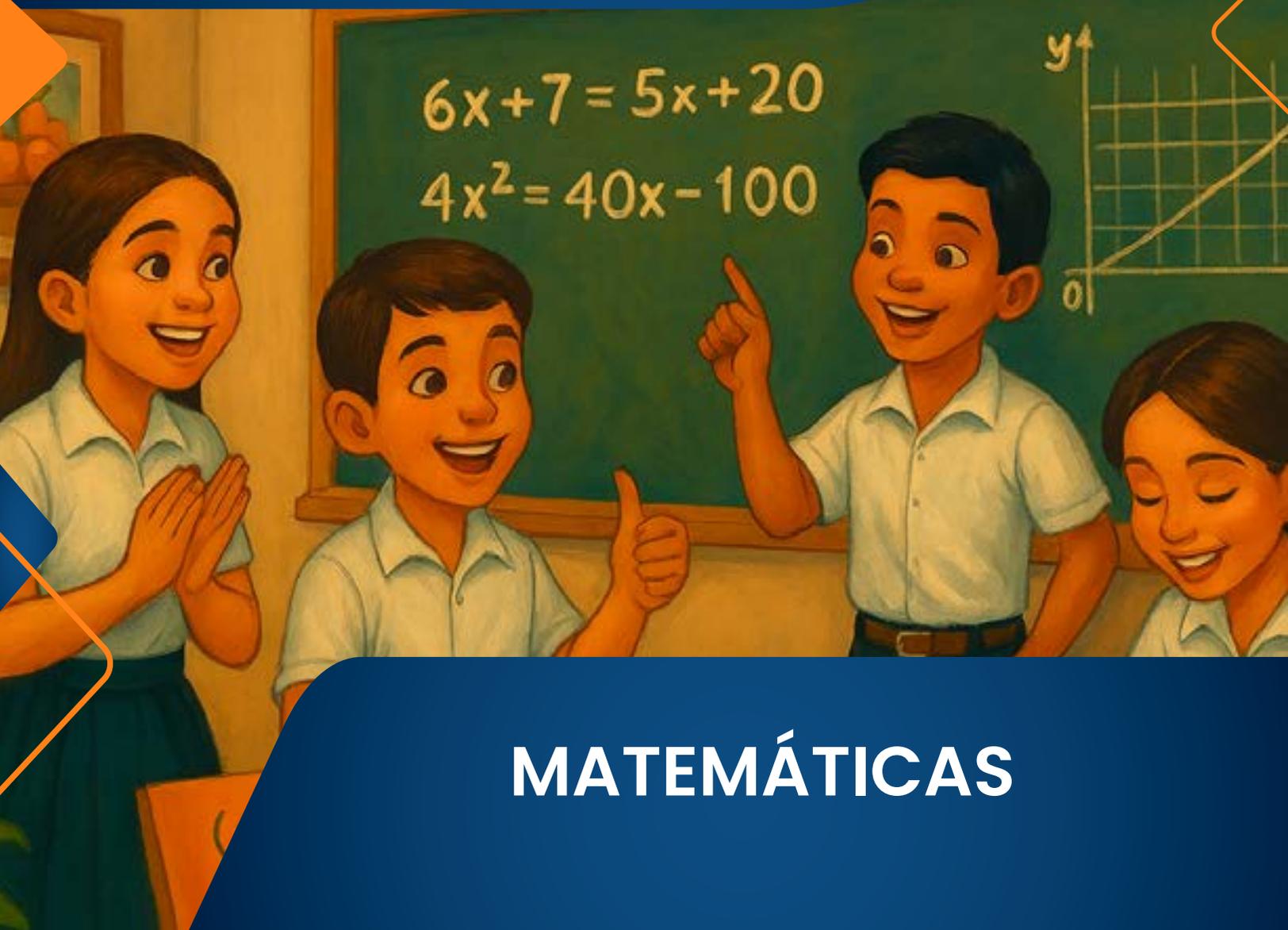


# 9<sup>no</sup> Grado

## GUÍA DIDÁCTICA



## MATEMÁTICAS

## CRÉDITOS

### **Dirección y coordinación general.**

Tessia Olga Torres Thomas  
Directora General de Educación Secundaria (a.i)

### **Dirección y coordinación específica.**

Mariana del Socorro Saborio Rodríguez  
Directora de Programación Educativa

### **Elaborado por:**

Alicia Verónica Ortiz Toruño  
Asesora pedagógico Secundaria a Distancia en el Campo

Álvaro Alfonso Vega Estrada  
Asesor pedagógico Secundaria a Distancia en el Campo

Huáscar Amaru Velásquez Valdez  
Profesor De Educación Media - Secundaria Rural

José Bismarck Zeledón Centeno  
Director de Núcleo Educativo Rural

Magda Catalina Maldonado Castillo  
Directora de centro educativo

Marlon Bismarck Montoya  
Profesor De Educación Media - Secundaria Rural

José Daniel Espinoza García  
Facilitador de Formación Continua (IDEAS - CCD)

Luis Arcenio Zeledón Martínez  
Profesor De Educación Media - Secundaria Rural I

### **Revisión técnica:**

Ministerio de Educación

### **Apoyo en Proceso de Validación:**

Francisca del Socorro Cárcamo Olivas  
Técnica de Programación Educativa

### **Diseño y Diagramación:**

Tatiana Tamara Rodríguez Castro - Diseñadora gráfica (IDEAS - CCD)

Este documento pertenece al Ministerio de Educación y UNICEF Nicaragua. Cualquier reproducción puede ser hecha únicamente con el consentimiento de las partes.

## **Presentación Estimado (a) Docente:**

El Gobierno de Reconciliación y Unidad Nacional, a través del Ministerio de Educación (MINED), en el marco de la Estrategia Nacional de Educación en todas sus Modalidades, "Bendiciones y Victorias, Eje 14, línea 61. "Promoveremos la formación continua de docentes, en todas las modalidades educativas, para mejora de los procesos de aprendizajes" entrega a maestras y maestros de Educación Secundaria a Distancia en el Campo, Guía Didáctica de Matemática de Noveno grado, están diseñadas a partir de matrices efectivas derivadas de las unidades pedagógicas, divididas por encuentros con sus indicadores de logro y contenidos correspondientes.

Esta guía ha sido elaborada con el propósito de fortalecer la mediación docente y el proceso de aprendizaje en las y los estudiantes de la modalidad, con sugerencias didácticas que orientan el tratamiento de los contenidos.

Esperamos que esta herramienta sea de utilidad para orientar su labor educativa y alcanzar aprendizajes para la vida.

"Seguimos adelante, procurando hacer lo mejor todos los días, para que unidos sigamos construyendo el porvenir". (Murillo. R, 2024)



# Índice

<b>Encuentro 1:</b> Introducción a Función de Segundo Grado	<b>5</b>
<b>Encuentro 2 y 3:</b> Función de Segundo Grado	<b>13</b>
<b>Encuentro 4:</b> 6. Valores Máximos y Mínimos de Función de Segundo Grado y sus aplicaciones. Ejemplo 1: Valor máximo Ejemplo 2: Valor mínimo	<b>23</b>
<b>Encuentro 5:</b> Razón entre Segmentos ¿Qué es la razón entre segmentos? Ejemplo 1: Comparando dos segmentos	<b>29</b>
<b>Encuentro 6 y 7:</b> División de un segmento	<b>36</b>
<b>Encuentro 8:</b> Criterios de Semejanza de Triángulos	<b>44</b>
<b>Encuentro 9, 10 y 11:</b> Semejanza y Paralelismo	<b>52</b>
<b>Encuentro 12 y 13 :</b> Teorema de Pitágoras	<b>63</b>
<b>Encuentro 14:</b> Ángulo Inscrito	<b>74</b>
<b>Encuentro 15 y 16:</b> Aplicaciones del ángulo inscrito	<b>79</b>
<b>Anexos</b>	<b>83</b>

## Encuentro N° 1:

### Introducción a Función de Segundo Grado

**Competencia de eje transversal:** Practica valores de solidaridad, honestidad, responsabilidad, la paz, el servicio a las demás personas, entre otros; en la familia, la escuela y la comunidad.

**Competencia de Unidad:** Aplica las ecuaciones y funciones de segundo grado, su representación gráfica, características, así como sus valores máximos y mínimos, en la solución de situaciones de la vida cotidiana.

**Unidad III:** Ecuación y Función de Segundo Grado

**Indicador de logro:** Traza gráfica de funciones de segundo grado de la forma  $y = ax^2$  con,  $a > 0$  y  $a < 0$ , a partir de sus características.

#### Contenido:

Introducción a Función de Segundo Grado

4.1 Gráfica y características de la función  $y = x^2, y = ax^2$  con  $a > 0$  y  $a < 0$ .

Estimada maestra y estimado maestro, se le presentan las siguientes actividades propuestas para el desarrollo de este encuentro. Puede contextualizar e incluso agregar o cambiar según usted considere.

Invite a los estudiantes a responder **¿Qué es una parábola?**

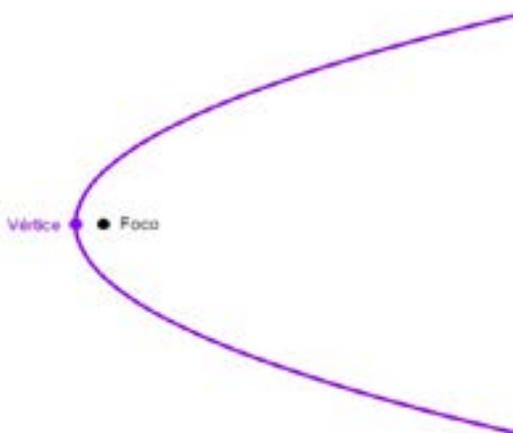
Es una curva abierta y continua cuyos puntos están a la misma distancia de un punto fijo, llamado foco, y de una línea recta fija, llamada directriz. La parábola también puede definirse como una sección cónica que resulta de la intersección de un cono circular recto con un plano paralelo a una de sus generatrices.

**Se le propone llevar a los estudiantes fuera del salón y realizar:**

Observemos cómo las parábolas (funciones de segundo grado) aparecen en el entorno natural y relacionémoslas con su forma gráfica.

Saldremos al patio, a buscar **“parábolas naturales”** o hechas por el ser humano, como:

- La forma de una hoja doblada.
- El chorro de agua que sale de una fuente o manguera.
- El arco de una rama colgante.
- El vuelo de una pelota lanzada.
- El diseño de algunas flores o puentes.



Tomen una foto o hagan un dibujo rápido del objeto encontrado.

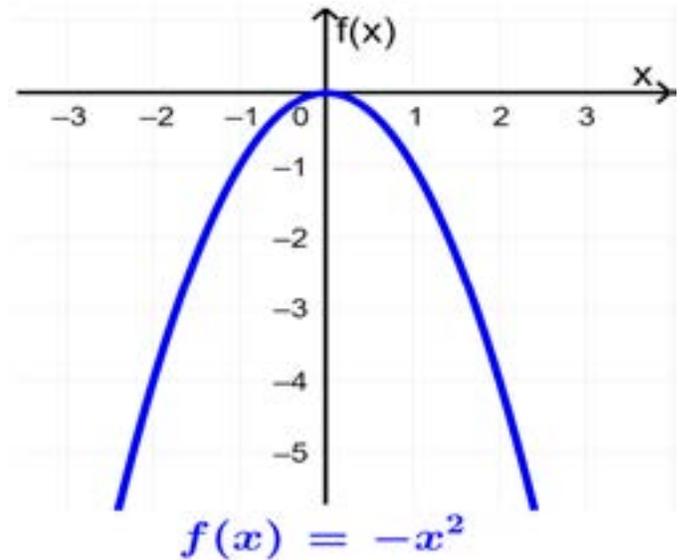
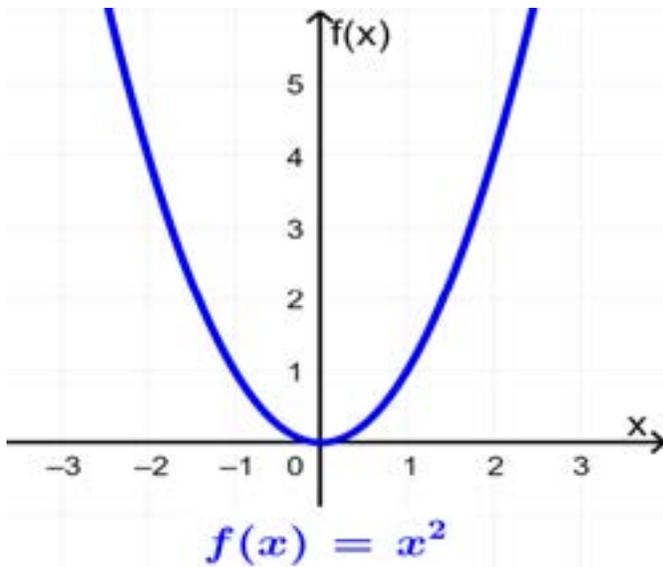
- ¿Se abre hacia arriba o hacia abajo?
- ¿Es ancha o angosta?
- ¿Qué parte del objeto parece el vértice?

Brinde las conclusiones, e invite a los estudiantes a analizar la información acerca de funciones de

segundo grado

## ¿Qué son las funciones de segundo grado?

Una función de segundo grado es una función polinómica que se representa de la forma  $y = ax^2 + bx + c$ , donde 'a' es un número real distinto de cero. La gráfica de esta función es una parábola con vértice en el origen (0,0).



## Características de la función $y = ax^2$

### 1. Dominio

- El dominio son **todos los números reales**

### 2. Rango

- Depende del signo de  $a$ :
  - Si  $a > 0$ :  $R(f) = [0, +\infty)$
  - Si  $a < 0$ :  $R(f) = (-\infty, 0]$

### 3. Vértice

- Siempre está en el **origen**:

$$V = (0, 0)$$

### 4. Eje de simetría

- Es el eje vertical que pasa por el vértice:  $x = 0$

### 5. Concavidad

- Depende del signo de  $a$ :
  - Si  $a > 0$ : la parábola se abre **hacia arriba**.
  - Si  $a < 0$ : la parábola se abre **hacia abajo**.

### 6. Ancho de la parábola

- Depende del valor absoluto de  $a$ :
  - Si  $|a| > 1$ : parábola **más angosta**.
  - Si  $0 < |a| < 1$ : parábola **más ancha**.

### 7. Punto mínimo o máximo

- Si  $a > 0$ : el vértice es un **mínimo**.
- Si  $a < 0$ : el vértice es un **máximo**.

## Ejemplos

1.  $y = 2x^2$

→ parábola más angosta hacia arriba.

Vamos a sustituir algunos valores de x para obtener los valores de Y.

**Vértice:** (0,0)

- Es el punto más bajo de la parábola.

**Eje de simetría:**

La recta vertical:

$$x=0$$

**Dirección de la parábola:**

Como  $a = 2 > 0$ , la parábola se abre hacia arriba.

**Dominio (valores posibles de x):**

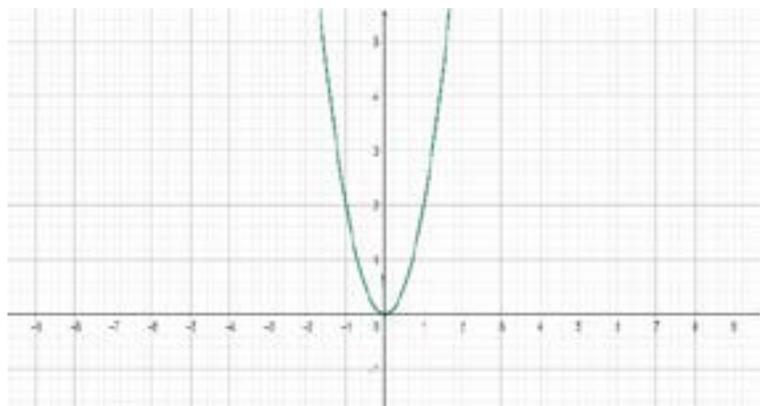
$$D = (-\infty, \infty)$$

**Rango (valores posibles de y):**

Como se abre hacia arriba y el mínimo es 0:

$$R = [0, \infty)$$

x	y
-3	18
-2	8
-1	2
0	0
1	2
2	8
3	18



2.  $y = -0.5x^2$  → parábola más ancha hacia abajo.

Vamos a sustituir algunos valores de x para obtener los valores

x	y
-3	-4.5
-2	-2
-1	-0.5
0	0
1	-0.5
2	-2
3	-4.5

de Y.

**Vértice:** (0,0)

- Es el punto más bajo de la parábola.

**Eje de simetría:**

La recta vertical:

$$x=0$$

**Dirección de la parábola:**

Como  $a = -0.5 < 0$ , la parábola se abre hacia arriba.

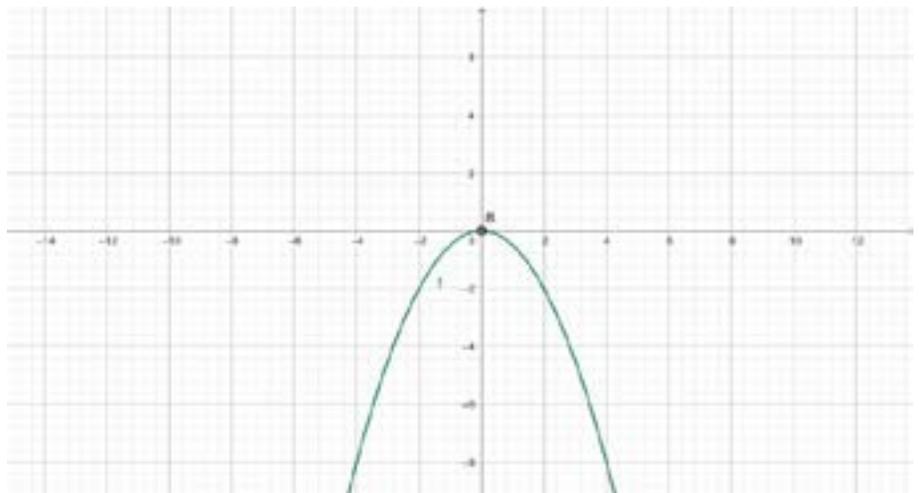
**Dominio (valores posibles de x):**

$$D = (-\infty, \infty)$$

**Rango (valores posibles de y):**

Como se abre hacia arriba y el mínimo es 0:

$$R = (-\infty, 0]$$



Invitar a los estudiantes a unirse en pareja para resolver las siguientes actividades:

1. Grafica la función  $y = 3x^2$ . ¿Hacia dónde se abre la parábola? ¿Es más ancha o más angosta que  $y = x^2$ ?
2. Grafica la función  $y = -x^2$ . ¿Qué ocurre con la dirección de la parábola?
3. Grafica la función  $y = -2x^2$ . ¿Qué diferencias observas en comparación con  $y = x^2$ ?
4. Completa la tabla de valores para  $y = 0.5x^2$  con  $x = -2, -1, 0, 1, 2$ .
5. Explica con tus palabras cómo influye el valor de 'a' en la forma de la parábola.

### Orientación de la guía de autoestudio

Estimada o estimado estudiante aquí tienes **ejercicios diferentes** para tarea sobre el tema.

#### Ejercicio 1: Adivina el valor de a

Observa las siguientes descripciones y escribe cuál podría ser el valor de a:

1. La parábola se abre hacia arriba y es muy ancha. ¿ $a = \underline{\hspace{1cm}}$ ?

2. La parábola se abre hacia abajo y es muy estrecha. ¿ $a=$ \_\_\_\_\_?
3. La parábola se abre hacia arriba y pasa por los puntos  $(1, 3)$  y  $(-1, 3)$ .  
¿ $a=$ \_\_\_\_\_?
4. La parábola es idéntica a  $y=x^2$ , pero está invertida. ¿ $a=$ \_\_\_\_\_?

### Ejercicio 2: Problema con contexto

Una pelota es lanzada al aire. Su altura en metros está dada por la fórmula:

$$y=-4x^2$$

Donde  $x$  es el tiempo en segundos.

1. ¿Cuál es la altura máxima que alcanza la pelota?
2. ¿Después de cuántos segundos la pelota llega al suelo (cuando  $y=0$ )?

### Referencias Bibliograficas

Larson, R., & Hostetler, R. (2006). Precalculus with Limits. Houghton Mifflin.

Sullivan, M. (2012). Algebra and Trigonometry. Pearson Education.

## Encuentro No 2 y 3:

### Función de Segundo Grado

**Competencia de eje transversal:** Practica valores de solidaridad, honestidad, responsabilidad, la paz, el servicio a las demás personas, entre otros; en la familia, la escuela y la comunidad.

**Competencia de Unidad:** Aplica las ecuaciones y funciones de segundo grado, su representación gráfica, características, así como sus valores máximos y mínimos, en la solución de situaciones de la vida cotidiana.

#### Unidad III: Ecuación y Función de Segundo Grado

**Indicador de logro:** 5. Traza gráfica de funciones de segundo grado de la forma  $y = ax^2 + c$ ,  $y = a(x - h)^2 + k$ ,  $y = ax^2 + bx + c$ , con  $a > 0$  y  $a < 0$ , a partir de sus características.

#### Contenido:

Función de Segundo Grado

5.1 Gráfica y características de la función:

- $y = ax^2 + c$
- $y = a(x - h)^2 + k$
- $y = ax^2 + bx + c$  con  $a > 0$  y  $a < 0$

Estimada maestra y estimado maestro, se le presentan las siguientes actividades propuestas para el desarrollo de estos encuentros. Puede contextualizar e incluso agregar o cambiar según usted considere, así mismo distribuir las actividades para cada encuentro en su plan didáctico.

Solicita la guía de autoestudio del encuentro anterior, e invita a los estudiantes a graficar completando tablas de valores, unidos en equipo de tres, escogerán una de las siguientes funciones cuadráticas:

- $y = x^2 + 2$
- $y = -x^2 + 4$
- $y = 2x^2 - 3$
- $y = -0.5x^2 + 1$
- $y = 0.5x^2 - 2$

**Orientar los pasos a realizar:**

1. Completen una tabla de valores.
2. Grafiquen la función en el plano cartesiano.
3. Denle color y forma a su parábola, convirtiéndola en una “montaña”, “tobogán”, “puente” o lo que su creatividad les diga.
4. Escriban qué representa el valor de **a** (forma) y de **c** (altura de inicio).

**Puedes hacer una "exposición de parábolas creativas" en el aula.**



**Leamos y tomemos nota de la siguiente información**

### **Gráfica de la función cuadrática**

A la hora de graficar una función cuadrática debemos tener en cuenta que muchas veces puede que no sea conveniente elaborar una tabla de valores para hallar puntos pertenecientes a la función puesto que puede que dicha función no se encontrara cercana al origen del plano cartesiano o que los valores que otorguemos a la variable "x" no nos permitan determinar la forma de dicha función.

### **Elementos principales de la función cuadrática**

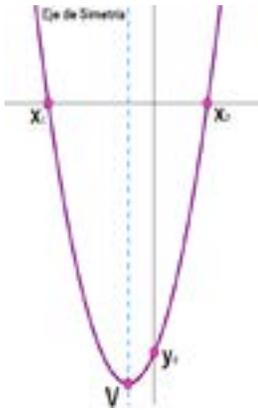
#### **Concavidad:**

La concavidad corresponde a la forma que tiene la parábola que representa a la función cuadrática, la concavidad puede ser positiva cuando las ramas de la parábola se abren hacia arriba o negativa cuando se abren hacia abajo. La concavidad de una parábola se puede determinar observando el signo de " $a$ ", si  $a > 0$  la concavidad será positiva y si  $a < 0$  la concavidad será negativa.

#### **Vértice (V):**

El vértice corresponde a un punto perteneciente a la parábola el cual la divide en dos "mitades", el vértice de la parábola es considerado un punto mínimo cuando la concavidad es positiva puesto que es el punto más bajo de la misma y como un punto máximo cuando la concavidad es negativa puesto que es el punto más alto de la parábola. La fórmula para determinar las coordenadas del vértice:

**Vértice es:**  $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{-b^2-4ac}{4a}\right)$



**Ejemplo:**

- Graficar la función  $f(x) = x^2 + 2x + 1$

$a = 1; b = 2; c = 1$

- Concavidad  $\rightarrow a = 1 \rightarrow$  positiva
- Vértice  $(h, k)$

$h = -\frac{b}{2a}$

$h = -\frac{2}{2(1)}$

$h = -1$

Para determinar el valor de K, se puede también sustituir a la función el valor encontrado en h, así quedaría:

$f(x) = x^2 + 2x + 1$

$f(-1) = (-1)^2 + 2(-1) + 1$

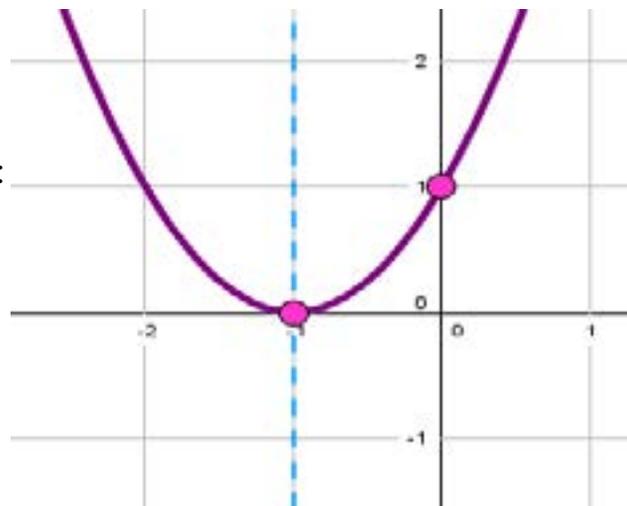
$f(-1) = 1 - 2 + 1$

$$f(-1) = 0$$

Así que el vértice de la función es  $V(-1,0)$

- Eje de simetría:  $L: x = -1$
- Intersección con el eje  $y$ :  $y_0 = 1$
- Intersección con el eje  $x$ : Resolvemos la ecuación  $f(x) = 0 \Rightarrow x^2 + 2x + 1 = 0$

➤ Gráfico:



### Reunidos en pareja resolverán:

Identifica los elementos importantes en las siguientes funciones

- Concavidad
- Intersecciones con los ejes
- Eje de simetría

- Vértice.

1)  $f(x) = x^2 - 1$

2)  $f(x) = x^2 + 4x$

3)  $f(x) = x^2 + x - 6$

4)  $f(x) = x^2 - x + 2$

5)  $f(x) = x^2 + x$

Encierra en un círculo la alternativa que consideres correcta en cada caso.

1) El punto que no pertenece a la función  $y = x^2 + 2x + 1$

A) (1,4)

B) (-1,0)

C) (0,1)

D) (2,9)

E) (1,1)

2) La gráfica de la función cuadrática  $f(x) = x^2 - x - 6$  corta al eje x en

A) 3 y 2

B) -3 y 2

C) 3 y -2

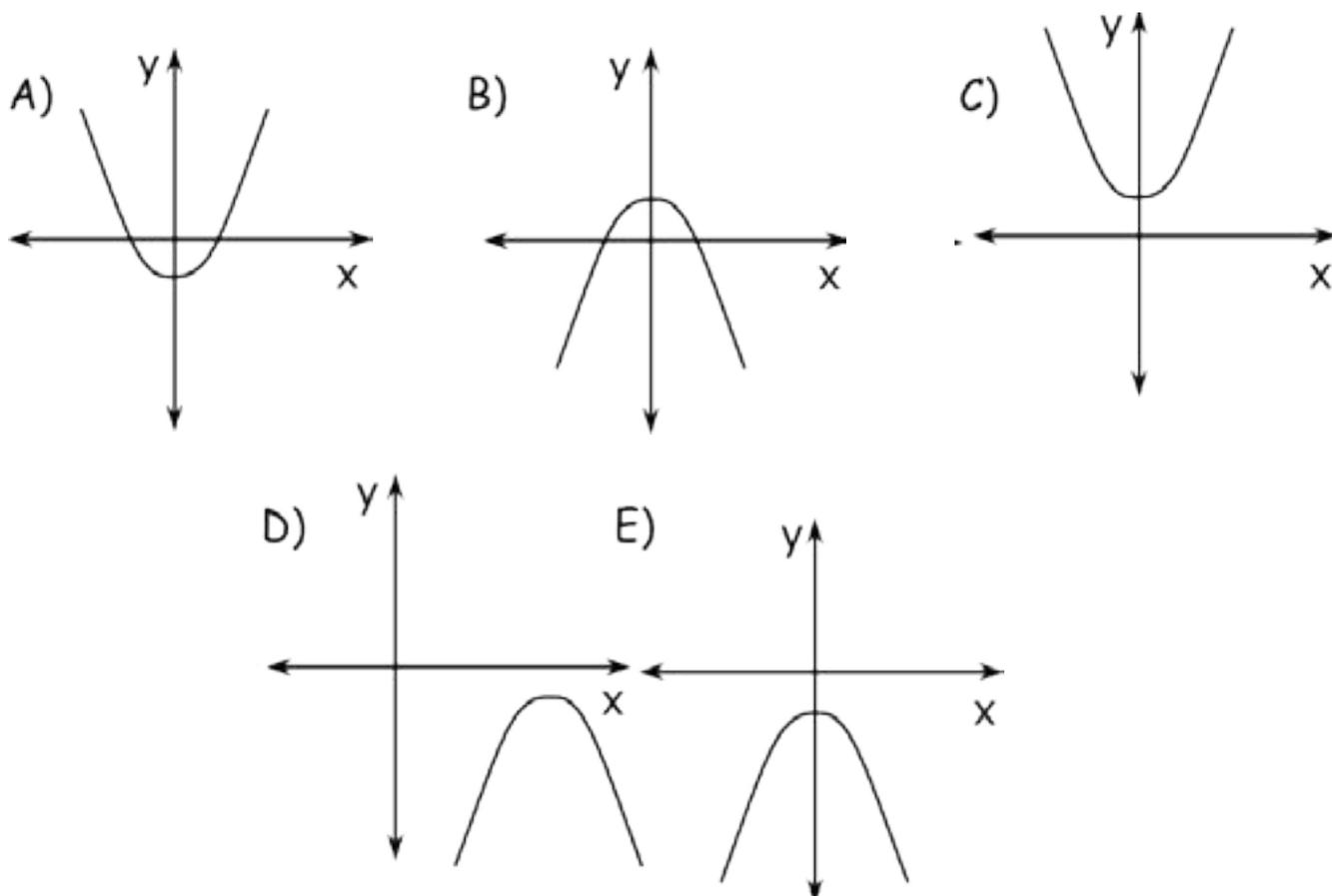
D) -3 y -2

E) -1 y -6

3) Las coordenadas del vértice del gráfico de la función  $f(x) = x^2 - 2x + 1$  son

- A) (-1, 4)
- B) (1, 2)
- C) (-1, 1)
- D) (0, 1)
- E) (1, 0)

4) ¿Cuál de los siguientes gráficos representa mejor a la función  $f(x) = -x^2 - 4$ ?



5) La intersección de la parábola  $y = -x^2 + 4x + 12$  con el eje  $x$  es en los puntos:

- A)  $(6,0)$  y  $(2,0)$
- B)  $(-6,0)$  y  $(-2,0)$
- C)  $(-6,0)$  y  $(2,0)$
- D)  $(0,6)$  y  $(0,-2)$
- E)  $(6,0)$  y  $(-2,0)$

6) La intersección de la parábola  $y = 4x^2 - 4x - 3$  con el eje  $y$  es en el punto:

- A)  $(-3,0)$
- B)  $(0,3)$
- C)  $(0,-3)$
- D)  $(3,0)$
- E) No se puede determinar

7) La función  $f(x) = x^2 - 6x + 8$  intercepta al eje  $y$  en el punto:

- A)  $(2, 0)$
- B)  $(4, 0)$
- C)  $(0, 8)$
- D)  $(8, 0)$
- E)  $(2, 0)$  y  $(4, 0)$

8) La  $(2, 8)$

A)  $(4, 4)$

9) ¿Cuál es el punto mínimo de la parábola:  $y = x^2 + 4x - 5$ ?

A)  $(2, -9)$

B)  $(2, 9)$

C)  $(-2, 9)$

D)  $(2, -9)$

E)  $(-2, 18)$

Plantee los siguientes problemas:

1. Un agricultor siembra una parcela de maíz y observa que el rendimiento en quintales por manzana depende de la cantidad de fertilizante aplicado. El rendimiento  $R$  (en quintales) se modela por la función, donde  $x$  es la cantidad de sacos fertilizantes.

$$R(x) = -2x^2 + 12x + 20$$

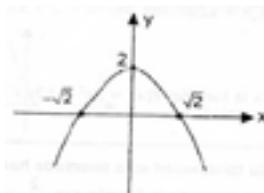
- ¿Cuántos sacos debe aplicar para obtener el máximo rendimiento? ¿Cuál será ese rendimiento máximo?
- Realiza la grafica

## Orientación de la guía de autoestudio

Resuelve aplicando lo aprendido

¿Cuál es la función cuadrática asociada a la parábola de la figura?

- a)  $y=2x^2-2$
- b)  $y=-x^2-4$
- c)  $y=x^2+2$
- d)  $y=-x^2-2$
- e)  $y=-x^2+2$



Grafica las siguientes funciones

1.  $f(x)=x^2+3$
2.  $f(x)=x^2-3$
3.  $y=-x^2+3x+4$

### Referencias Bibliográficas

Espinoza, M., & García, C. (2019). *Matemáticas para la vida cotidiana: Aplicaciones prácticas en el área rural*. Editorial Universitaria Centroamericana.

Larson, R., & Hostetler, R. (2006). *Precalculus with limits: A graphing approach*. Cengage Learning.

Ministerio de Educación de Nicaragua. (2021). *Programa de estudio de Matemática: Educación secundaria*. <https://www.mined.gob.ni>

Sullivan, M. (2014). *Algebra and trigonometry* (9th ed.). Pearson Education.

## Encuentro N° 4:

### 6. Valores Máximos y Mínimos de Función de Segundo Grado y sus aplicaciones.

**Competencia de eje transversal:** Practica valores de solidaridad, honestidad, responsabilidad, la paz, el servicio a las demás personas, entre otros; en la familia, la escuela y la comunidad.

**Competencia de Unidad:** Aplica las ecuaciones y funciones de segundo grado, su representación gráfica, características, así como sus valores máximos y mínimos, en la solución de situaciones de la vida cotidiana.

#### Unidad III: Ecuación y Función de Segundo Grado

**Indicador de logro:** 6. Emplea los valores máximos y mínimos de una función de segundo grado y sus aplicaciones en la solución de situaciones en diferentes contextos.

#### Contenido:

6. Valores Máximos y Mínimos de Función de Segundo Grado y sus aplicaciones

6.1 Valor máximo o mínimo de la función  $y = ax^2 + bx + c$

6.2 Aplicaciones de la función de segundo grado

Estimada maestra y estimado maestro, se le presentan las siguientes actividades propuestas para el desarrollo de este encuentro. Puede contextualizar e incluso agregar o cambiar según usted considere.

Recibe la guía de autoestudio del encuentro anterior, y ahora orientar el siguiente análisis con los estudiantes:

Una función cuadrática tiene la forma:  $y = ax^2 + bx + c$

El valor máximo o mínimo de esta función se encuentra en el vértice de la parábola que representa.

Dependiendo del valor de 'a', la parábola puede abrirse hacia arriba o hacia abajo:

Valor de a	Forma de la parábola	Tipo de valor
$a > 0$	Abierta hacia arriba	Mínimo
$a < 0$	Abierta hacia abajo	Máximo

Recuerda: El vértice se encuentra usando la fórmula:

$$x = -\frac{b}{2a}$$

Luego se sustituye ese valor de x en la función original para encontrar y:

$$y = a(x)^2 + b(x) + c$$

### Ejemplo 1: Valor máximo

Función:  $y = -2x^2 + 8x + 5$

Paso 1: Identificar los coeficientes:  $a = -2$ ,  $b = 8$ ,  $c = 5$ . Como  $a < 0$ , es un valor máximo.

Paso 2: Calcular  $x$  del vértice:  $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{8}{2(-2)} = 2$

Paso 3: Sustituir  $x$  en la función:

$$y = -2(2)^2 + 8(2) + 5 = -8 + 16 + 5 = 13$$

Resultado: El valor máximo es 13 y ocurre cuando  $x = 2$ .

### Ejemplo 2: Valor mínimo

Función:  $y = 3x^2 - 6x + 2$

Paso 1:  $a = 3 > 0$ , entonces es un valor mínimo.

Paso 2: Calcular  $x$  del vértice:  $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{(-6)}{2(3)} = 1$

Paso 3: Sustituir en la función:

$$y = 3(1)^2 - 6(1) + 2 = 3 - 6 + 2 = -1$$

Resultado: El valor mínimo es -1 y ocurre cuando  $x = 1$ .



### Unirse en equipo, según lo indique su docente y resuelvan:

1. Un agricultor nota que el rendimiento de su cosecha de frijol depende de la cantidad de fertilizante. El rendimiento en quintales se modela por la función:

$$R(x) = -x^2 + 8x + 10,$$

donde  $x$  es el número de sacos de fertilizante.

- a) ¿Cuántos sacos debe aplicar para obtener el rendimiento máximo?
- b) ¿Cuál es ese rendimiento máximo?

2. Un campesino tiene 80 metros de cerca para construir un corral rectangular junto a una pared del establo, por lo que no necesita cercar ese lado.

El área del corral se representa con:

$$A(x) = x(80 - 2x),$$

donde  $x$  es el ancho del corral.

- a) ¿Qué valor de  $x$  da el área máxima?
- b) ¿Cuál es el área máxima del corral?
3. Una vendedora vende 100 naranjas a 5 córdobas cada una. Por cada 1 córdoba que sube el precio, vende 10 naranjas menos. El ingreso total está dado por:

$$I(x) = (5 + x)(100 - 10x),$$

donde  $x$  es el número de córdobas que aumenta el precio.

- a) ¿Cuál es el precio óptimo para obtener el ingreso máximo?
- b) ¿Cuál es ese ingreso máximo?
4. Un productor alimenta a sus gallinas con maíz, y nota que la producción diaria de huevos depende de la cantidad de alimento. La producción está dada por:

$$P(x) = -0.5x^2 + 6x + 20,$$

donde  $x$  es la cantidad de alimento en libras.

- a) ¿Qué cantidad de alimento produce la mayor cantidad de huevos?
- b) ¿Cuál es esa producción máxima?
5. Un agricultor tiene una parcela cuadrada de 30 metros por lado y quiere construir senderos de igual ancho  $x$  en todos los bordes.

El área cultivable está dada por:

$$A(x) = (30 - 2x)^2$$

- a) ¿Cuál será el área cultivable si el ancho del sendero es de 3 metros?
- b) ¿Para qué valor de  $x$  el área cultivable será de 400 m<sup>2</sup>?

### Orientación de la guía de autoestudio

#### Resuelve las siguientes situaciones

1. Un niño lanza un mango al aire desde el suelo. La altura  $h$  (en metros) del mango, según el tiempo  $t$  (en segundos), está dada por:

$$h(t) = -5t^2 + 20t$$

- a) ¿En qué tiempo alcanza su altura máxima?
- b) ¿Cuál es esa altura máxima?
- c) ¿Cuánto tiempo tarda en volver al suelo?

2. La producción de leche depende de la cantidad de alimento que consumen las vacas. Se modela con la función:

$$L(x) = -x^2 + 12x + 40$$

donde  $x$  es la cantidad de alimento en kilogramos.

- a) ¿Cuánto alimento deben recibir para maximizar la producción?
- b) ¿Cuál es esa producción máxima?

## Referencias Bibliográficas

Baldor, A. (2007). \*Álgebra\*. Grupo Editorial Patria.

Espinoza, M., & García, C. (2019). \*Matemáticas para la vida cotidiana: Aplicaciones prácticas en el área rural\*. Editorial Universitaria Centroamericana.

Larson, R., & Hostetler, R. (2006). \*Precalculus with limits: A graphing approach\*. Cengage Learning.

Ministerio de Educación de Nicaragua. (2021). \*Programa de estudio de Matemática: Educación secundaria\*. <https://www.mined.gob.ni>

Sullivan, M. (2014). \*Algebra and trigonometry\* (9th ed.). Pearson Education.

## Encuentro N° 5:

### Razón entre Segmentos

**Competencia de eje transversal:** Practica actitudes positivas y valores que promuevan la dignidad, la igualdad, diversidad, la identidad y el respeto a las personas.

**Competencia de Unidad:** Aplica la razón entre segmentos, la división de segmentos en una razón dada, los criterios de semejanza, la semejanza de triángulos, paralelismo, el Teorema de Pitágoras y sus aplicaciones, así como el ángulo inscrito y sus aplicaciones en la solución de situaciones del entorno.

#### Unidad IV: Geometría

**Indicador de logro:** 1. Utiliza la razón entre segmentos en la resolución de situaciones en diferentes contextos.

#### Contenido:

1. Razón entre Segmentos
  - 1.1. Distancia entre dos puntos
  - 1.2. Razón de dos segmentos
  - 1.3. Segmentos proporcionales

Estimada maestra y estimado maestro, se le presentan las siguientes actividades propuestas para el desarrollo de este encuentro. Puede contextualizar e incluso agregar o cambiar según usted considere.

Primero recibe la guía de autoestudio del encuentro anterior, y ahora realicen lo siguiente, antes de pasar a la teoría, es por ello que utilizaremos los siguientes materiales:

- Cuerdas de diferente longitud (pueden ser de lana o hilo)
- Regla o cinta métrica
- Tijeras
- Hoja para anotar

Sigue las siguientes instrucciones:

En grupo, mide una cuerda de 60 cm.

Córtala en dos partes como quieras, midiéndola con regla.

**Anota en una hoja:**

- ¿Cuánto mide la primera parte?
- ¿Cuánto mide la segunda parte?
- ¿Cuál es la razón entre ambas? (Dividir las dos medidas)

**Ejemplo de anotación de un grupo:**

- Parte A: 40 cm
- Parte B: 20 cm
- Razón:  $\frac{40}{20}=2$

**Responde en plenario**

- ¿Qué significa que la razón sea 2?
- ¿Hay grupos con la misma razón aunque sus medidas sean diferentes?
- ¿Quién cortó las partes iguales? ¿Qué razón les dio?

Ahora bien:

**RECTA, SEMIRRECTA Y SEGMENTO**

- Una **recta** es una línea continua formada por infinitos puntos, que no tiene ni principio ni final.  
 - Dos puntos definen una recta.
- Una **semirrecta** es una recta que tiene principio, pero no tiene final.  
 Un punto cualquiera forma dos semirrectas sobre cada línea o dirección.
- Un **segmento** es una parte de una recta delimitada por dos puntos.  
 Los puntos *M* y *N* forman el segmento *MN*.

### ¿Qué es la razón entre segmentos?

La **razón entre segmentos** es una forma de **comparar dos longitudes** en una misma recta.

Se representa como una **división** entre las medidas de dos segmentos.

Es decir, si tienes dos segmentos de longitudes **A** y **B**, la **razón entre ellos** se escribe:

Razón:  $\frac{A}{B}$

### Ejemplo 1: Comparando dos segmentos

Supongamos que tenemos dos segmentos:

- Segmento AB mide **6 cm**
- Segmento CD mide **3 cm**

La razón entre AB y CD es: Razón:  $\frac{AB}{CD} = \frac{6}{3} = 2$

Esto significa que el segmento AB es **el doble** de CD.

Ejemplo 2: Sean los segmentos  $a$  y  $b$ , de longitudes 3 cm y 5 cm. Halla su razón.

$$\text{Razón: } \frac{a}{b} = \frac{3}{5} = 0.6$$

**Resuelve los siguientes ejercicios aplicando el concepto de razón entre dos segmentos, gráfica y escribe conclusiones:**

1. El segmento AB mide 12 cm y el segmento CD mide 4 cm. ¿Cuál es la razón entre AB y CD?
2. El segmento XY mide 18 cm y el segmento YZ mide 6 cm. ¿Cuál es la razón entre XY y YZ?
3. Un segmento EF mide 25 cm. Si lo divides en dos partes de 10 cm y 15 cm, ¿cuál es la razón entre la parte más corta y la más larga?
4. Una vara de 100 cm se divide en dos partes: una de 60 cm y otra de 40 cm. ¿Cuál es la razón entre la parte más larga y la más corta?
5. Un segmento de 90 cm se divide en la razón 2:3. ¿Cuánto mide cada parte?

Analiza la siguiente información:

**Segmentos proporcionales:** Dos o más pares de segmentos son proporcionales cuando la razón (división) entre los segmentos de un par es igual a la razón del otro par. Es decir

$$\frac{AB}{CD} = \frac{EF}{GH}$$

Por lo tanto, se cumple que el producto de los medios es igual al producto de los extremos:  $(AB)(GH) = (CD)(EF)$ , esto es llamado teorema fundamental de la proporción.

Ejemplos:

$$a) \frac{3}{4} = \frac{9}{12}$$

Multiplicando los medios por los extremos

$$(3)(12) = (4)(9)$$

Se comprueba que son segmentos proporcionales

$$36 = 36$$



Ahora aplica el teorema fundamental de la proporción, y comprueba si los segmentos son proporcionales:

$$a. \frac{30}{90} = \frac{2}{6}$$

$$b. \frac{3}{4} = \frac{9}{12}$$

$$c. \frac{30}{15} = \frac{6}{3}$$

### Cálculo de un término de una proporción

Aplicando el teorema fundamental de las proporciones, se puede hallar el término desconocido en una proporción.

Ejemplo:

$$\frac{2}{5} = \frac{8}{x}$$

Multiplicando los medios por los extremos

$$(2)(x) = (5)(8)$$

Se aplica propiedades algebraicas

$$2x = 40$$

$$x = \frac{40}{2}$$

$$x = 20$$

La proporción es:

$$\frac{2}{5} = \frac{8}{20}$$

### Orientación de la guía de autoestudio

Estimada y estimado estudiante, se le presentan actividades para poner en practica lo aprendido en el encuentro de hoy.

1. A partir de la ecuación dada, calcular el termino desconocido.

a.  $\frac{3}{6} = \frac{9}{y}$

b.  $\frac{8}{2} = \frac{y}{16}$

c.  $\frac{6}{y} = \frac{36}{24}$

d.  $\frac{3}{2} = \frac{14}{y}$

## Referencias Bibliográficas

Baldor, A. (2007). *Álgebra*. Grupo Editorial Patria.

Larson, R., & Hostetler, R. (2006). *Precalculus with limits: A graphing approach*. Cengage Learning.

Sullivan, M. (2014). *Algebra and Trigonometry* (9th ed.). Pearson Education.

Ministerio de Educación de Nicaragua. (2021). *Programa de estudio de Matemática: Educación secundaria*. Recuperado de <https://www.mined.gob.ni>

## Encuentro N° 6 y 7:

### División de un segmento

**Competencia de eje transversal:** Practica actitudes positivas y valores que promuevan la dignidad, la igualdad, diversidad, la identidad y el respeto a las personas.

**Competencia de Unidad:** Aplica la razón entre segmentos, la división de segmentos en una razón dada, los criterios de semejanza, la semejanza de triángulos, paralelismo, el Teorema de Pitágoras y sus aplicaciones, así como el ángulo inscrito y sus aplicaciones en la solución de situaciones del entorno.

#### Unidad IV: Geometría

#### Indicador de logro:

2. Emplea la División de un segmento en una razón dada en la resolución de situaciones en diferentes contextos.

#### Contenido:

2. División de un segmento

2.1 Cálculo de la razón en la que un punto divide a un segmento

2.2 Coordenada del punto interior y exterior

2.3 Longitudes de las partes en las que un punto divide a un segmento en una razón dada.

Estimada maestra y estimado maestro, se le presentan las siguientes actividades propuestas para el desarrollo de estos dos encuentros. Puede contextualizar e incluso agregar o cambiar según usted considere y adecuar a su planeación didáctica por cada encuentro.

Continuamos sumergiéndonos en el mundo atractivo de la Matemática, primero entrega y comparte con tus compañeros la guía de autoestudio del encuentro anterior, y ahora exploremos:

Imaginen que hay un sendero recto entre dos árboles (o piedras). Ese sendero es como un **segmento**. Hoy vamos a caminar sobre él y aprender cómo se puede dividir, igual que un pastel o una cuerda.

El maestro escogerá a dos estudiantes los cuales deben ponerse de pie en línea recta, a varios pasos de distancia (ellos serán los **extremos del segmento**). El resto del grupo observa.

Otro estudiante contará **los pasos exactos** entre los dos extremos (por ejemplo, 10 pasos).

- Luego:
  - “Divide el segmento en **2 partes iguales**: ¿Dónde te detienes?”
  - “Ahora en **5 partes iguales**: ¿cada parte cuántos pasos mide?”
  - “Divídelo en razón 2:3: ¿cuántos pasos haces primero y cuántos después?”

Responde:

- ¿Qué aprendimos sobre dividir un segmento?
- ¿Por qué es útil conocer el punto medio o cómo dividirlo?
- ¿En qué parte de nuestra vida diaria se usan estos conceptos? (Ej.: sembrar en línea recta, repartir espacio en el terreno, etc.)

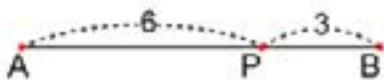
Analicemos la siguiente información:

### ¿Qué es la razón al dividir un segmento?

La razón al dividir un segmento se refiere a comparar las longitudes de las dos partes en las que se divide un segmento. Se expresa como una fracción o en forma de proporción:

$$\text{Razón} = \frac{\text{parte 1}}{\text{parte 2}}$$

Ejemplo:



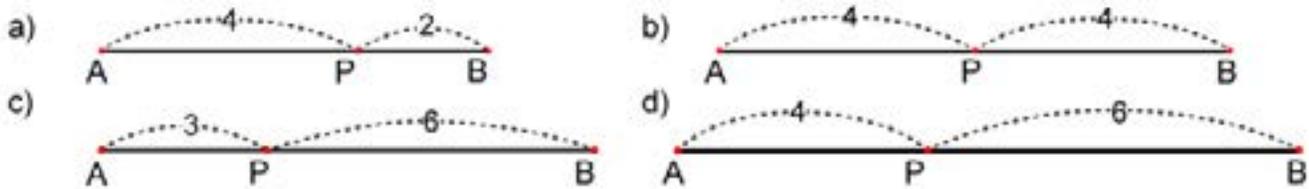
$$\text{Razón} = \frac{AP}{PB}$$

$$\text{Razón} = \frac{6}{3}$$

$$\text{Razón} = 2$$

Ejercite:

En cada figura, calcule la razón  $\frac{AP}{PB}$  entre los segmentos en el que el punto P divide  $\overline{AB}$



### Coordenada del punto interior

En el contexto de un segmento de recta, un punto interior es aquel que se encuentra entre los dos puntos extremos del segmento, mientras que un punto exterior se encuentra fuera de esos límites. En un sistema de coordenadas, las coordenadas de estos puntos se determinan de acuerdo a su posición relativa dentro o fuera del segmento.

#### Punto Interior:

- Un punto P es considerado un punto interior de un segmento AB si P está ubicado entre los puntos A y B en la línea recta que los une, pero no coincide con ninguno de ellos.
- Si se define el segmento AB con coordenadas  $(x_1, y_1)$  y  $(x_2, y_2)$ , la coordenada de un punto interior  $P(x, y)$  se puede calcular utilizando la fórmula de la división de un segmento en una razón dada.

$$p = \frac{na + mb}{m + n}$$

Ejemplo: Sea AB con extremos A(2) y B(8). Calcule la coordenada p del punto interior P:

b. P divide a AB en la razón 2:1

Datos	Ecuación	Gráficamente
$a = 2$ $b = 8$ $m = 2$ $n = 1$	$p = \frac{na + mb}{m + n}$ $p = \frac{(1)(2) + (2)(8)}{2 + 1} = \frac{18}{3} = 6$	

c. P es un punto medio

Datos	Ecuación	Gráficamente
$a = 2$ $b = 8$	$p = \frac{a + b}{2}$ $p = \frac{2 + 8}{2} = \frac{10}{2} = 5$	

Ejercite: Calcule la coordenada p del punto interior P de un segmento, no olvide representar gráficamente:

a) A(8) y B(4) y P divide a  $\overline{AB}$  en la razón 1:2.

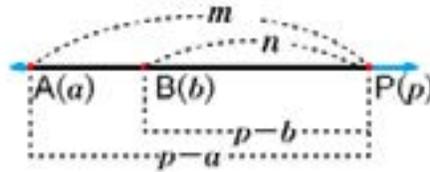
c) D(-5) y F(3) y P es punto medio de  $\overline{DF}$ .

b) C(-2) y D(6) y P divide a  $\overline{CD}$  en la razón 3:1.

### Coordenada del punto exterior

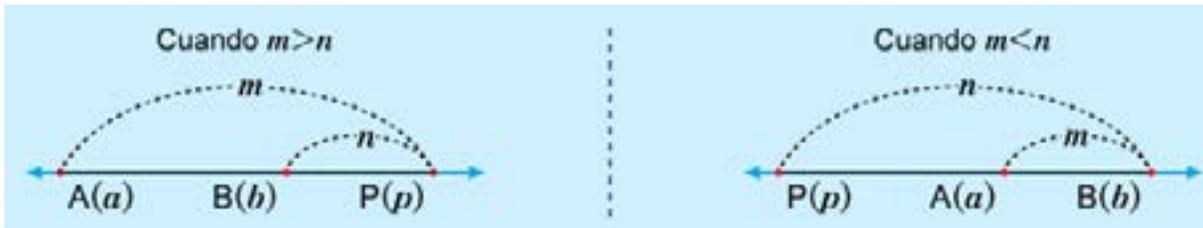
Punto Exterior:

- Un punto P se considera exterior a un segmento AB si no se encuentra entre los puntos A y B en la línea que los une.
- En un sistema de coordenadas, la coordenada de un punto exterior se ubicará en la misma línea que el segmento, pero más allá de cualquiera de los puntos A o B.



Se calcula

$$p = \frac{-na + mb}{m - n}$$



Ejemplo: Sea AB con extremos A(2) y B(6). Calcule la coordenada p del punto exterior P tal que divide al AB en la razón 3:1

Datos	Ecuación	Gráficamente
a = 2 b = 6 m = 3 n = 1	$p = \frac{-na + mb}{m - n}$ $p = \frac{-(-1)(2) + (3)(6)}{3 - 1} = \frac{16}{2} = 8$	

**Ejercite:** Calcule la coordenada  $p$  del punto exterior  $P$  de un segmento, representa gráficamente:

- a)  $A(3)$  y  $B(5)$  y  $P$  divide al  $\overline{AB}$  en la razón  $2:1$ .  
 b)  $D(-5)$  y  $F(3)$  y  $P$  divide al  $\overline{DF}$  en la razón  $3:1$ .  
 c)  $C(-2)$  y  $D(8)$  y  $P$  divide al  $\overline{CD}$  en la razón  $1:2$ .

### Orientación de la guía de autoestudio

**Poniendo en práctica lo abordado con la maestra o el maestro, resuelve:**

Dada la recta numérica



- a) Ubique el punto interior  $P$  que divide al  $AB$  en la razón  $1:2$   
 b) Ubique el punto interior  $Q$  que divide al  $BC$  en la razón  $2:1$

Calcule la coordenada  $p$  del punto  $P$  de un segmento cuyos extremos son dados, representa gráficamente:

- a)  $A(4)$  y  $B(8)$  y  $P$  divide al  $AB$  en la razón  $1:3$   
 b)  $C(-5)$  y  $D(5)$  y  $P$  divide  $CD$  en la razón  $4:1$   
 c)  $D(-7)$  y  $F(3)$  y  $P$  es punto medio del  $DF$

**Calcule la coordenada  $p$  del punto exterior  $P$  de un segmento, tal que:**

- a)  $A(4)$  y  $B(6)$  y  $P$  divide al  $AB$  en la razón  $3:1$   
 b)  $D(-6)$  y  $F(2)$  y  $P$  divide  $DF$  en la razón  $4:1$   
 c)  $H(-5)$  y  $J(2)$  y  $P$  divide  $HJ$  en la razón  $1:4$

### Referencias Bibliográficas:

Larson, R., & Boswell, L. (2014). *Matemáticas 9: Álgebra y geometría para secundaria*. McGraw-Hill Education.

Ministerio de Educación de Nicaragua. (2021). *Programa de estudio de Matemática, 9.º grado educación secundaria*. <https://www.mined.gob.ni>

## Encuentro N° 8:

### Criterios de Semejanza de Triángulos

**Competencia de eje transversal:** Practica actitudes positivas y valores que promuevan la dignidad, la igualdad, diversidad, la identidad y el respeto a las personas.

**Competencia de Unidad:** Aplica la razón entre segmentos, la división de segmentos en una razón dada, los criterios de semejanza, la semejanza de triángulos, paralelismo, el Teorema de Pitágoras y sus aplicaciones, así como el ángulo inscrito y sus aplicaciones en la solución de situaciones del entorno.

#### Unidad IV: Geometría

**Indicador de logro:** 3. Aplica los criterios de semejanza de triángulos en la resolución de situaciones en diferentes contextos.

#### Contenido:

- 3. Criterios de Semejanza de Triángulos
- 3.2 Definición de Semejanza de Triángulos
- 3.2 Criterio de semejanza

Estimada maestra y estimado maestro, se le presentan las siguientes actividades propuestas para el desarrollo de este encuentro. Puede contextualizar e incluso agregar o cambiar según usted considere.

Recibe la guía de autoestudio del encuentro anterior, y ahora analicemos:

En la comunidad hay un árbol muy alto junto al campo de fútbol. Los estudiantes quieren saber qué tan alto es el árbol, pero no tienen una cinta métrica lo suficientemente larga para medirlo. Uno de ellos propone usar su estatura y la sombra que proyecta para calcular la altura del árbol. ¿Podrían hacerlo usando semejanza de triángulos?

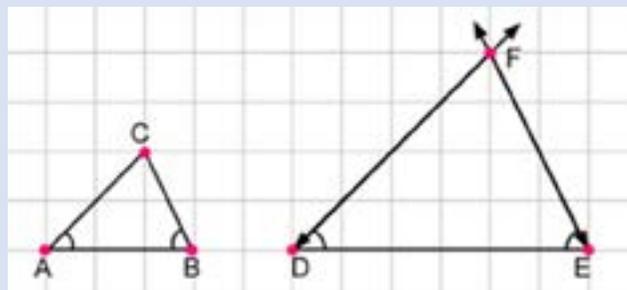
- 
- Comparte tus ideas con tus compañeros.

Analicemos la siguiente información:

Dos triángulos son **semejantes** cuando tienen **la misma forma**, aunque no necesariamente el mismo tamaño.

Esto ocurre cuando:

- Sus **ángulos correspondientes son iguales**
- Sus **lados correspondientes son proporcionales**

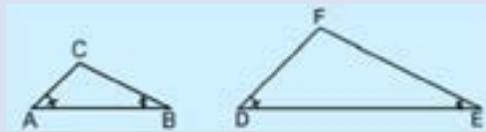


## Criterios de Semejanza de Triángulos

Existen **tres criterios** para determinar si dos triángulos son semejantes:

### Ángulo – Ángulo (AA):

Si **dos ángulos** de un triángulo son **iguales** a dos ángulos de otro triángulo, entonces los triángulos son semejantes.



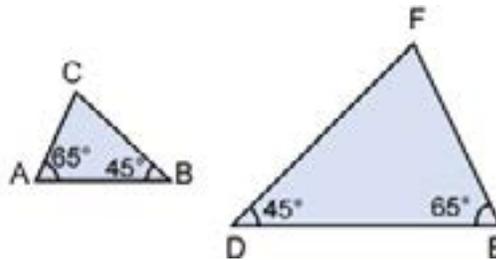
$$\text{Si } \begin{cases} \angle A = \angle D \\ \angle B = \angle E \end{cases}, \text{ entonces } \triangle ABC \sim \triangle DEF$$

Ejemplo: Investigue si los triángulos son semejantes.

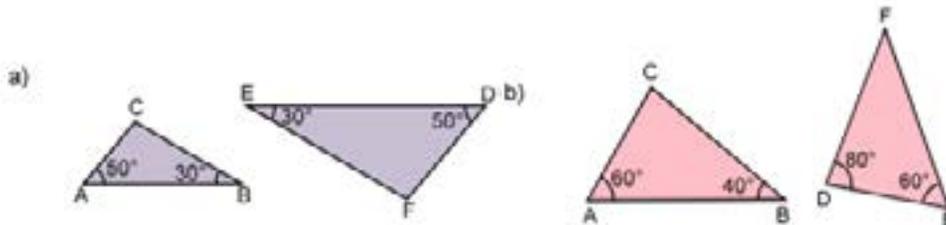
Como  $\angle A = \angle E = 65^\circ$  y

$\angle B = \angle D = 45^\circ$

Entonces  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

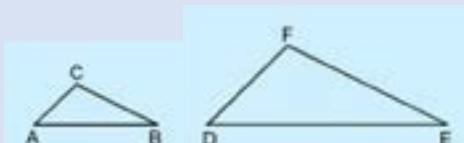


**Ejercite:** Determine si los pares de triángulos dados en cada inciso son semejantes, represéntalos en el caso que fueran con el signo de semejanza ~



### Lado – Ángulo – Lado (LAL):

Si dos lados de un triángulo son proporcionales a dos lados de otro triángulo y el ángulo comprendido entre ellos es igual, entonces los triángulos son semejantes.



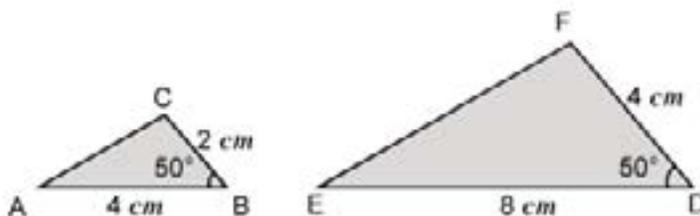
$$\text{Si } \begin{cases} \frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} \\ \sphericalangle A = \sphericalangle D \end{cases}, \text{ entonces } \triangle BAC \sim \triangle EDF$$

**Ejemplo:** Dado el siguiente par de triángulos, investigar si son semejantes

Comprobemos si los lados son proporcionales

$$\frac{AB}{ED} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{BC}{DF} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

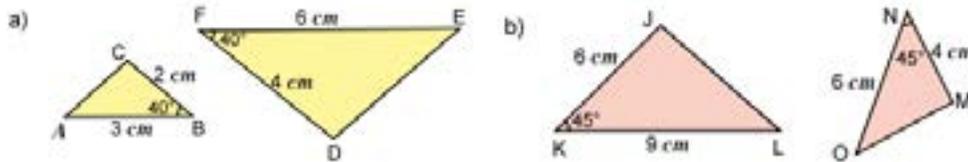


Se observa que los lados son proporcionales y el  $\sphericalangle B = \sphericalangle D = 50^\circ$

Por lo tanto  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

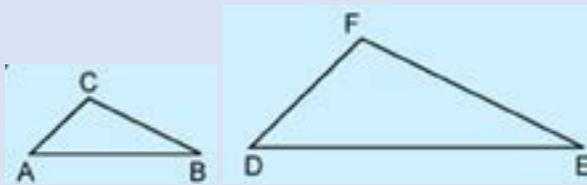
**Ejercite:**

Dado los siguientes triángulos, investigar si son semejantes



**Lado – Lado – Lado (LLL):**

Si los tres lados de un triángulo son proporcionales a los tres lados de otro triángulo, entonces son semejantes.



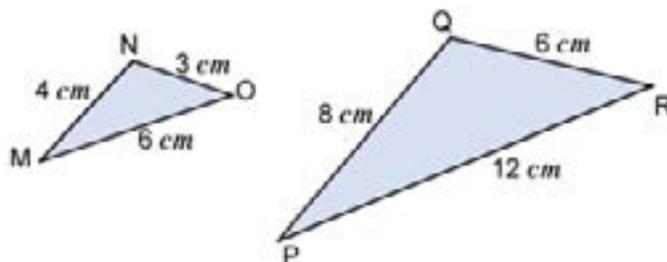
Si  $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$ , entonces  $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ .

**Ejemplo:**

Verifique si el siguiente par de triángulos son semejantes

Comprobemos si los lados son proporcionales

$$\frac{MN}{PQ} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$



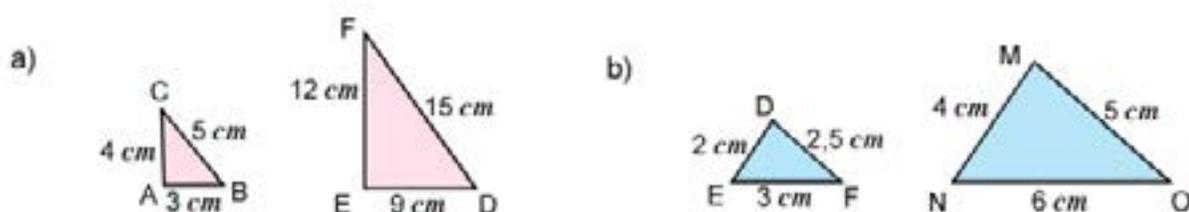
$$\frac{MO}{PR} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{NO}{QR} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Por lo tanto  $\triangle MNO \sim \triangle PQR$

**Ejercite:**

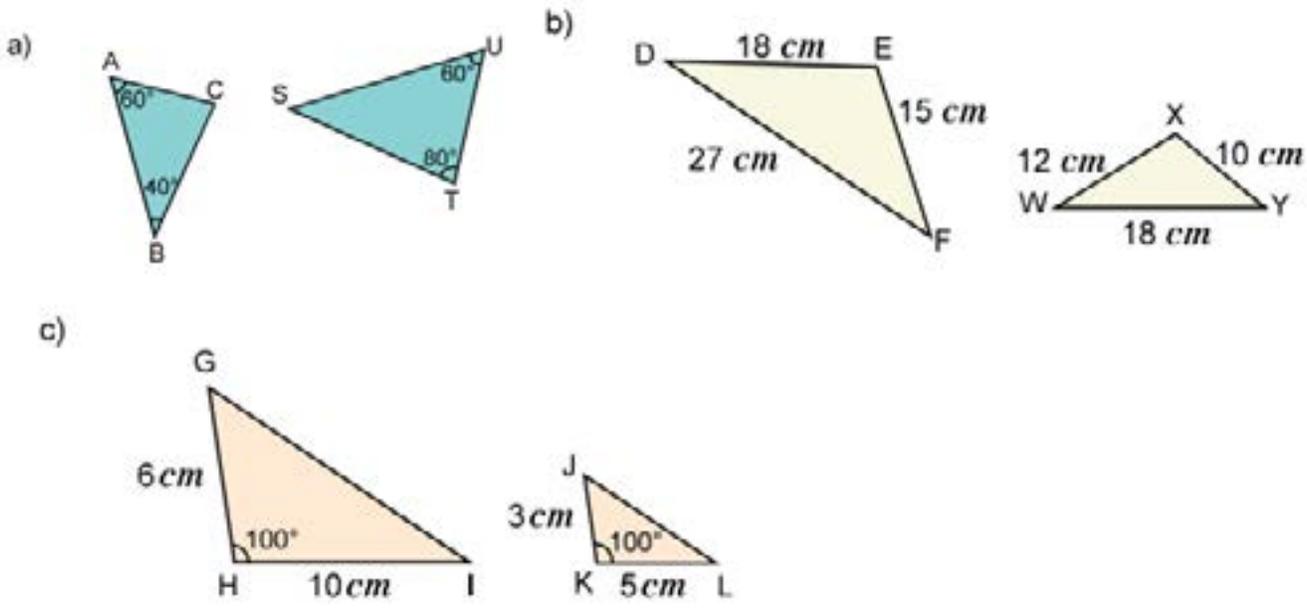
Dado los siguientes triángulos, investigar si son semejantes



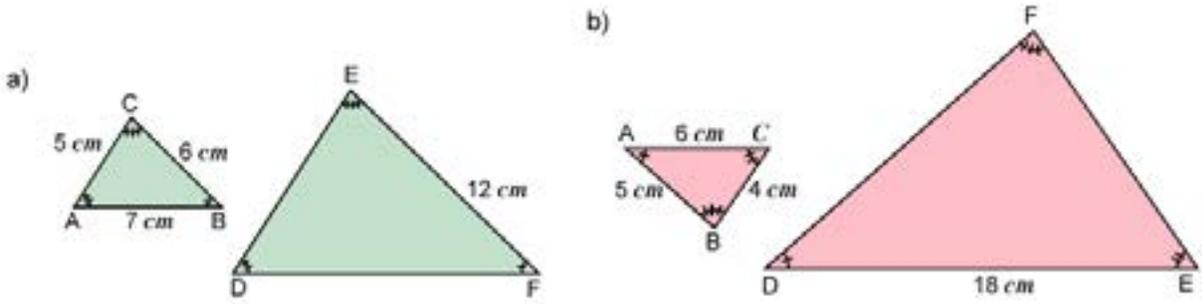
**Orientación de la guía de autoestudio**

Estimado y estimada estudiante, a continuación, se le presentan los siguientes ejercicios en donde aplicaran lo que hemos aprendido acerca de los criterios de semejanza de triángulos.

Dado los siguientes pares de triángulos, investigar si son semejantes e indique el criterio que lo justifica.



Si se sabe que los siguientes pares de triángulo, son semejantes, calcule las medidas de los otros lados.



### Referencias Bibliográficas:

Larson, R., & Boswell, L. (2014). *Matemáticas 9: Álgebra y geometría para secundaria*. McGraw-Hill Education.

Ministerio de Educación de Nicaragua. (2021). *Programa de estudio de Matemática, 9.º grado educación secundaria*. <https://www.mined.gob.ni>

## Encuentro N° 9,10 y 11:

### Semejanza y Paralelismo

**Competencia de eje transversal:** Practica actitudes positivas y valores que promuevan la dignidad, la igualdad, diversidad, la identidad y el respeto a las personas.

**Competencia de Unidad:** Aplica la razón entre segmentos, la división de segmentos en una razón dada, los criterios de semejanza, la semejanza de triángulos, paralelismo, el Teorema de Pitágoras y sus aplicaciones, así como el ángulo inscrito y sus aplicaciones en la solución de situaciones del entorno.

#### Unidad IV: Geometría

**Indicador de logro:** 4. Emplea la semejanza de triángulos rectángulos, los teoremas del cateto, altura, base media en la solución de situaciones en diferentes contextos.

#### Contenido:

- 4. Semejanza y Paralelismo
- 4.1 Teorema del Cateto
- 4.2 Teorema de la Altura
- 4.3 Teorema de la Base Media
- 4.4 Aplicación de semejanza

Estimada maestra y estimado maestro, se le presentan las siguientes actividades propuestas para el desarrollo de estos tres encuentros. Puede contextualizar e incluso agregar o cambiar según usted considere.

Recibe la guía de autoestudio del encuentro anterior, y ahora analicemos:

Imaginemos que en nuestra comunidad hay varios caminos que llevan desde la casa hasta el río. Algunos caminos van en línea recta, otros se cruzan, y algunos van uno al lado del otro, pero nunca se tocan. Además, hay parcelas que tienen formas similares, pero no del mismo tamaño.

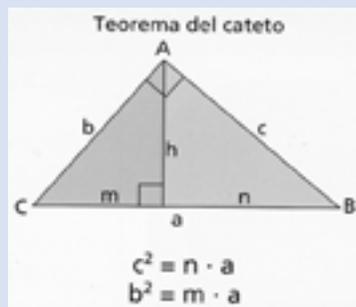
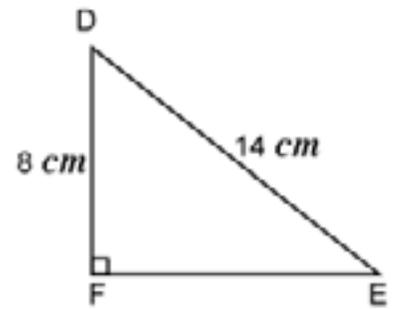
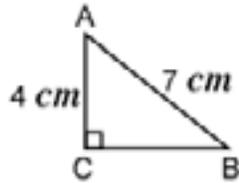
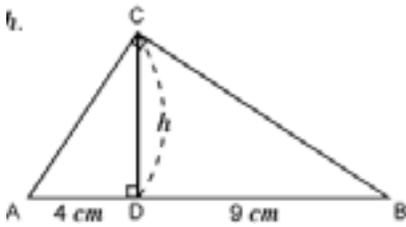
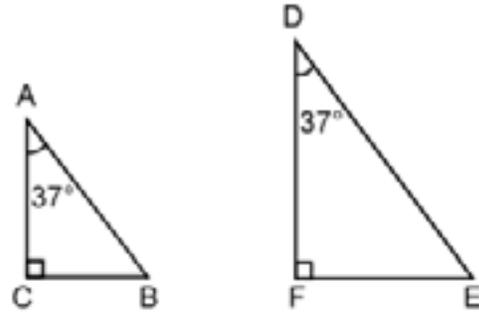
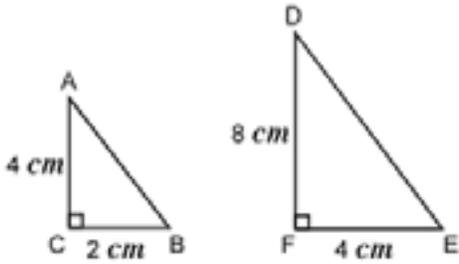
Responde:

- ¿Qué caminos en su comunidad son rectos y nunca se cruzan?
- ¿Han visto parcelas que tienen la misma forma, pero más grandes o pequeñas?
- ¿Qué creen que significa que dos formas sean “parecidas”? ¿Y qué dos caminos sean “paralelos”?

Dibujen dos caminos paralelos que vayan del campo a la escuela (dos líneas rectas que no se cruzan).

Concluimos: Los **caminos paralelos** son como *rectas que no se cruzan* nunca y las **parcelas semejantes** tienen la *misma forma*, pero no necesariamente el mismo tamaño: eso es *semejanza*.

Recuerda los criterios estudiados en el encuentro anterior acerca de la semejanza de triángulos y aplícalas a los siguientes pares de triángulos rectángulos y concluye si son semejantes:

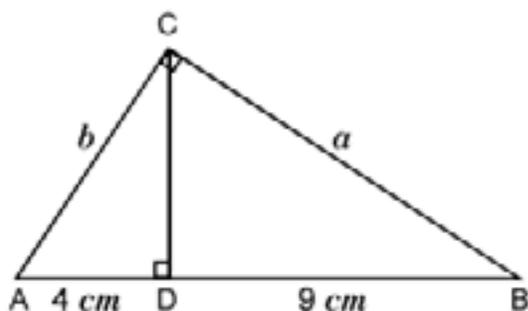


### Teorema del cateto

En todo triángulo rectángulo el cuadrado de cualquier cateto es igual al producto de la hipotenusa por la proyección de dicho cateto sobre ella.

**Ejemplo:**

A partir de la figura calcule el valor de b y a.

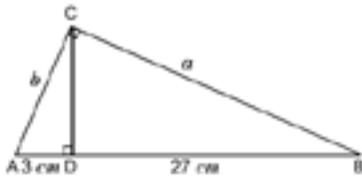


**Resolución**

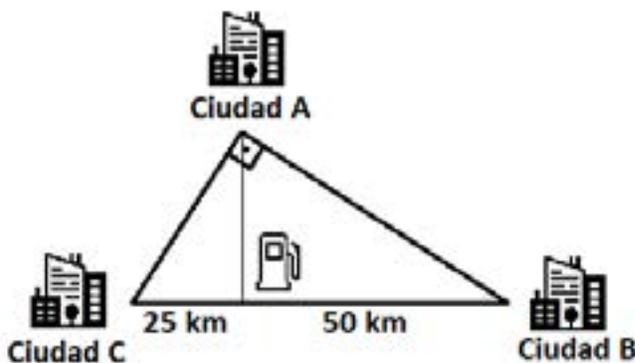
Identificamos en nuestra	Calculamos b	Calculamos a
figura	$b^2 = (AD)(AB)$	$a^2 = (DB)(AB)$
AC= b	$b^2 = (4)(13)$	$a^2 = (9)(13)$
BC= a	$b^2 = (52)$	$a^2 = (117)$
AD= 4	$b = \sqrt{52}$	$a = \sqrt{117}$
AB= 4+9= 13	$b = 2\sqrt{13}$	$a = 3\sqrt{13}$

Ejercite

Calcule el valor de  $b$  y  $a$  de acuerdo con los datos de la figura:



La ciudad A, la ciudad B y la ciudad C están situadas en los vértices de un triángulo rectángulo, habiendo también una gasolinera entre la ciudad C y la ciudad B, tal y como se muestra en la imagen:



Calcula:

- a) La distancia que hay entre la ciudad A y la ciudad B
- b) La distancia que hay entre la ciudad A y la ciudad C



**Teorema de la altura**

En todo triángulo rectángulo el cuadrado de la altura relativa a la hipotenusa es igual al producto de las proyecciones de los catetos sobre la hipotenusa.

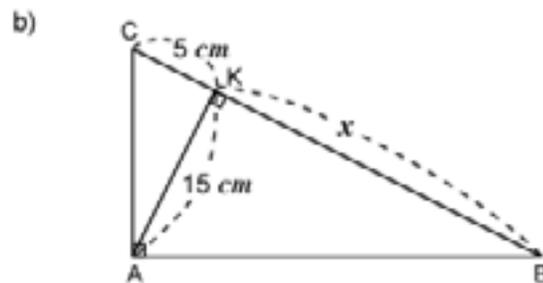
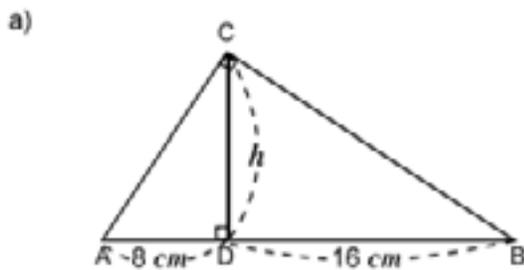
**Ejemplo:**

A partir de la figura, calcule el valor de h

Identificamos en nuestra figura	Calculamos h
CD= h	$h^2 = (AD)(BD)$
AD= 4	$h^2 = (4)(9)$
DB= 9	$h^2 = (36)$
	$h = \sqrt{36}$
	$h = 6 \text{ cm}$

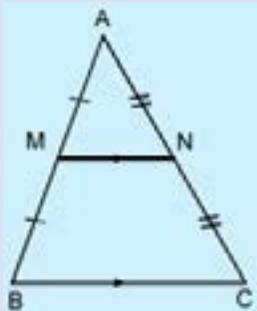
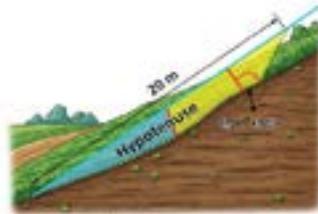
**Ejercite**

Calcule el valor de h y de X en el triángulo que le corresponde a partir de los datos proporcionados.



Un agricultor traza una pendiente en su finca para que el agua fluya. La pendiente forma un triángulo rectángulo. La hipotenusa mide 20 m y se divide en dos partes: 5 m y 15 m por la altura.

¿Cuál es la altura de la pendiente?



### Teorema de la base media

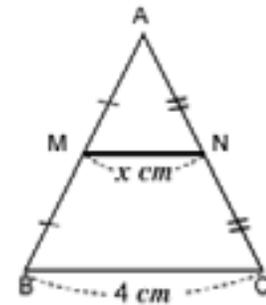
En un triángulo, el segmento que une los puntos medios de dos lados es paralelo al tercer lado y mide la mitad de su longitud.

Si en el  $\triangle ABC$ , M y N son puntos medios de  $\overline{AB}$  y  $\overline{AC}$  respectivamente, entonces,  $\overline{MN} \parallel \overline{BC}$  y  $MN = \frac{1}{2}BC$ .

**Ejemplo:**

En la figura, si M y N son los puntos medios de  $\overline{AB}$  y  $\overline{AC}$  respectivamente, calcule el valor de X, la longitud del lado  $\overline{MN}$  en la figura.

Resolviendo



Al ser M y N puntos medios de  $\overline{AB}$  y  $\overline{AC}$ , aplicando el teorema de puntos medios, se aplica:

$$MN = \frac{1}{2}BC$$

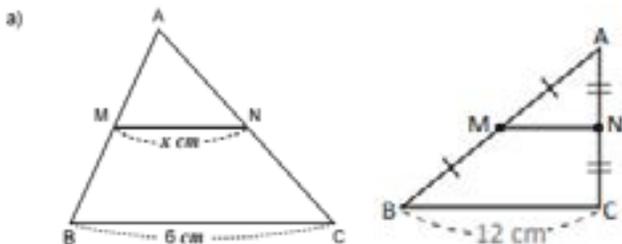
Sustituyendo por x

$$x = \frac{1}{2}(4)$$

$$x = 2$$

**Ejercite:**

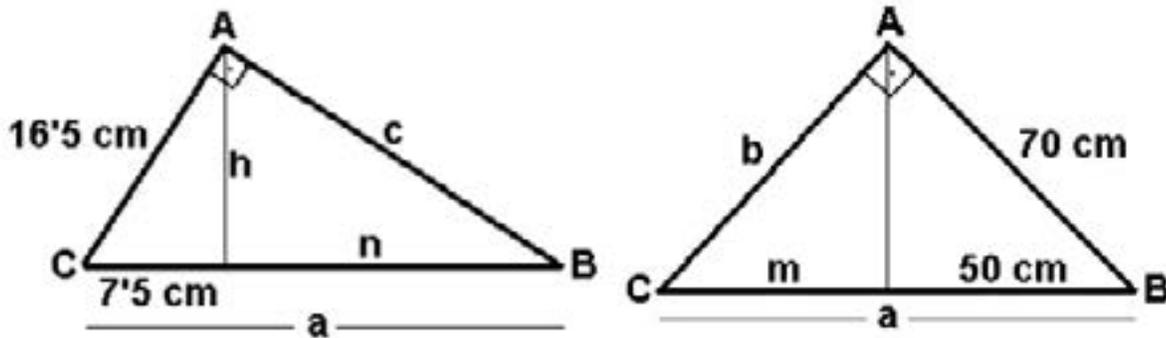
En cada par de triángulos, M y N son los puntos medios de  $\overline{AB}$  y  $\overline{AC}$  respectivamente, calcule el valor según corresponda.



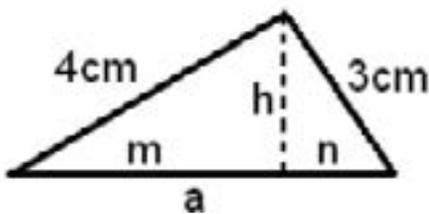
En una finca triangular, se unen los puntos medios de dos lados con un camino recto que mide 9m ¿Cuánto mide el lado opuesto a ese camino? Realiza el dibujo.

**Unidos en equipo que conformaremos de manera interactiva, resolveremos los siguientes ejercicios y nos preparamos para mostrar los resultados a través de una feria de matemáticas:**

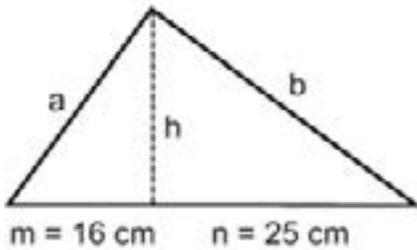
1. En las siguientes figuras, calcula las medidas de los segmentos desconocidos indicados por letras (ambos triángulos son rectángulos en A):



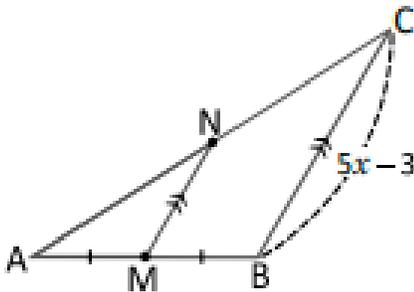
2. Un triángulo rectángulo tiene por catetos 3 cm y 4 cm. Halla la hipotenusa, las proyecciones y la altura sobre la hipotenusa:



3. En un triángulo rectángulo, las proyecciones de los catetos sobre la hipotenusa miden 16 cm y 25 cm. Calcula la hipotenusa, la altura sobre la hipotenusa y los catetos:



4. Calcular el valor de  $x$ , si  $M$  es punto medio de  $\overline{AB}$ , y  $MN = 3,5$



5. Un agricultor tiene un terreno triangular. Decide construir una vereda que una los puntos medios de dos lados del terreno, para poder cruzarlo más fácilmente.

- Si el lado del terreno que está frente a la vereda mide 18 metros,
- ¿cuánto mide la vereda que une los puntos medios?
- Represente gráficamente.

## Orientación de la guía de autoestudio

Estimada y estimado estudiante, los ejercicios que te fueron asignados debes ahora de resolverlos y prepáralos para presentarlos el próximo encuentro. Utiliza materiales para construir los triángulos y resolver.

### Referencias bibliográficas

Ministerio de Educación de Nicaragua. (2018). *Matemática 9.º grado: Educación secundaria*. Editorial del MINED.  
<https://www.mined.gob.ni>

Larson, R., & Boswell, L. (2016). *Matemáticas 9: Geometría y medidas*. McGraw-Hill Education.

## Encuentro N° 12 y 13:

### Teorema de Pitágoras

**Competencia de eje transversal:** Practica actitudes positivas y valores que promuevan la dignidad, la igualdad, diversidad, la identidad y el respeto a las personas.

**Competencia de Unidad:** Aplica la razón entre segmentos, la división de segmentos en una razón dada, los criterios de semejanza, la semejanza de triángulos, paralelismo, el Teorema de Pitágoras y sus aplicaciones, así como el ángulo inscrito y sus aplicaciones en la solución de situaciones del entorno.

#### Unidad IV: Geometría

**Indicador de logro:** Aplica el Teorema de Pitágoras en la solución de situaciones en diferentes contextos.

#### Contenido:

5. Teorema de Pitágoras

5.1 Teorema de Pitágoras

5.2 Cálculo de las longitudes de los catetos e hipotenusa de un triángulo rectángulo

5.3 Aplicaciones del Teorema de Pitágoras en situaciones del entorno

Estimada maestra y estimado maestro, se le presentan las siguientes actividades propuestas para el desarrollo de estos dos encuentros. Puede contextualizar e incluso agregar o cambiar según usted considere.

Primero realizaremos nuestra feria matemática en donde expondrás la resolución de los problemas asignados en el encuentro anterior, aplicando los teoremas de cateto, altura y base media.

Felicitar a los estudiantes.

Para esta actividad previamente

### **Antes de la clase: Preparación**

#### **1. Espacio físico:**

- Prepare un área amplia como el patio, la cancha o un salón despejado.
- Con ayuda de cinta, cuerda o tiza, marque en el suelo un **triángulo rectángulo** con lados de:
  - $AB = 3$  metros (horizontal)
  - $BC = 4$  metros (vertical)
  - $AC$  (hipotenusa, no se marca todavía para mantener el suspenso)

#### **2. Materiales recomendados:**

- Cinta métrica o regla larga
- Papel y lápiz para anotaciones
- Opcional: cronómetro si desea medir el tiempo de los recorridos

Sacar a los estudiantes al patio de la escuela en donde tienes que ir desde un punto A (una esquina) hasta un punto C (esquina opuesta), pero puedes hacerlo de dos formas:

1. Caminando por dos lados rectos: primero horizontalmente (lado AB) y luego verticalmente (lado BC), o
2. Caminando en diagonal directamente (lado AC).

¿Sabías que uno de esos caminos es **más corto**? Vamos a comprobarlo con nuestros propios pasos y luego con matemáticas.

### **Organícense en 3 equipos**

Vayan al área asignada y observen el triángulo que ya está marcado en el suelo:

- Lado AB (horizontal): 3 metros
- Lado BC (vertical): 4 metros
- Lado AC (diagonal): por descubrir

Cada equipo hará lo siguiente:

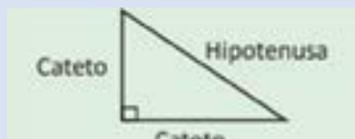
- **Equipo 1:** camina y mide el lado AB
- **Equipo 2:** camina y mide el lado BC
- **Equipo 3:** camina y mide directamente el lado AC

Escriban en su cuaderno cuánto mide cada recorrido. Luego respondan:

- ¿Cuál camino es más corto?
- ¿Qué figura se forma con los tres caminos?

La figura que formaste es un triángulo rectángulo

En un triángulo rectángulo los lados adyacentes al ángulo de  $90^\circ$ , se llaman catetos, mientras que el lado que es opuesto al ángulo recto se llama hipotenusa.

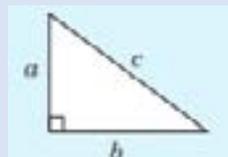


Debemos de saber reconocer, la ubicación de los catetos e hipotenusa.

### Teorema de Pitágoras

En general, en un triángulo rectángulo de lados  $a$ ,  $b$  y  $c$ , debido a que se cumple que  $a^2 + b^2 = c^2$ , la hipotenusa y los catetos se pueden encontrar de la siguiente manera:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} \quad a = \sqrt{c^2 - b^2} \quad b = \sqrt{c^2 - a^2}$$



### Ejemplo 1:

En el siguiente triángulo rectángulo ABC, encuentre la medida del cateto BC, es decir, el valor de a.

Determinamos los valores:

$$c = 7$$

$$b = 3$$

$$a = ?$$

Sustituyendo

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$a^2 + 3^2 = 7^2$$

Despejando

$$a^2 = 7^2 - 3^2$$

$$a^2 = 49 - 9$$

$$a^2 = 40$$

$$a = \sqrt{40}$$

$$a = 2\sqrt{10}$$

Resolviendo



**Ejemplo 2:**

Determina el valor del cateto  $a$  en términos de  $x$ . Considera  $x > 0$ .

Determinamos los valores:

$$c = x+1$$

$$b = x$$

$$a = ?$$

Sustituyendo y despejando

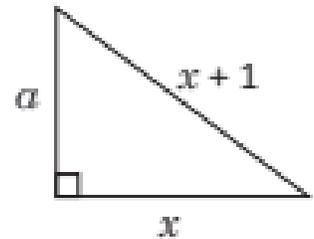
$$a^2 = (x + 1)^2 - x^2$$

Resolviendo

$$a^2 = x^2 + 2x + 1 - x^2$$

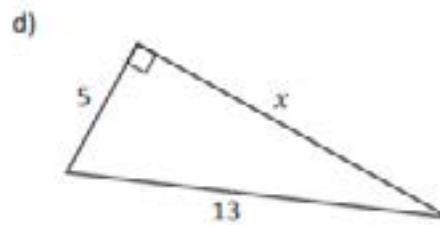
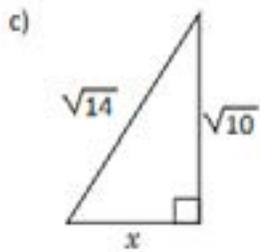
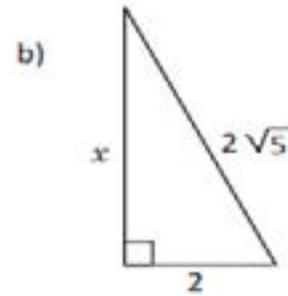
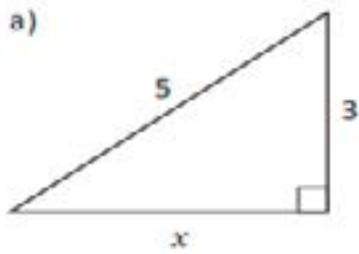
$$a^2 = 2x + 1$$

$$a = \sqrt{2x + 1}$$

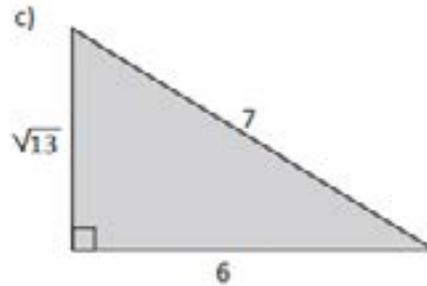
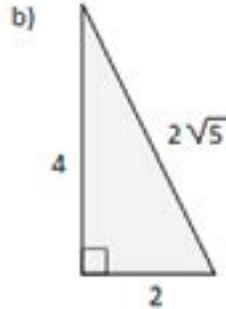
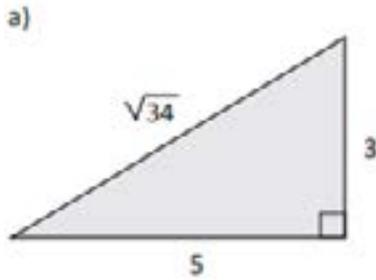


## Ejercite

Encuentra en los siguientes triángulos la longitud de los lados desconocidos:

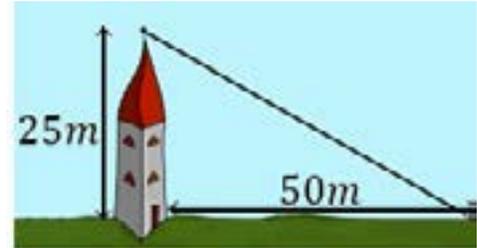


Verifica que el teorema de Pitágoras se cumple en los siguientes triángulos rectángulos.



**Ahora apliquemos el teorema de Pitágoras, para resolver problemas.**

Se quiere colocar un cable desde la cima de una torre de 25 metros altura hasta un punto situado a 50 metros de la base la torre. ¿Cuánto debe medir el cable?



<p>Determinamos los valores:</p> <p><math>c = ?</math></p> <p><math>a = 25m</math></p> <p><math>b = 50m</math></p>	<p>Sustituyendo y despejando</p> $c^2 = 25^2 - 50^2$ $c^2 = 625 - 2500$ $c = 25\sqrt{5}$
--	--

**Resuelve cada una de las situaciones y grafica**

1. Una escalera está apoyada en una pared y forma un triángulo rectángulo. La base de la escalera está a 6 metros de la pared y la escalera mide 10 metros.

¿A qué altura llega la escalera en la pared?

2. Un poste de luz proyecta una sombra de 9 metros. Desde la punta del poste hasta el final de la sombra, la distancia en diagonal es 15 metros.

¿Cuánto mide el poste?

3. Una caja rectangular mide 80 cm de largo, 60 cm de ancho y 50 cm de alto. Se quiere saber cuánto mide la diagonal interna desde una esquina inferior hasta la esquina superior opuesta.

¿Cuál es la longitud de esa diagonal?

*(Aplicación en 3 dimensiones: usar dos veces el teorema)*

4. Un agricultor quiere cercar su terreno triangular. Sabe que dos lados miden 30 m y 40 m, formando un ángulo recto.

¿Cuánto debe medir el tercer lado para cerrar el triángulo?

5. La tela de una tienda de campaña forma un triángulo. La altura desde el suelo hasta la parte más alta mide 2.4 metros y la mitad de la base mide 3 metros. ¿Cuánto mide la tela desde el suelo hasta la punta (la hipotenusa)?

6. Un niño en el campo quiere caminar en línea recta desde la esquina de un potrero hasta un árbol. Para hacerlo tendría que recorrer 12 metros al este y luego 5 metros al norte si va en forma de L. ¿Cuánto recorrería si va en línea recta?

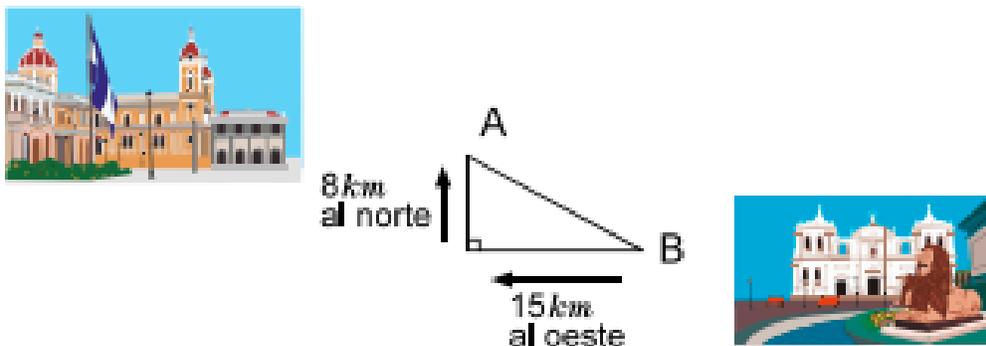
7. Una antena está sostenida por un cable que va desde su punta hasta el suelo. La antena mide 20 metros de altura, y el cable está anclado al suelo 15 metros de la base.

¿Qué longitud tiene el cable?

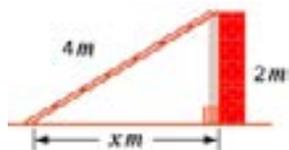
### Orientación de la guía de autoestudio

Estimada y estimado estudiante, a continuación, pondrá en práctica lo aprendido sobre el teorema de Pitágoras.

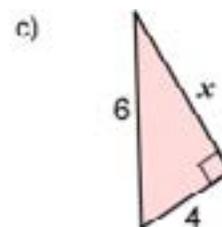
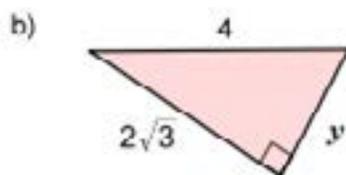
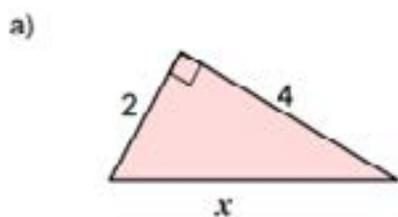
Un carro avanza 15 km al oeste de la ciudad B y luego 8 km al norte para llegar a la ciudad A. ¿Cuál es la distancia lineal AB entre las dos ciudades?



El extremo superior de una escalera de 4 metros de longitud se apoya sobre el borde superior de una pared cuya altura es de 2 metros. ¿a que distancia está el pie de la escalera de la base de la pared?



En los siguientes triángulos rectángulos, encuentre la longitud del tercer lado:



## Encuentro N° 14:

### Ángulo Inscrito

**Competencia de eje transversal:** Practica actitudes positivas y valores que promuevan la dignidad, la igualdad, diversidad, la identidad y el respeto a las personas.

**Competencia de Unidad:** Aplica la razón entre segmentos, la división de segmentos en una razón dada, los criterios de semejanza, la semejanza de triángulos, paralelismo, el Teorema de Pitágoras y sus aplicaciones, así como el ángulo inscrito y sus aplicaciones en la solución de situaciones del entorno.

#### Unidad IV: Geometría

**Indicador de logro:** Emplea el cálculo de la medida de un ángulo inscrito de la circunferencia, en la solución de situaciones en diferentes contextos.

#### Contenido:

- 6. Ángulo Inscrito
- 6.1 Elementos y rectas notables de una circunferencia
- 6.2 Medida de un ángulo inscrito

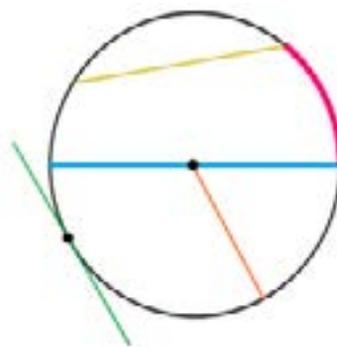
Estimada maestra y estimado maestro, se le presentan las siguientes actividades propuestas para el desarrollo de este encuentro. Puede contextualizar e incluso agregar o cambiar según usted considere.

Ahora analicemos:

- Toma un objeto redondo y colócalo sobre tu hoja.
  - Rodéalo con lápiz o carbón.
  - Si puedes, recorta la figura.
  - Pasa tu dedo **por el borde**. Luego, **por dentro**.
- ¿Qué nombre tiene el borde? \_\_\_\_\_
  - ¿Y todo lo de adentro? \_\_\_\_\_

**La circunferencia** es una línea curva cerrada formada por todos los puntos del plano que están a una misma distancia de un punto fijo llamado centro.

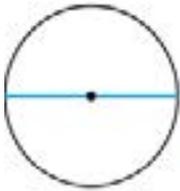
Elementos de la circunferencia



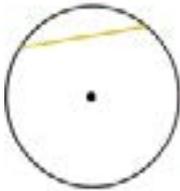
**Segmentos.**



El segmento que va del centro a un punto de la circunferencia se llama **radio**.

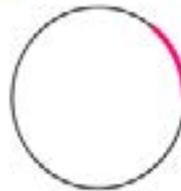


El segmento que va de un punto de la circunferencia a otro y pasa por el centro se llama **diámetro**.



El segmento que va de un punto de la circunferencia a otro se llama **cuerda**.

**Arco.**



La parte de la circunferencia delimitada por dos puntos en ella se llama **arco**.

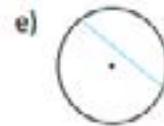
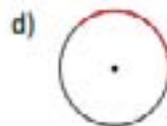
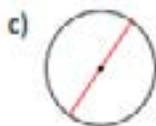
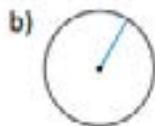
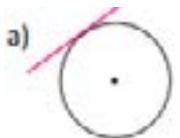
**Recta.**



La recta que toca la circunferencia en un punto se llama **tangente**.

El punto donde la recta tangente toca la circunferencia se llama: **punto de tangencia**.

**Ejercite:** Escribe el nombre de los elementos señalados en cada circunferencia:

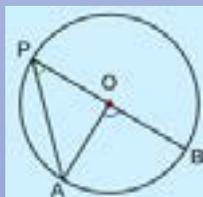


Responde:

- a) ¿Cuál es el nombre del elemento que es 1/2 del diámetro?
- b) ¿Cuál es el nombre de la cuerda de mayor longitud de una circunferencia?
- c) ¿Cómo es la recta tangente y el radio al punto de tangencia de una circunferencia?

Muy bien, ahora que hemos recordado los elementos de una circunferencia,

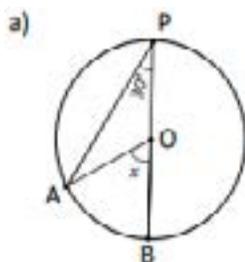
Los ángulos cuyo vértice está en la circunferencia se llaman: **ángulos inscritos**.



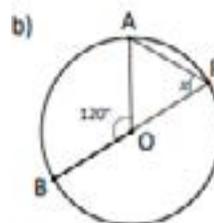
En los ángulos inscritos cuyo lado coincide con el diámetro de la circunferencia se cumple que la medida del ángulo central que subtende el mismo arco es el doble de la medida del ángulo inscrito.

**Ejemplo:**

Determina el valor de x para cada caso.



Como  $\angle BOA = 2\angle BPA$ .  
 Por lo tanto,  $x = 2(30^\circ) = 60^\circ$ .

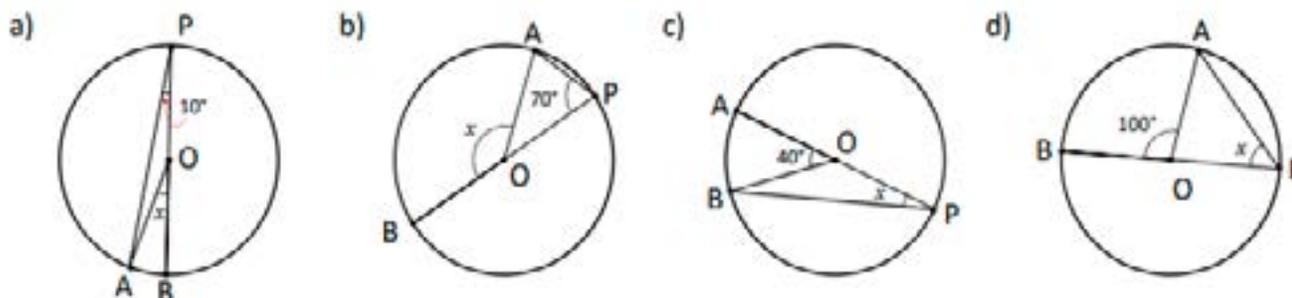


Como  $\angle BOA = 2\angle BPA$ .  
 Entonces,  $\angle BPA = \frac{1}{2} \angle BOA$   
 Por lo tanto,  $x = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$ .

**Ejercite:**

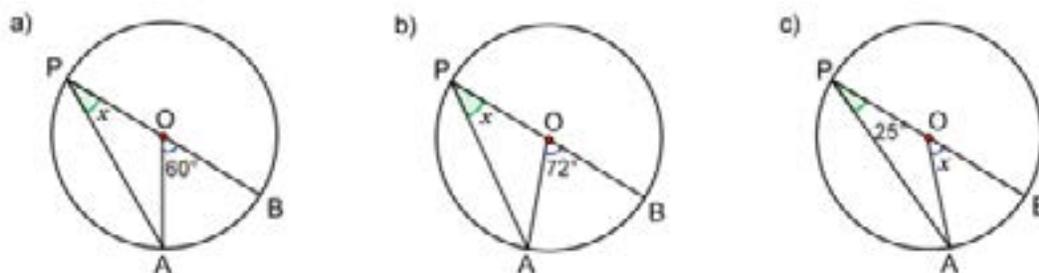
Determina el valor de x para cada caso.

## Orientación de la guía de autoestudio



Estimada y estimado estudiante, a continuación, pondrá en práctica lo aprendido sobre ángulo inscrito.

Determina el valor de  $x$ , de acuerdo a cada figura



## Encuentro N° 15 y 16:

### Aplicaciones del ángulo inscrito

**Competencia de eje transversal:** Practica actitudes positivas y valores que promuevan la dignidad, la igualdad, diversidad, la identidad y el respeto a las personas.

**Competencia de Unidad:** Aplica la razón entre segmentos, la división de segmentos en una razón dada, los criterios de semejanza, la semejanza de triángulos, paralelismo, el Teorema de Pitágoras y sus aplicaciones, así como el ángulo inscrito y sus aplicaciones en la solución de situaciones del entorno.

#### Unidad IV: Geometría

**Indicador de logro:** Emplea el cálculo de la medida de un ángulo semi-inscrito, interior y exterior, en la solución de situaciones en diferentes contextos.

#### Contenido.

Aplicaciones del ángulo inscrito

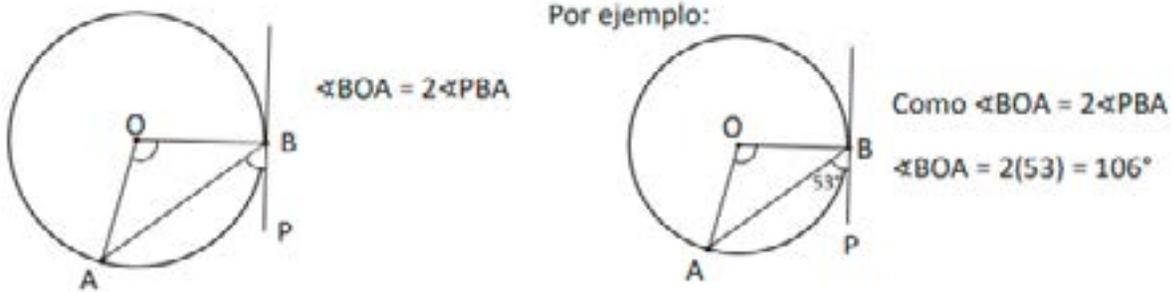
7.1 Ángulo Sumi inscrito

7.2 Ángulo interior

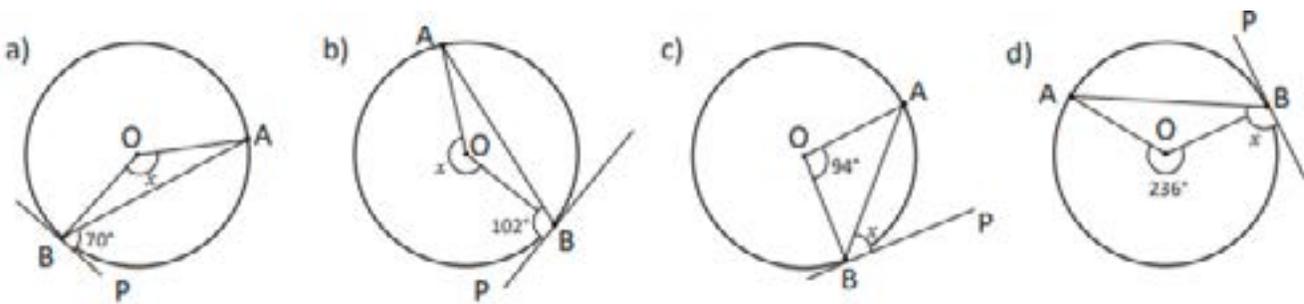
7.3 Ángulo exterior

Estimada maestra y estimado maestro, se le presentan las siguientes actividades propuestas para el desarrollo de estos dos encuentros. Puede contextualizar e incluso agregar o cambiar según usted considere.

El ángulo formado por una tangente y una cuerda de la circunferencia se llama: ángulo semiinscrita. En una circunferencia la medida de un ángulo semiinscrita es igual a la mitad de la medida del ángulo central que subtiende el mismo arco.



**Ejercite:** Determina el valor de x para cada caso.

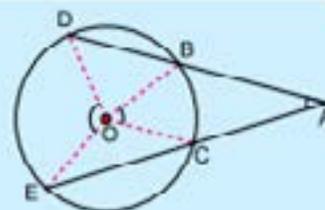


## Ángulo exterior

Al  $\angle DAE$  se le llama **ángulo exterior** ya que su vértice es un punto exterior a la circunferencia y sus lados son dos secantes. Su medida está dada por

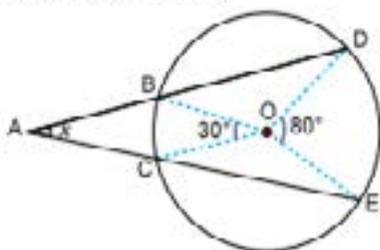
$$\angle DAE = \frac{1}{2} (\angle DOE - \angle BOC)$$

Es decir, la medida de un ángulo exterior a una circunferencia es la semidiferencia de las medidas de los ángulos centrales correspondientes.

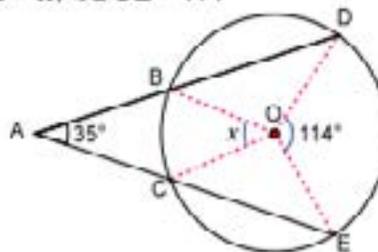


**Ejemplo:** Calcule el valor de  $x$  a partir de cada figura.

a)  $\angle BOC = 30^\circ$ ,  $\angle DOE = 80^\circ$



b)  $\angle BOC = x$ ,  $\angle DOE = 114^\circ$



- a) Si se sustituye  $\angle DAE$  por  $x$ ,  $\angle DOE$  por  $80^\circ$  y  $\angle BOC$  por  $30^\circ$  en la igualdad

$$\angle DAE = \frac{1}{2} (\angle DOE - \angle BOC)$$

se sigue que

$$x = \frac{1}{2} (80^\circ - 30^\circ) = 25^\circ$$

Por lo tanto,  $x = 25^\circ$ .

- b) Si se sustituye  $\angle BOC$  por  $x$ ,  $\angle DAE$  por  $35^\circ$  y  $\angle DOE$  por  $114^\circ$  en la igualdad

$$\angle DAE = \frac{1}{2} (\angle DOE - \angle BOC)$$

se sigue que

$$35^\circ = \frac{1}{2} (114^\circ - x)$$

de donde

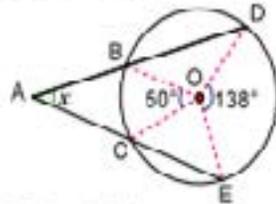
$$x = 114^\circ - 2(35^\circ) = 44^\circ$$

Por lo tanto,  $x = 44^\circ$ .

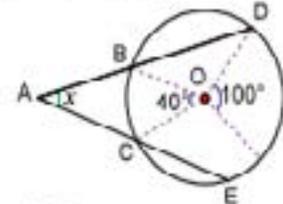
**Ejercite:**

Calcule el valor de x en cada inciso.

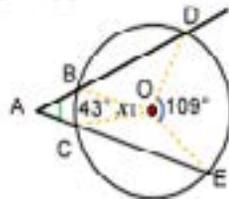
a)  $\angle BOC = 50^\circ$ ,  $\angle EOD = 138^\circ$



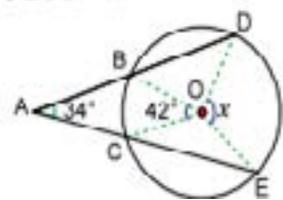
b)  $\angle BOC = 40^\circ$ ,  $\angle EOD = 100^\circ$



c)  $\angle BOC = x$ ,  $\angle DOE = 109^\circ$



d)  $\angle BOC = 42^\circ$ ,  $\angle EOD = x$

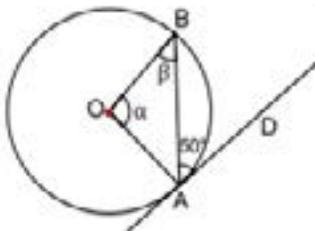


**Orientación de la guía de autoestudio**

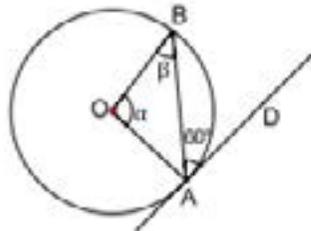
Estimada y estimado estudiante, a continuación, pondrá en práctica lo aprendido sobre ángulo inscrito.

Calcule el valor de cada uno de los ángulos

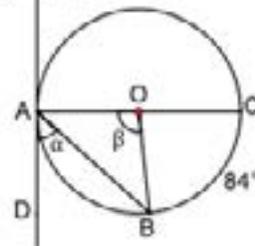
a)



b)



c)  $\angle BOC = 84^\circ$



## Anexos

### Ministerio de Educación Matriz de Programación Efectiva de aprendizaje

Nivel:      9º.      Modalidad: Secundaria a Distancia en el Campo

Asignatura: Matemática Periodo: II semestre

Competencias de Eje Transversal	Competencia de Grado	Nº y Nombre de la Unidad Programática	Indicadores de Logro	Contenidos	Actividades de aprendizajes sugeridas	Actividades de evaluación sugeridas.	Nº de encuentro
Practica valores de solidaridad, honestidad, responsabilidad, la paz, el servicio a las demás personas, entre otros; en la familia, la escuela y la comunidad.	2. Aplica las ecuaciones y funciones de segundo grado, su representación gráfica, características, así como sus valores máximo y mínimo	<b>Unidad III: Ecuación y Función de Segundo Grado</b>	4. Traza gráfica de funciones de segundo grado de la forma $y = ax^2$ con, $a > 0$ y $a < 0$ , a partir de sus características.	4. Introducción a Función de Segundo Grado 4.1 Gráfica y características de la función $y = x^2$ , $y = ax^2$ con $a > 0$ y $a < 0$ .	➤ Identifica a través de imágenes del entorno con la forma de parábola, que le ayuden a identificar la función de segundo grado (fuentes de agua, antenas parabólicas, otros).	Valora que los estudiantes trazan la gráfica de funciones de segundo grado de la forma $y = ax^2$ con, $a > 0$ y $a < 0$ , a partir de sus características.	1

Competencias de Eje Transversal	Competencia de Grado	N° y Nombre de la Unidad Programática	Indicadores de Logro	Contenidos	Actividades de aprendizajes sugeridas	Actividades de evaluación sugeridas.	N° de encuentro
	s, en la solución de situaciones de la vida cotidiana.				<p>➤ Analiza en equipo situaciones cotidianas, que le ayuden a realizar la representación gráfica e identificación de las características de la función <math>y = x^2</math>, <math>y = ax^2</math> con <math>a &gt; 0</math> y <math>a &lt; 0</math>.</p>		
			5. Traza grafica de funciones	Función de Segundo Grado	en equipo grafica las siguientes	Observa y registra que los	2

Competencias de Eje Transversal	Competencia de Grado	Nº y Nombre de la Unidad Programática	Indicadores de Logro	Contenidos	Actividades de aprendizajes sugeridas	Actividades de evaluación sugeridas.	Nº de encuentro
			de segundo grado de la forma $y = ax^2 + c$ , $y = a(x - h)^2 + k$ , $y = ax^2 + bx + c$ , con $a > 0$ y $a < 0$ , a partir de sus características.	5.1 Gráfica y características de la función: <ul style="list-style-type: none"> <li><math>y = ax^2 + c</math></li> <li><math>y = a(x - h)^2 + k</math></li> <li><math>y = ax^2 + bx + c</math> con <math>a &gt; 0</math> y <math>a &lt; 0</math></li> </ul>	funciones de segundo grado de la forma: <ul style="list-style-type: none"> <li><math>y = ax^2 + c</math></li> <li><math>y = a(x - h)^2 + k</math></li> <li><math>y = ax^2 + bx + c</math> con <math>a &gt; 0</math> y <math>a &lt; 0</math></li> </ul> <p>Socializan su alternativa de solución respecto a las características de</p>	estudiantes trazan la gráfica de funciones de segundo grado de la forma $y = ax^2 + c$ , $y = a(x - h)^2 + k$ , $y = ax^2 + bx + c$ , $a > 0$ y $a < 0$ , a partir de sus características.	

Competencias de Eje Transversal	Competencia de Grado	Nº y Nombre de la Unidad Programática	Indicadores de Logro	Contenidos	Actividades de aprendizajes sugeridas	Actividades de evaluación sugeridas.	Nº de encuentro
					las funciones graficadas y presentan en plenario.		
			6. Emplea los valores máximos y mínimos de una función de segundo grado y sus aplicaciones en la solución de situación	6. Valores Máximos y Mínimos de Función de Segundo Grado y sus aplicaciones 6.1 Valor máximo o mínimo de la función $y = ax^2 + bx + c$ 6.2 Aplicaciones de la función de segundo grado	➤ Indaga en casa sobre las aplicaciones de los máximos y mínimos de una función de segundo grado. ➤ Socializa con sus compañeros de clase	Verifica que los estudiantes resuelven situaciones en diferentes contextos, donde se requiera utilizar los valores máximos y mínimos de una función de segundo	1

Competencias de Eje Transversal	Competencia de Grado	N° y Nombre de la Unidad Programática	Indicadores de Logro	Contenidos	Actividades de aprendizajes sugeridas	Actividades de evaluación sugeridas.	N° de encuentro
			es en diferentes contextos.		los ejemplos y aclaran dudas con dibujos en la pizarra con ayuda del maestro. ➤ Resuelve en equipo situaciones en diferentes contextos relacionadas con las aplicaciones de los valores máximos y mínimos de una función de	grado y sus aplicaciones.	

Competencias de Eje Transversal	Competencia de Grado	Nº y Nombre de la Unidad Programática	Indicadores de Logro	Contenidos	Actividades de aprendizajes sugeridas	Actividades de evaluación sugeridas.	Nº de encuentro
					segundo grado $ax^2 + bx + c$ ➤ Socializan su alternativa de solución y presentan en plenario y realimentan el resto de sus compañeros y maestro.		
Practica actitudes positivas y valores que promueva	3. Aplica la razón entre segmentos, la división	<b>Unidad IV: Geometría</b>	1. Utiliza la razón entre segmentos en la resolución	1. Razón entre Segmentos 1.1. Distancia entre dos puntos 1.2. Razón de dos segmentos	➤ Analiza en equipo situaciones del entorno	Verifica las habilidades de los estudiantes para resolver situaciones en	1

Competencias de Eje Transversal	Competencia de Grado	Nº y Nombre de la Unidad Programática	Indicadores de Logro	Contenidos	Actividades de aprendizajes sugeridas	Actividades de evaluación sugeridas.	Nº de encuentro
<p>en la dignidad, la igualdad, diversidad, la identidad y el respeto a las personas.</p>	<p>de segmentos en una razón dada, los criterios de semejanza, la semejanza de triángulos, paralelismo, el Teorema de Pitágoras y sus aplicaciones, así como el ángulo</p>		<p>en de situaciones en diferentes contextos.</p>	<p>1.3. Segmentos proporcionales</p>	<p>relacionadas con el cálculo de un término de una proporción y de la distancia entre dos puntos en un sistema de coordenadas lineal</p> <p>➤ Resuelve en equipo situaciones en diferentes contextos relacionadas con el cálculo de</p>	<p>diferentes contextos donde se requiera aplicar la razón entre segmentos.</p>	

Competencias de Eje Transversal	Competencia de Grado	Nº y Nombre de la Unidad Programática	Indicadores de Logro	Contenidos	Actividades de aprendizajes sugeridas	Actividades de evaluación sugeridas.	Nº de encuentro
	inscrito y sus aplicaciones en la solución de situaciones del entorno.				la razón entre dos segmentos. ➤ Socializan su alternativa de solución y presentan en plenario y realimentan al resto de sus compañeros y maestro.		
			2. Emplea la División de un segmento o en una	2. División de un segmento 2.1 Cálculo de la razón en la que un punto divide a un segmento	➤ Analiza en equipo situaciones del entorno relacionadas	Constata si los estudiantes aplican la división de un segmento en	2

Competencias de Eje Transversal	Competencia de Grado	N° y Nombre de la Unidad Programática	Indicadores de Logro	Contenidos	Actividades de aprendizajes sugeridas	Actividades de evaluación sugeridas.	N° de encuentro
			razón dada en la resolución de situaciones en diferentes contextos.	2.2 Coordenada del punto interior y exterior 2.3 Longitudes de las partes en las que un punto divide a un segmento en una razón dada.	as con el cálculo de la razón en la que un punto divide a un segmento, cálculo de la coordenada del punto interior y exterior y el cálculo de las longitudes de las partes en las que un punto divide a un segmento en una	una razón dada.	

Competencias de Eje Transversal	Competencia de Grado	N° y Nombre de la Unidad Programática	Indicadores de Logro	Contenidos	Actividades de aprendizajes sugeridas	Actividades de evaluación sugeridas.	N° de encuentro
					razón dada. ➤ Resuelve en equipo situaciones en diferentes contextos relacionadas con el cálculo de la razón en la que un punto divide a un segmento, cálculo de la coordenada del punto interior y exterior y el cálculo de		

Competencias de Eje Transversal	Competencia de Grado	N° y Nombre de la Unidad Programática	Indicadores de Logro	Contenidos	Actividades de aprendizajes sugeridas	Actividades de evaluación sugeridas.	N° de encuentro
					<p>las longitudes de las partes en las que un punto divide a un segmento en una razón dada.</p> <p>➤ Socializan su alternativa de solución y presentan en plenario y realimentan el resto de sus compañeros y maestro.</p>		

Competencias de Eje Transversal	Competencia de Grado	Nº y Nombre de la Unidad Programática	Indicadores de Logro	Contenidos	Actividades de aprendizajes sugeridas	Actividades de evaluación sugeridas.	Nº de encuentro
			3. Aplica los criterios de semejanza de triángulos en la resolución de situaciones en diferentes contextos.	3. Criterios de Semejanza de Triángulos 3.2 Definición de Semejanza de Triángulos 3.2 Criterio de semejanza	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Analiza de forma individual o en equipo situaciones en diferentes contextos que le ayuden a comprender la definición de semejanza de triángulos.</li> <li>➤ Resuelve en equipo situaciones</li> </ul>	<p>Comprueba si los estudiantes aplican los criterios de semejanza ALA, LLL y LAL, en la demostración de semejanza de triángulos.</p> <p>Verifica las habilidades de los estudiantes para resolver situaciones en diferentes contextos donde aplique la semejanza de</p>	1

Competencias de Eje Transversal	Competencia de Grado	Nº y Nombre de la Unidad Programática	Indicadores de Logro	Contenidos	Actividades de aprendizajes sugeridas	Actividades de evaluación sugeridas.	Nº de encuentro
			4. Emplea la semejanza de triángulos y rectángulos,	4. Semejanza y Paralelismo 4.1 Teorema del Cateto 4.2 Teorema de la Altura 4.3 Teorema de la Base Media 4.4 Aplicación de semejanza	s en diferentes contextos, donde identifique lados correspondientes proporcionales y ángulos correspondientes en triángulos semejantes y aplique los criterios de semejanza ALA, LLL y LAL.	triángulos, los teoremas del cateto, altura, base media y Tales.	3

Competencias de Eje Transversal	Competencia de Grado	N° y Nombre de la Unidad Programática	Indicadores de Logro	Contenidos	Actividades de aprendizajes sugeridas	Actividades de evaluación sugeridas.	N° de encuentro
			teoremas del cateto, altura, base media en la solución de situaciones en diferentes contextos.		<p>➤ Comparte resultados con sus compañeros de equipo, presentan en plenario y realimentan al resto de sus compañeros y maestro.</p> <p>Reflexiona de su compañero</p>		

Competencias de Eje Transversal	Competencia de Grado	N° y Nombre de la Unidad Programática	Indicadores de Logro	Contenidos	Actividades de aprendizajes sugeridas	Actividades de evaluación sugeridas.	N° de encuentro
					<p>os sobre situaciones que le presenta su docente que le ayuden a comprender la semejanza de triángulos rectángulos</p> <p>Determina si los triángulos rectángulos dados son</p>		

Competencias de Eje Transversal	Competencia de Grado	Nº y Nombre de la Unidad Programática	Indicadores de Logro	Contenidos	Actividades de aprendizajes sugeridas	Actividades de evaluación sugeridas.	Nº de encuentro
					semejantes (agregar figuras) Resuelve en equipo situaciones en diferentes contextos donde aplique los diferentes teoremas		
			5. Aplica el Teorema de Pitágoras en la solución de	5. Teorema de Pitágoras 5.1 Teorema de Pitágoras 5.2 Cálculo de las longitudes de los catetos e hipotenusa de	Identifica en triángulos rectángulos los catetos e hipotenusa	Constata si los estudiantes aplican el teorema de Pitágoras, en la solución de	2

Competencias de Eje Transversal	Competencia de Grado	N° y Nombre de la Unidad Programática	Indicadores de Logro	Contenidos	Actividades de aprendizajes sugeridas	Actividades de evaluación sugeridas.	N° de encuentro
			situaciones en diferentes contextos.	un triángulo rectángulo 5.3 Aplicaciones del Teorema de Pitágoras en situaciones del entorno	aplica el teorema de Pitágoras al resolver situaciones en diferentes contextos.	situaciones del entorno.	
			6. Emplea el	6. Ángulo Inscrito 6.1 Elementos y rectas notables	El estudiante	Constata si los estudiantes calculan la medida de un	3

Competencias de Eje Transversal	Competencia de Grado	Nº y Nombre de la Unidad Programática	Indicadores de Logro	Contenidos	Actividades de aprendizajes sugeridas	Actividades de evaluación sugeridas.	Nº de encuentro
			<p>cálculo de la medida de un ángulo inscrito de la circunferencia, en la solución de situaciones en diferentes contextos.</p> <p>7. Emplea el</p>	<p>de una circunferencia</p> <p>6.2 Medida de un ángulo inscrito</p> <p>7. Aplicaciones del ángulo inscrito</p> <p>7.1 Ángulo Sumi inscrito</p> <p>7.2 Ángulo interior</p> <p>7.3 Ángulo exterior</p>	<p>da ejemplos de diferentes tipos de ángulos observados en su entorno.</p> <p>Representa con material medio los elementos y rectas notables de la circunferencia.</p> <p>Encuentra medidas de</p>	<p>ángulo inscrito de la circunferencia a partir de la medida del ángulo central.</p> <p>➤ Comprueba si los estudiantes calculan la medida de un ángulo semi inscrito, interior y exterior de la circunferencia a partir de la medida del ángulo central.</p>	

Competencias de Eje Transversal	Competencia de Grado	N° y Nombre de la Unidad Programática	Indicadores de Logro	Contenidos	Actividades de aprendizajes sugeridas	Actividades de evaluación sugeridas.	N° de encuentro
			cálculo de la medida de un ángulo semi-inscrito, interior y exterior, en la solución de situaciones en diferentes contextos.		ángulos semi-inscrito exterior e interior presentes en un círculo Realiza de forma individual ejercicios propuestos por el docente relacionados con el cálculo de la medida de un ángulo semi-inscrito		

