0	2	2	2	2	0	*	*	*	*	*
9	7	2	7	0	2	2	2	2	0	9	7	2	7	0
9	7	2	7	0	2	2	2	2	0	9	7	2	7	0
9	7	2	7	0	2	2	2	2	0	9	7	2	7	0
9	7	2	7	0	2	2	2	2	0	9	7	2	7	0

Multiplicamos el $2 \times 9 = 18$ y se resta el resultado al 20 este proceso es similar al paso anterior.

9					7	2	7	0	2	2	2
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○				○	○	○			○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Al realizar el proceso de resta queda:

Cociente: 727.222

En el caso de que el divisor, o el dividendo, o ambos a la vez, tuvieran cifras decimales, el desplazamiento del punto hasta su posición final, seguirá la misma regla, como si tales fueran enteros. El punto se moverá a la izquierda a partir de su posición inicial. La división se realizará como si de números enteros se tratara.

Ejemplo 3. Dividir 75.31 entre 0.4

4					7	5	3	1			
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○					○	○			○	○	
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Observe que sólo se colocó punto decimal al dividendo, pues es éste quien indicará la posición de los decimales en el cociente.

Al realizar el conteo del número de cifras enteras del divisor, se obtiene el valor de 0, pues no lo hay. Si a este valor le sumamos 1, el resultado es: 1.

4					<u>7</u>	5	3	1		
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
●					●		●	●		
●	●	●	●	●	●	●	●		●	●
●	●	●	●	●	●	●	●		●	●
●	●	●	●	●	●	●	●		●	●

Movemos el punto decimal del dividendo, 1 espacio hacia la izquierda, y comenzamos a realizar la división, como si de números enteros se trata.
 $7 / 4 = 1$

4					1	7	5	3	1	
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
●			●		●		●	●		
●	●	●		●	●	●	●		●	●
●	●	●	●	●	●	●	●		●	●
●	●	●	●	●	●	●	●		●	●

Escribimos el cociente 1 un espacio a la izquierda del 7, el dividendo, pues sólo se tomó una cifra de él.

4					1	-0	-4	5	3	1
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
●			●		●		●	●		
●	●	●		●	●	●	●		●	●
●	●	●	●	●	●	●	●		●	●
●	●	●	●	●	●	●	●		●	●

Realizamos el producto:
 $1 \times 4 = 04$
El resultado lo restamos al dividendo.
 $-4 = +1-5$

4 **1** 3 5 3 1

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○			○		○		○	○		
○	○	○		○	○	○	○		○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Dividimos el 35 entre el 4:
35

4 **1 8** 3 5 3 1

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○			○	○	○		○	○		
○	○	○		○	○	○	○		○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Escribimos el nuevo cociente 8 a la derecha del 1.

4 **1 8** -3 5 3 1

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○			○	○	○		○	○		
○	○	○		○	○	○	○		○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Multiplicamos este cociente por el divisor, y lo restamos del dividendo.

$$8 \times 4 = 32$$

Restamos 3...

4 **1 8** -2 3 1

○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○			○	○		○	○	○	○	
○	○	○		○	○	○	○		○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

... Restamos 2
 $-2 = +3 - 5$

4 **1 8** 3 3 1

○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○			○	○		○	○	○		
○	○	○		○	○	○	○		○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Dividimos 33 entre el divisor
 $33 / 4 = 8$

4 **1 8** 8 3 3 1

○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○			○	○		○	○	○		
○	○	○		○	○	○	○		○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Escribimos el nuevo cociente a la derecha del ocho.

4 **1 8** 8 -3 -2 1

○	○	○	○	●	●	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*		*	*	*	*
●			●	●	●	●	●	●		
●	○	○		●	●	●	●		○	○
●	○	○	○	●	●	●	●	○	○	○
●	○	○	○					○	○	○

Multiplicamos el 8 por el divisor, y el resultado lo restamos al dividendo:
 $8 \times 4 = 32$

4 **1 8** 8 1 1

○	○	○	○	●	●	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*		*	*	*	*
●			●	●	●		●	●		
●	○	○		●	●	○			○	○
●	○	○	○	●	●	○	○	○	○	○
●	○	○	○			○	○	○	○	○

Dividimos 11 entre 4:
 $11 / 4 = 2$

4 **1 8** 8 **2** 1 1

○	○	○	○	●	●	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*		*	*	*	*
●			●	●	●	●	●	●		
●	○	○		●	●	●			○	○
●	○	○	○	●	●		○	○	○	○
●	○	○	○			○	○	○	○	○

Escribimos el cociente a la derecha del ocho.

4 **1 8 8 2** -1 -1

○	○	○	○	●	●	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
●			●	●	●	●	●			
●	○	○		●	●	●			○	○
●	○	○	○	●	●		○	○	○	○
●	○	○	○			○	○	○	○	○

Multiplicamos el cociente 2 por el divisor:

$2 \times 4 = 08$, este resultado, lo restamos del 11

$-8 = +2-1$ izq.

4 **1 8 8 2** 3 0

○	○	○	○	●	●	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
●			●	●	●	●		●		
●	○	○		●	●	●		●	○	○
●	○	○	○	●	●		○	○	○	○
●	○	○	○			○	○	○	○	○

Dividimos 30 entre 4

$30 / 4 = 7$

4 **1 8 8 2 7** 3 0

○	○	○	○	●	●	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
●			●	●	●	●	●			
●	○	○		●	●	●	●	○	○	○
●	○	○	○	●	●		○	○	○	○
●	○	○	○			○	○	○	○	○

Escribimos el cociente 7 a la derecha del 2

4 **1 8 8 2 7** -2 0

○	○	○	○	●	●	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*		*	*	*	*
●			●	●	●	●	●	●		
●	○	○		●	●	●	●	○	○	○
●	○	○	○	●	●			○	○	○
●	○	○	○			○	○		○	○

Multiplicando el cociente por el divisor:
 $7 \times 4 = 28$. El resultado lo restamos del dividendo.

Primero restamos 2

4 **1 8 8 2 7 1** -8

○	○	○	○	●	●	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*		*	*	*	*
●			●	●	●	●	●	○		
●	○	○		●	●	●	●	○	○	○
●	○	○	○	●	●			○	○	○
●	○	○	○			○	○	○	○	○

... restamos ahora el 8:
 $-8 = +2-1$ izq.

4 **1 8 8 2 7 0 2 0**

○	○	○	○	●	●	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*		*	*	*	*
●			●	●	●	●	●	○		
●	○	○		●	●	●	●	○	○	○
●	○	○	○	●	●			○	○	○
●	○	○	○			○	○	○	○	○

Para terminar, dividimos 20 entre 4:
 $20 / 4 = 5$

4 1 8 8 2 7 5 2 0

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○			○	○	○	○	○		○	
○	○	○		○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○			○	○	○
○	○	○	○			○	○	○	○	○

Escribimos el cociente 5 a la derecha del 7.

4 1 8 8 2 7 5 -2 -0

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○			○	○	○	○	○		○	
○	○	○		○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○			○	○	○
○	○	○	○			○	○	○	○	○

Multiplicamos el cociente:
 $5 \times 4 = 20$ y el resultado lo restamos del dividendo

4 1 8 8 2 7 5 0 0

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○			○	○	○	○	○		○	
○	○	○		○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○			○	○	○
○	○	○	○			○	○	○	○	○

Observe que el residuo es cero, entonces:

El cociente es: **188.275**

Actividad 1. Realiza las siguientes divisiones.

- a) 12345 entre 4 b) 23456 entre 6 c) 465/81 entre 3
d) 542359 entre 2 e) 879458 entre 3 f) 587405 entre 7
g) 568974 entre 8 h) 56874 entre 9 i) 741025 entre 5
j) 85213 entre 6 k) 963258 entre 4 l) 2154687 entre 9

Actividad 2. Realiza las siguientes divisiones con decimales

- a) 45875 entre 0.2 b) 587458 entre 0.3 c) 25759 entre 0.4
d) 45876 entre 0.5 e) 98745 entre 0.6 f) 859654 entre 0.5
g) 855458 entre 0.9 h) 853215 entre 0.

Actividad 3. Realiza las siguientes divisiones.

- a) 857.54 entre 0.8 b) 584.514 entre 5
c) 25.214 entre 0.7 d) 8365.014 entre 6

Actividad 4. Realiza las divisiones siguientes.

Después de colocar el punto decimal en su respectiva posición, desplazarlo hacia la derecha tantas hileras como ceros haya a la derecha del punto decimal del divisor.

- a) 5257 entre 0.05 b) 58748 entre 0.008
c) 45815 entre 0.005 d) 45298 entre 0.006
e) 54825 entre 0.08 f) 458.25 entre 0.05
g) 3036 entre 0.003 h) 23.154 entre 0.004

TEMA 3. División con dos o más Cifras en el Divisor.

La división con dos o más cifras en el divisor, se realiza de igual manera como si de una cifra se trate. Lo único adicional es el hecho que ha de tomarse dos o tres cifras del dividendo, o tres o cuatro cifras en el dividendo, en el caso que el divisor tenga dos o tres cifras respectivamente.

Por otro lado, ahora habrá que multiplicar por el cociente cada cifra del divisor y restarlo del dividendo, hasta obtener residuo igual a cero o diferente de cero, lo que conlleva a resultados con cifras decimales.

Ejemplo 1. Dividir 12345 entre 24

2	4					1	2	3	4	5	
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○					○	○	○	○		
○	○	○	○	○	○		○	○	○	○	○
	○	○	○	○	○	○		○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○		○	○	○

Movemos el punto decimal hacia la izquierda de su posición inicial siguiendo la regla. El divisor tiene dos cifras y le sumamos 1, resulta 3. Entonces, movemos el punto 3 posiciones a la izquierda.

2	4					<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	4	5	
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○					○	○	○	○		
○	○	○	○	○	○		○	○	○	○	○
	○	○	○	○	○	○		○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○		○	○	○

Al tomar dos cifras del dividendo, no se puede realizar la división, por lo cual, se toman 3 cifras, y resulta:
 $123 / 24 = 5$

2	4				5	1	2	3	4	5	
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○										
○	○	○	○	○	○					○	○
		○	○	○	○	○				○	○
○	○	○	○	○	○	○	○			○	○
○		○	○	○	○	○	○	○		○	○

Como el número de cifras tomadas del dividendo es mayor que el del divisor, el cociente se escribe a la izquierda del dividendo.

2	4				5	-1	-0	3	4	5	
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○										
○	○	○	○	○	○					○	○
		○	○	○	○	○				○	○
○	○	○	○	○	○	○	○			○	○
○		○	○	○	○	○	○	○		○	○

Multiplicamos el cociente por la cifra de la decena del divisor: $5 \times 2 = 1_0$
Este resultado lo restamos al dividendo

2	4				5	-2	-0	4	5		
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	
○	○										
○	○	○	○	○	○					○	○
		○	○	○	○	○				○	○
○	○	○	○	○	○	○	○			○	○
○		○	○	○	○	○	○	○		○	○

Se multiplica ahora el cociente por la cifra de la unidad del divisor:
 $5 \times 4 = 2_0$ el resultado lo restamos del dividendo.

2	4				5			<u>3</u>	<u>4</u>	5	
○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○							○	○		
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
	○	○	○	○	○	○	○		○	○	○
○		○	○	○	○	○	○	○		○	○

Tomamos el 34 y lo dividimos entre el divisor: $34 / 24 = 1$

2	4				5	1		<u>3</u>	<u>4</u>	5	
○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○					○		○	○		
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
	○	○	○	○	○	○	○		○	○	○
○		○	○	○	○	○	○	○		○	○

Escribimos el cociente 1 a la derecha del 5.

2	4				5	1	3	4	5	
○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○					○		○	○	
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
	○	○	○	○	○	○	○		○	○
○		○	○	○	○	○	○	○		○

El cociente 1, lo multiplicamos por la decena del divisor:
 $1 \times 2 = 0_2...$

2 4 **5 1** -0 -2 4 5

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○				○			○	○		
○	○	○	○	○	○			○	○	○	○
	○	○	○	○	○	○		○	○	○	○
○		○	○	○	○	○			○	○	○

... este resultado lo restamos del dividendo.

2 4 **5 1** 1 4 5

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○				○			○	○		
○	○	○	○	○	○			○	○	○	○
	○	○	○	○	○	○		○	○	○	○
○		○	○	○	○	○			○	○	○

Multiplicamos el cociente 1 por la cifra de la unidad del divisor.
 $1 \times 4 = 0_4...$

2 4 **5 1** -0 -4 5

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○				○			○	○		
○	○	○	○	○	○			○	○	○	○
	○	○	○	○	○	○		○	○	○	○
○		○	○	○	○	○			○	○	○

... el resultado 0_4 lo restamos del dividendo.

2 4 5 1 1 0 5

○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○					○		○			
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○		○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Dividimos ahora
 $105 / 24 = 4$

2 4 5 1 4 1 0 5

○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○					○		○			
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○		○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Escribimos el nuevo cociente 4 a la derecha del 1.
 Multiplicamos el cociente 4 por la decena del divisor.
 $4 \times 2 = 0_8...$

2 4 5 1 4 -0 -8 5

○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○					○		○			
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○		○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

... restamos el resultado 0_8 del dividendo.
 En el caso de restar 8
 $-8 = +2 -1$ a la izquierda.

2 4 5 1 4 0 2 5

○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
●	●					●	●		●		
●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○		○	○	○	○	○		○	○	○	○

Multiplicamos el cociente 4 por la unidad del divisor:
 $4 \times 4 = 1_6 \dots$

2 4 5 1 4 0 -1 5

○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
●	●					●	●		●		
●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○		○	○	○	○	○		○	○	○	○

... el resultado 1_6 lo restamos.
 Primero restamos el 1...

2 4 5 1 4 0 1 -6

○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
●	●					●	●		●		
●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○		○	○	○	○	○		○	○	○	○

... restamos el 6 al 5:
 $-6 = +4 - 1 \text{ izq.}$

2	4					5	1	4		9	0
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○										
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Dividimos $90 / 24 = 3$

2	4					5	1	4	3	9	0
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○										
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Escribimos el cociente 3 a la derecha del 1.

Multiplicamos el cociente 3 por la decena del divisor:
 $3 \times 2 = 0_6...$

2	4					5	1	4	3	-0	-6	0
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○											
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

... restamos el resultado 0_6

2	4					5	1	4	3	3	0
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○					○		○	○	○	
○	○	○	○	○	○	○		○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○		○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○		○	○	○	○

Multiplicamos el cociente 3 por la unidad del divisor:
 $3 \times 4 = 1_2...$

2

4						5	1	4	3	-1	0
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○					○		○	○	○	
○	○	○	○	○	○	○		○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○		○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○		○	○	○	○

... restamos 1_2 de 30
 Comenzamos restando 1...

2	4					5	1	4	3	2	-2
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○					○		○	○	○	
○	○	○	○	○	○	○		○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○		○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○		○	○	○	○

... restamos luego el 2.
 $-2 = +8 - 1$ izq.

2	4					5	1	4	3			1	8
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○									○		○	○
○	○	○	○	○	○					○	○		○
	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○		○	○	○	○	○	○			○	○	○	○

Puesto que en este caso no podemos continuar con la división, tenemos un residuo de 18 y un cociente de 514.3

Actividad 1. Efectúe las siguientes divisiones.

- a) 1234/12 b) 2345/25
- c) 34567/34 d) 56487/52
- e) 85458/36 f) 65410/54
- g) 874584/47 h) 254878/87
- i) 235874/54 j) 89748/8/

Actividad 2 Realicemos divisiones con tres cifras.

- a) 874785/541 b) 254145/251
- c) 254145/102 d) 580125/254
- e) 8452548/846 f) 8421254/ 254
- g) 587421/587 h) 86597/795

Actividad 3. Dividamos con decimales.

- a) 458699/1.5 b) 52541/2.4
- c) 68745/22.5 d) 86584/5.6
- e) 2.548/21 f) 52.458/65
- g) 25.784/254 h) 98.5/9
- i) 0.9/4 j) 4.5/0.05
- k) 3.54/0.05 l) 3.54/0.005

UNIDAD VI:



$$\sqrt{25}$$

LA RAÍZ CUADRADA EN EL ÁBACO.

TEMA 1. RAÍZ CUADRADA DE NÚMEROS ENTEROS.

En el proceso de extracción de una raíz cuadrada, podemos encontrar los siguientes elementos:

- a) Radicando o parte radical: es el número al cual se le aplicará la raíz cuadrada.
- b) Raíz, es el resultado final de la operación.
- c) Residuo, el cual va apareciendo a continuación de la parte radical que va desapareciendo.

Durante el proceso, el radicando va desapareciendo y la raíz va apareciendo. Sobre el ábaco, ha de realizarse algunas operaciones auxiliares que luego van borrándose. Así, por ejemplo:

$\sqrt{784} = 28$ el 784 es el radicando y el 28 es la raíz. El residuo es cero, por lo que el resultado es un entero.

Colocación de los elementos.

El radicando ha de colocarse en el extremo derecho del ábaco. En función del número de cifras decimales que queramos obtener para la raíz, el radicando se desplazará a la izquierda dos espacios o varillas, por cada cifra decimal que queramos:

*	*	*	*	*	*	*	*	*	*		*

En este caso, solo nos interesará la parte entera, por lo que aparecerá un residuo. Dejamos el radicando en el borde del ábaco.

9 6 4

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
							○	○	○		
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

En este caso, queremos que la raíz tenga una cifra decimal. Desplazamos el radicando dos espacios o varillas a la izquierda.

9 6 4

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
					○	○	○				
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

En este caso, queremos que la raíz tenga dos cifras decimales. Corremos por lo tanto el radicando cuatro varillas o espacios a la izquierda.

9 6 4

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
					○	○	○				
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Se extraerá la raíz cuadrada a una cifra decimal. De igual manera se desea que la raíz contenga dos cifras decimales.

La raíz ha de colocarse en el extremo izquierdo del ábaco. A medida que se va realizando la operación.

Los cálculos auxiliares se han de realizar entre la raíz y el radicando. Una vez utilizado su resultado, se borrará éste, quedando nuevamente un espacio entre el radicando y la raíz.

En relación al punto decimal de la raíz, éste se colocará en su posición, una vez que se comienza a extraer la raíz cuadrada a la parte decimal del radicando.

Algoritmo de la Raíz Cuadrada.

Para extraer la raíz cuadrada a una expresión o cantidad, se deben seguir los siguientes pasos.

1. Se escribe el radicando tomando en cuenta el número de cifras decimales que se desea para la raíz
2. Mentalmente se divide el radicando en períodos de dos cifras, de derecha a izquierda, comenzando a partir del punto decimal. Es posible que el primer período (de la izquierda) tenga una sola cifra.
3. Se extrae la raíz cuadrada al primer período, al cual llamaremos "período activo".
4. Mentalmente elevamos al cuadrado este resultado y lo restamos del período activo.
5. Duplicamos mentalmente la raíz hallada y colocamos el resultado en el extremo izquierdo del ábaco, a este valor llamaremos "cifra duplicada".
6. El residuo de la resta junto con el segundo período, forman una nueva cifra, y es ahora nuestro "período activo".
7. A la derecha de nuestra "cifra duplicada", colocamos un dígito de tal manera que, al multiplicar esta nueva cifra formada por el dígito agregado, da como resultado un número menor o igual que el "período activo". Este producto puede realizarse en el centro del ábaco, y una vez realizado, se borra.
8. El resultado anterior se resta del "período activo".
9. A la nueva cifra formada a la izquierda, le sumamos el valor de su última cifra, siendo ésta, nuestra nueva "cifra duplicada".
10. Repetimos los pasos 7 a 9, hasta que el residuo sea cero, o hallamos obtenido el número de cifras decimales deseadas.
11. La raíz cuadrada de la expresión se obtendrá dividiendo por "dos", nuestra última "cifra duplicada". Operación que podremos hacer mentalmente o sobre el ábaco.

A continuación, se presenta una serie de ejemplos, los cuales deben seguirse sobre el ábaco.

Ejemplo 1. Extraer $\sqrt{784} = 28$

7 8 4

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Como no sabemos si el radicando tiene raíz exacta, dejamos dos espacios libres, para obtener al menos una cifra decimal en la raíz, si la hay. Observe donde está colocado el punto decimal del radicando.

7' 8 4'

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Mentalmente separamos en períodos de dos, nuestro radicando, comenzando a partir del punto decimal:

$$7-84-00$$

7' 8 4'

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

El 7 es nuestro primer período activo. Extraemos su raíz.

La raíz cuadrada de 7 es aproximadamente 2.

Elevamos al cuadrado este resultado:

$$2^2=4$$

-4	8	4	0	0							
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

El resultado lo restamos de nuestro período activo.

$$-4 = -5 + 1$$

4							3	8	4'	0	0
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

La raíz obtenida la duplicamos y escribimos su resultado en el extremo izquierdo del ábaco: es nuestra primera "cifra duplicada".

A su vez, el 384 es nuestro segundo período activo.

4							3	8	4'	0	0
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

El residuo 3 junto al segundo período, forman nuestro segundo período activo: 384

4	8										
		3	8	<u>4</u>	0	0					
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○										
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

A la derecha de la cifra duplicada (el cuatro) escribimos un dígito tal que, al multiplicar esta nueva cifra por éste dígito, dé como resultado un número menor o igual a nuestro período activo.
Probamos con el ocho.

4	8		3	8	4		3	8	<u>4</u>	0	0
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○										
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Efectuamos el producto $48 \times 8 = 384$. Como en este caso es igual a 1 período activo, procedemos a restarlo.

4	8		3	8	4		-3	-8	- <u>4</u>	0	0
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○										
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Realizamos la resta del resultado y el período activo. Luego borramos el resultado de la operación auxiliar.

4 8

0 0

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Se puede observar que el resultado es cero, lo cual indica que la raíz es exacta.

4 + 8

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Finalmente necesitamos escribir nuestra segunda cifra duplicada. Para ello, sumamos al 48, su última cifra.

+8 = -2 + 1 izq. 5 6

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Este valor es nuestra segunda y última cifra duplicada. Nuestra raíz cuadrada de 784, se obtendrá al dividir entre dos esta cifra:

56 / 2 = 282 8

*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*

Observe que hay dos cifras enteras en la raíz, el 2 y el 8, pero no hay cifras decimales, el número de períodos en que se divide el radicando, es igual al número de cifras enteras que tendrá la raíz.

Respuesta: **28**

Ejemplo 2. Extraer $\sqrt{352}$

3 5 2

*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*

Dejamos cuatro espacios libres a la derecha del radicando, pues deseamos obtener dos cifras decimales en el resultado

3' 5 2' 0 0' 0 0

*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*

Separamos el radicando en períodos de dos a partir del punto decimal 3—52—00—00

3' 5 2' 0 0' 0 0

○	○	○	○	○	○	○	○		○	●	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*		*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○	○	○		○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○		○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○		○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○		○	○	○	○	○	○	○

El tres es nuestro primer período activo. Extraemos su raíz. $\sqrt{3} = 1$
Elevamos al cuadrado el resultado: $1^2=1$

2 -1' 5 2' 0 0' 0 0

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Se resta 1 al período activo. Duplicamos el 1 ($1 \times 2 = 2$) y lo colocamos en el extremo izquierdo del de ábaco. Es nuestra primera cifra duplicada.

2 2 5 2' 0 0' 0 0

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Nuestro segundo período activo es el 252.

2	8								2	5	2'	0	0'	0	0
○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
●	●							●		●					
●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○		○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Colocamos a la derecha del dos, un dígito de tal manera que al multiplicar la nueva cifra por este dígito, dé como resultado un número menor o igual que el período activo.

2	8			2	2	4			2	5	2'	0	0'	0	0
○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
●	●			●	●	●		●		●					
●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○		○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Realizamos en la parte central del ábaco el producto $28 \times 8 = 224$. Es importante señalar que este dígito se encuentra por tanteo.

2	8			2	2	4			- 2	-2	2	0	0'	0	0
○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
●	●			●	●	●		●		●					
●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○		○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Como el resultado es la cifra más próxima al período activo, se la restamos a éste. Restamos los dos primeros dígitos...

3	6	7							2	8	0	0		
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○							○	○				
○			○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○		○		○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Colocamos ahora un dígito a la derecha del 28, tal que su producto con el dígito agregado, sea menor o igual que el periodo activo, 2800. Probaremos con el 7

3	6	7		2	6	6	9		2	8	0	0'	0	0
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○		○	○	○	○		○	○				
○			○	○					○	○		○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○		○	○		○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Multiplicamos en la parte central del ábaco, para comprobar si este es el dígito <: $367 \times 7 = 2669$.

3	6	7		2	6	9		-2	-6	0	0'	0	0
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○		○	○	○		○	○				
○			○	○				○	○		○	○	○
○	○	○	○	○	○	○		○	○		○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Como es la cifra más cercana, la restamos del período activo. Comenzamos restando el 2 y 6

3	6	7				6	9			2	-6	0'	0	0
○	●	●	○	○	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
●	●	●				●	●			●				
○			○	○	○		○	○	○	○	○	○	○	○
	○	○	○	○	○	○	○		○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○		○	○	○	○	○	○	○

Restamos el 6

3	6	7				9			1	4	-9'	0	0
○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
●	●	●				●			●	●			
○			○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
	○	○	○	○	○	○	○		○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○		○	○	○	○	○	○

Restamos el 9.

3	6	+7							1	3	1	0	0
○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
●	●	●							●	●	●		
○			○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
	○	○	○	○	○	○	○		○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○		○	○	○	○	○	○

Al 367 le sumamos su última cifra:
 $367+7$

3	7	4								1	3	1	0	0
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○								○	○	○		
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○		○		○	○
○		○	○	○	○	○	○	○	○	○	○		○	○
	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○		○	○	○
○	○		○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

374 será nuestra cifra duplicada y nuestro período activo será 13100

3	7	4	3							1	3	1	0	0
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○							○	○	○		
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○		○		○	○
○		○	○	○	○	○	○	○	○	○	○		○	○
	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○		○	○	○
○	○		○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Agregamos a la derecha de la cifra duplicada un dígito que al multiplicarlo por la nueva cifra, se aproxime o sea igual al período activo. El dígito idóneo es el 3:

3	7	4	3							1	3	1	0	0
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○							○	○	○		
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○		○		○	○
○		○	○	○	○	○	○	○	○	○	○		○	○
	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○		○	○	○
○	○		○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Realizamos el producto en el centro del ábaco.
 $2743 \times 3 = 11229$

3 7 4 3

-1 -1 1 0 0

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Efectuamos la resta de 13100-11229.

Restamos primero 11

3 7 4 3

2 -2 0 0

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Restamos ahora 2 al 1

3 7 4 3

1 9 -2 0

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Restamos 2 al 0

3	7	4	3								1	8	8	-9
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○								○	○	○	
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○		○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Restamos 9 al 0

3	7	4	+3								1	8	7	1
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○								○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○		○	○	
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Sumamos al 3743 su último dígito.

3	7	4	6								1	8	7	1
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
○	○	○	○								○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○		○	○	
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

El 3746 es nuestra última cifra duplicada.

El número 1871 es el residuo de la raíz. Dividimos entre 2, la cifra duplicada, y el resultado será la respuesta.

1	8	6	6							1	8	7	1	$3746 / 2 = 1866$	
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	

1	8	6	6							1	8	7	1	Dado que el radicando tenía dos períodos, entonces, la raíz tendrá dos cifras enteras y el resto son decimales. Raíz = 18.66	
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	

Actividad 1. Extraiga las raíces cuadradas, con una cifra decimal de:

- | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--|
| a) 24 | b) 17 | c) 89 | d) 55 | e) 48 | f) 66 | |
| g) 99 | h) 12 | i) 87 | j) 82 | k) 36 | l) 77 | |
| m) 98 | n) 44 | ñ) 68 | | | | |

Actividad 2. Encuentre la raíz de:

- | | | |
|--------|--------|--------|
| a) 144 | b) 324 | c) 421 |
| d) 864 | e) 254 | f) 584 |
| g) 874 | h) 153 | i) 854 |
| j) 987 | k) 325 | |

Actividad 3. Encuentre la raíz de:

- a) 1253 b) 2548 c) 3588
- d) 8541 e) 3548 f) 8564
- g) 4587 h) 9874 i) 6852
- j) 5846

BIBLIOGRAFÍA.

1. Fernando Tejón. Manual de Ábaco Japonés.
2. Sánchez Patricia. Los ábacos, instrumentos didácticos.

WEBGRAFÍA.

1. <http://es.wikipedia.org/wiki/%C3%81baco>
2. <http://www.ee.ryerson.ca/~elf/abacus/espanol/history.html>
3. http://helmutsy.homestead.com/files/computacion/Historia/historia_computadores.htm

2021

**ESPERANZAS
VICTORIOSAS...**

Estudiar, Aprender, Prosperar



@minednicaragua www.mined.gob.ni