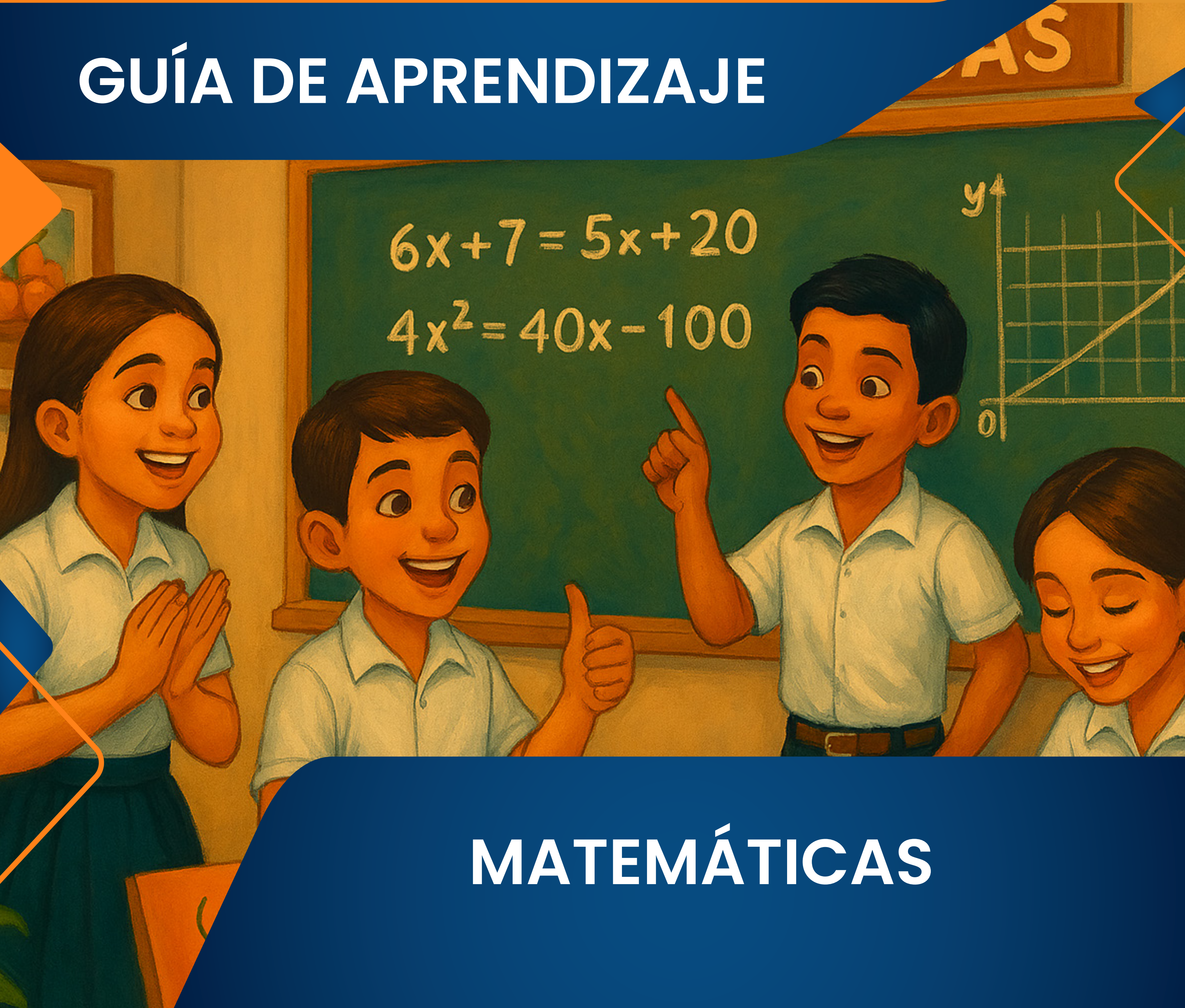
Dirección de Secudaria a Distancia en el Campo

MINED
Un Ministerio en la Comunidad

8vo Grado

GUÍA DE APRENDIZAJE



MATEMÁTICAS

CRÉDITOS

Dirección y coordinación general.

Tessia Olga Torres Thomas
Directora General de Eduación Secundaria (a.i)

Dirección y coordinación específica.

Mariana del Socorro Saborio Rodríguez
Directora de Programación Educativa

Elaborado por:

Alicia Verónica Ortiz Toruño
Asesora pedagógico Secundaria a Distancia en el Campo

Álvaro Alfonso Vega Estrada
Asesor pedagógico Secundaria a Distancia en el Campo

Huáscar Amaru Velásquez Valdez
Profesor De Educación Media - Secundaria Rural

José Bismarck Zeledón Centeno
Director de Núcleo Educativo Rural

Magda Catalina Maldonado Castillo
Directora de centro educativo

Marlon Bismarck Montoya
Profesor De Educación Media - Secundaria Rural

José Daniel Espinoza García
Facilitador de Formación Continua (IDEAS – CCD)

Luis Arcenio Zeledón Martínez
Profesor De Educación Media - Secundaria Rural

Revisión técnica:
Ministerio de Educación

Apoyo en Proceso de Validación:
Francisca del Socorro Cárcamo Olivas
Técnica de Programación Educativa

Diseño y Diagramación:

Indira Kasandra Salazar Cruz - Diseñadora gráfica (IDEAS – CCD)

Estimado Estudiante

El Gobierno de Reconciliación y Unidad Nacional, a través del Ministerio de Educación (MINED), entrega a estudiantes de Educación Secundaria a Distancia en el Campo, Guía de Aprendizaje de Matemática en Octavo grado, el que contiene actividades de aprendizaje e información científica relacionada a los contenidos a abordar en el segundo semestre.

La guía de aprendizaje que ponemos en tus manos, facilitará el desarrollo del encuentro y tu estudio independiente. Podrás transcribir las actividades a tu cuaderno y de esta manera la guía será utilizada por otros estudiantes en el siguiente año escolar, por lo cual te invito a cuidarla, no rayarla y regresarla al centro de estudio.

Estamos seguros que será un material de mucho provecho para usted y con el acompañamiento de la maestra o maestro, harán efectivo el desarrollo de las actividades durante la clase y la continuidad de las mismas en su hogar con el acompañamiento de su familia.

"Seguimos adelante, procurando hacer lo mejor todos los días, para que unidos sigamos construyendo el porvenir". (Murillo. R, 2024).

Índice

Encuentro1:

Expresión de la función de Primer Grado utilizando pendiente

Expresión de la función de primer grado dada la pendiente y el intercepto con el eje $\boldsymbol{Y}$.

Estimado estudiante, en este encuentro juntos estudiaremos los procedimientos para determinar la expresión de una función de primer grado dada su pendiente e intercepto con el eje Y, su pendiente y un punto de la gráfica, así como dado dos puntos, para su aplicación en la solución de situaciones en diferentes contextos

A continuación, te presentamos la siguiente información sobre funciones de primer grado para que la leas y analices cada uno de los ejemplos desarrollados.

¿Qué es una función de primer grado?

Una función de primer grado, también conocida como función lineal, es una función matemática que puede expresarse en la forma $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{ax} + \boldsymbol{b}$, donde $'\boldsymbol{a}'$ y $'\boldsymbol{b}'$ son constantes, con $\boldsymbol{a} \neq 0$ y $'\boldsymbol{x}'$ es la variable independiente.

También podemos decir que una función de primer grado, es una función que representa una línea recta en el plano de coordenadas.

Por ejemplo, $\boldsymbol{y = 3x - 2}$ representa una línea recta en un plano de coordenadas "y", por lo tanto, es una función lineal. Como "y" puede sustituirse por $\boldsymbol{f(x)}$**,** esta función puede escribirse como $\boldsymbol{f(x) = 3x - 2}$.

Como puedes observar la función de primer grado es una expresión algebraica que está compuesta de números, literales y signos.

Para recordar

Una variable es un símbolo, generalmente una letra, que representa un valor numérico que puede variar dentro de una ecuación, expresión o función.

Ejemplos comunes son "x" e "y" en ecuaciones.

¿A que llamamos razón de cambio de una función?

En la función de primer grado $\boldsymbol{y = ax + b}$, con $a \neq 0$, el cociente entre la variación de $\boldsymbol{y}$ y la variación de $\boldsymbol{x}$ es una constante que se llama **razón de cambio.**

$$\boldsymbol{Raz\acute{o}n\ de\ cambio} = \frac{\boldsymbol{Variaci\acute{o}n\ de\ y}}{\boldsymbol{Variaci\acute{o}n\ de\ x}} = \boldsymbol{a}$$

Para cualquier variación de $\boldsymbol{x}$ siempre coincide la razón de cambio con la constante $\boldsymbol{a}$.

Dominio y rango de una función de primer grado.

El dominio de una función es el conjunto de valores que toma $\boldsymbol{x}$, y el rango el conjunto de valores que toma $\boldsymbol{y}$, al resolver la ecuación sustituyendo el valor de x. Donde x es la variable independiente y y la variable dependiente.

El dominio es el conjunto donde se define la función y el rango es el conjunto de todos los valores que alcanza la función.

El dominio de una función es el conjunto de todos los valores posibles de la variable independiente (generalmente representada por "x") para los cuales la función está definida. El rango de una función es el conjunto de todos los valores posibles que la función puede tomar como resultado (generalmente representados por "y" o $f(x)$), después de evaluar la función con los valores del dominio.

Pendiente de la función lineal.

La razón de cambio "$\boldsymbol{a}$" de la función, también se llama pendiente de la recta $y = ax + b$ y es la cantidad que aumenta cuando "x" crece una unidad. La pendiente es la inclinación de la recta con respecto al eje de abscisas (eje x).

Expresión de la función de primer grado dada la pendiente y el intercepto con el eje $\boldsymbol{Y}$

Expresión de la función tiene la forma

$y = ax + b,\ a \neq 0$, donde:

$a = es\ el\ valor\ de\ la\ pendiente\ de\ la\ recta\ o\ razón\ de\ cambio$

$b\ =\ es\ la\ ordenada\ del\ punto\ donde\ la\ recta\ intercepta\ al\ eje$ y

Para una mejor comprensión analice los siguientes ejemplos.

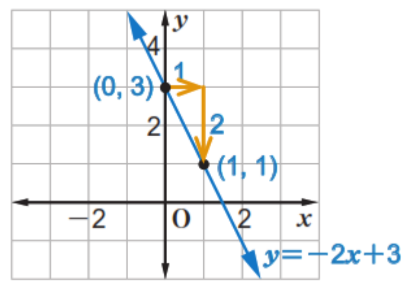
Ejemplo 1. En la función $\boldsymbol{y = 2x - 1}$

Se considera la expresión en general de la recta $y = ax + b$.

De acuerdo a la información la pendiente es $a = 2$ y el intercepto con el eje y es $(0, -1)$, luego $b = -1$.

Ejemplo 2. Encuentre la función de primer grado cuya grafica tiene pendiente -2 e intercepto con el eje y en $(0{,}3)$.

En este caso $a = -2,$ y el intercepto con el eje y es $(0; 3)$, luego $b = 3$.



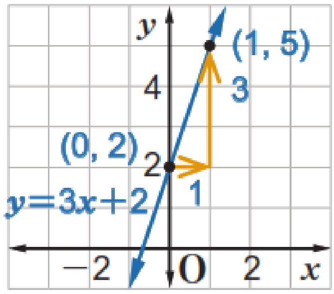
Estos valores se sustituyen en $y = ax\ +\ b$

$$y = -2x + 3$$

obteniéndose $y = -2x + 3$

Observar la gráfica a la derecha.

Ejemplo 3. Trace la gráfica de $y = 3x + 2$ utilizando su intercepto con el eje y y la pendiente.



En este caso $a = 3$ y $b = 2$, así que la pendiente es 3 y el intercepto con el eje y es $(0, 2)$.

Otro punto de la gráfica que se necesita es $(0 + 1, 2 + 3) = (1, 5)$.

Con esta información se obtiene la gráfica de la derecha.

Actividades de Autoevaluación

1. Dada la siguiente función $y = 2x + 1$

   Responda
   a) ¿Cuál es el intercepto de la gráfica de la función con el eje y?
   b) ¿Cuál es la razón de cambio de esta función?
   c) ¿Cómo traza la gráfica $y = 2x + 1$ utilizando el intercepto con "y" y su razón de cambio?
2. Encuentre la función de primer grado cuya gráfica tiene pendiente 2 e intercepto con el eje y en $(0, -1)$.
   Pendiente 3 e intercepto $(0,2)$ con el eje y
   Pendiente 5 e intercepto $(0,1)$ con el eje y
3. Trace la gráfica de $y = 3x + 2$ utilizando su intercepto con el eje y y la pendiente.

Guía de autoestudio.

1. Lea detenidamente la guía de autoestudio, que contiene contenidos teóricos que te permitirán fortalecer el lenguaje matemático.

Soluciona por tu cuenta los problemas y ejercicios propuesto tomando como referencia los ejercicios resueltos en el aula.

a) Trace la gráfica de $y = -2x + 3$ utilizando su intercepto con el eje y y la pendiente.

b) Encuentre la función de primer grado cuya gráfica tiene pendiente - 4 e intercepto $(0, -5)$ con el eje y.

2. Lea la Información relacionada a los contenidos para el siguiente encuentro.

- Expresión de la función de primer grado dada la pendiente y un punto de la gráfica y dado dos puntos
- Encuentre la función de primer grado cuya gráfica:

a) Tiene pendiente -3 y pasa por el punto $(2,1)$

b) Pasa por los puntos $(-1, 6)$ y $(2, 3)$

Encuentro2:

Expresión de la función de primer grado dada la pendiente y un punto de la gráfica.

Expresión de la función de primer grado dados dos puntos.

Estimado estudiante, en este encuentro continuaremos con el contenido anterior, estudiando los procedimientos para determinar la expresión de una función de primer grado dada su pendiente y un punto de la gráfica, así como dado dos puntos, para su aplicación en la solución de situaciones en diferentes contextos

A continuación, te presentamos la siguiente información sobre funciones de primer grado para que la leas y analices cada uno de los ejemplos desarrollados.

¿Cómo obtenemos la expresión de la función de primer grado dada la pendiente y un punto de la gráfica?

La expresión de una función de primer grado (función lineal) dada la pendiente y un punto de la gráfica se obtiene utilizando la forma punto-pendiente de la ecuación de una recta:

$y - y^1 = m(x - x^1)$, donde 'm'es la pendiente y (x^1, y^1) es el punto conocido.

Recordemos del encuentro anterior que una función de primer grado, también es conocida como función lineal y se representa gráficamente como una línea recta.

Ecuación General:

La forma general de una función lineal es $y = mx + b$, donde $'m'$ es la pendiente y $'b'$ es la ordenada al origen (el punto donde la recta corta el eje y). Recordemos que en el encuentro anterior se explicó que la pendiente es igual a la razón de cambio, por tanto, esta expresión es igual a $y = ax + b$, donde $\boldsymbol{m} = \boldsymbol{a}$.

La forma punto-pendiente de la ecuación lineal es la expresión que te permite definir una función de primer grado a partir de la pendiente y un punto de la gráfica. Esta forma es:

$$\boldsymbol{y - y_1 = a(x - x_1)}$$

Pasos para encontrar la función de primer grado $\boldsymbol{y = ax + b}$, conociendo la pendiente y un punto de la gráfica

1. Se sustituye a por el valor de la pendiente.
2. Se sustituye las variables x y y por la absisa y la ordenada del punto conocido y resuelve la ecuación resultante para encontrar b.
3. Se sustituye el valor de b en la ecuación que resulta en el paso 1.

¿Cómo obtenemos la expresión de la función de primer grado dados dos puntos?

Para encontrar la expresión de una función de primer grado dados dos puntos, se calcula la pendiente "a" utilizando la fórmula $a = \frac{y_2 - y^1}{x_2 - x^1}$ y luego se determina la ordenada al origen 'b' sustituyendo uno de los puntos en la ecuación y resolviendo para b.

Pasos para encontrar la función de primer grado $y = ax + b$, conociendo dos puntos de su gráfica:

1. Se calcula la pendiente de la recta.
2. Se sustituye $\boldsymbol{a}$ por el valor de la pendiente.
3. Se sustituyen las coordenadas de alguno de los puntos conocidos en $y = ax + b$ y se resuelve la ecuación resultante para encontrar b.
4. Se sustituye el valor de b en $y = ax + b$.

A continuación, se presentan los ejemplos en los cuales se muestra cómo aplicar los pasos para encontrar la expresión de la función de primer grado dados los 2 casos anteriores.

Ejemplos

1) Encuentre la función de primer grado que tiene Pendiente -3 y pasa por el punto $(2, 1)$.

Se sustituye a por el valor de la pendiente.

$a = -3$ en $y = ax + b$

$y = -3x + b$

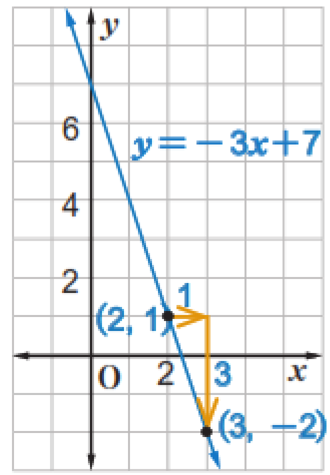
Se sustituye $x = 2$ y $y = 1$ en $y = -3x + b$

$1 = -3(2) + b$

$1 = -6 + b$

$1 + 6 = b$

$7 = b$ o bien $b = 7$



Se sustituye el valor $b = 7$ de $y = -3x + b$

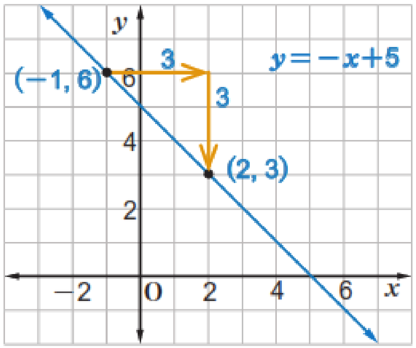
Resultando $y = -3x + 7$

Concluyendo que la función buscada es $y = -3x + 7$ y su gráfica se puede observar a la derecha.

2. Encuentre la función de primer grado que pasa por los puntos $(-1, 6)$ y $(2, 3)$.

Se calcula la pendiente de la recta

$$a = \frac{3-6}{2-(-1)} = \frac{-3}{3} - 1$$



Se sustituye $a = -1$ en $y = ax + b$

$$y = -1x + b = -x + b$$

Se sustituye $x = 2$ y $y = 3$ en $y = -x + b$

$$3 = -2 + b$$

$$3 + 2 = b$$

$5 = b$ o bien $b = 5$

Se sustituye $b = 5$ en $y = -x + 5$

Concluyendo que la función es $y = -x + 5$. Observa su gráfica.

Después de realizar los ejercicios responda las siguientes preguntas:

1- ¿Qué procedimiento se realiza para encontrar la función de primer grado conociendo la pendiente y un punto?

2- La recta ¿es creciente, decreciente o constante?

En equipo resuelva el siguiente ejercicio

a) Encuentre la función de primer grado cuya grafica tiene:

1. pendiente 3 y pasa por el punto $(1,4)$
2. pasa por los puntos $(-2,1)$ y $(1,7)$.

Guía de autoestudio.

Lea detenidamente la guía de autoestudio, que contiene contenidos teóricos que te permitirán fortalecer sus habilidades matemáticas.

1. Encuentre la función de primer grado cuya gráfica pasa por los puntos:

a) (1, 2) y (4, 8)

b) (1, 3) y (2, -1)

2.Actividad del contenido del próximo encuentro Gráfica de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas y grafica de una ecuación de primer grado de la forma $ax + by = c$

a) Graficar la ecuación: $2x + 3y = 6$. ¿Calcula dos puntos, por ejemplo, cuando $x = 0, y = ?$ y cuando $y = 0, x = ?$ Luego, traza la recta que pasa por estos puntos.

b) Investiga sobre la gráfica de la función con dos incógnitas y trae ejemplos.

Encuentro 3:

Grafica de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas

- Grafica de una ecuación de primer grado de la forma $ax + by = c$
- Intercepto de los ejes coordenados de a grafica de una ecuación de primer grado de la forma $ax + by = c$

Estimado estudiante, en este encuentro estudiaremos graficas de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas en la solución de situaciones en diferentes contextos.

A continuación, te presentamos la siguiente información sobre la gráfica de una ecuación de primer grado para que la leas y analices cada uno de los ejemplos desarrollados.

¿Qué es una grafica de una ecuación de primer grado con dos incógnitas?

Es una ecuación que puede escribirse en la forma $ax + by = c$, donde 'x' e 'y' son las incógnitas, 'a' y 'b' son los coeficientes y 'c' el término independiente.

Características:

- Una ecuación de primer grado con dos variables representa una línea recta.
- La recta representa todas las soluciones posibles de la ecuación.
- Cada punto de la recta corresponde a un par de valores $(x\ ;\ y)$ en el plano cartesiano que satisfacen la ecuación.
- La pendiente de la recta determina la inclinación de la misma. Si es positiva indica una recta ascendente, si es negativa una recta descendente y una pendiente cero una recta horizontal.
- Para graficar una línea recta, necesitas al menos dos puntos.
- Los puntos de corte con los ejes x y y son fácil de encontrar.

Cuando decimos que cada punto en esa línea recta es una solución de la ecuación, significa que si tomas las coordenadas (x, y) de cualquier punto de la línea y las sustituyes en la ecuación original, se cumplirá la igualdad.

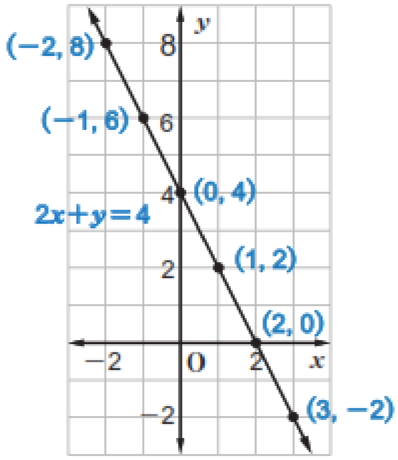
¿Qué representan las variables en una ecuación con dos incógnitas?

Estas representan las magnitudes desconocidas que se desean determinar o resolver. Por ejemplo, en la ecuación $2x + 3y = 10$, 'x' e 'y' son las incógnitas, y sus valores se buscan para que la ecuación sea verdadera.

Ejemplos

1- Calcule y escriba en la tabla los valores correspondientes de x o y para que los pares (x, y) sean soluciones de $2x + y = 4$

x	-2	-1	0	1	2	3
y	8	6	4	2	0	-2



Si $x = -2(-2) + y = 4$

$$-4 + y = 4$$

$$y = 4 + 4$$

$$y = 8$$

Ubique en el plano cartesiano los pares (x, y) encontrados, que al unirlos determinan la gráfica de la recta $2x + y = 4$.

2-Encuentre los intercepto de la gráfica de $3x - 2y = 6$ con los ejes coordenados.

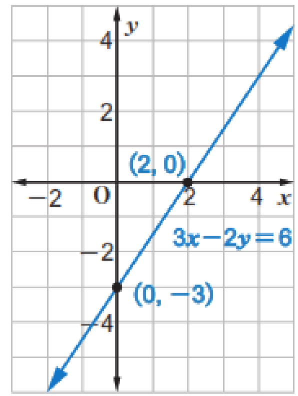
Se buscan los intercepto de la recta $3x - 2y = 6$ con los ejes x y y.

Tenga en cuenta que (x, y) es un punto del eje x, si $y = 0$; y del eje y si $x = 0$.

Como un punto del eje x tiene ordenada 0, se sustituye $y = 0$ en $3x - 2y = 6$.

$$3x - (2)(0) = 6$$
$$3x = 6$$
$$x = 2$$

El intercepto con el eje x es el punto **(2, 0).**



El intercepto con y tiene abscisa 0. Se sustituye $x = 0\ en\ 3x - 2y = 6$, resultando:

$$(3)(0) - 2y = 6$$
$$-2y = 6$$
$$y = -3$$

El intercepto con el eje y es **(0, 3).**

Ahora se ubican los puntos (2, 0) y (0, -3) en el plano cartesiano y se traza la recta que pasa por ellos. La recta que se muestra en la figura de la derecha es la gráfica de $3x - 2y = 6$.

La recta formada por las soluciones de la ecuación de primer grado $ax + by = c$ con a y b no simultáneamente se llama gráfica de la ecuación. Se cumple también que cada punto de esta recta es solución de la ecuación $ax + by = c$

Para graficar la ecuación $ax + by = c \quad a \neq 0;\, b \neq 0.$

El objetivo de determinar valores de las variables es encontrar puntos de la recta sustituyendo las variables por valores numéricos,

Resuelva los siguientes problemas

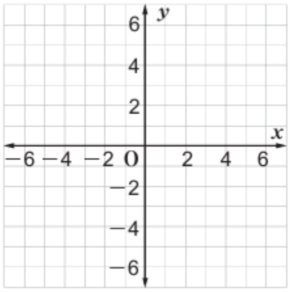
a) Calcule y escriba en la tabla los valores correspondientes de x o y para que los pares (x, y) sean soluciones de $2x + y = 3$. Trace la gráfica de la ecuación.

x	-1		1
y		4	

b) Encuentre los intercepto de las siguientes rectas con los ejes y grafíquelas:

a) $x - 2y = 4$

b) $3x - 4y = -1$



Para graficar, puedes.

- Despejar una de las variables (por ejemplo, Y).
- Crear una tabla de valores, eligiendo valores para x y calculando los valores correspondientes de y.
- Trazar los puntos en el plano cartesiano y conectar los puntos con una línea recta.

Guía de autoestudio.

Lea detenidamente la guía de autoestudio, que contiene contenidos teóricos que te permitirán fortalecer sus habilidades matemáticas.

1. Encuentre en cada inciso los intercepto de la recta con los ejes y grafíquela.
   a. $x - y = 1$
   b. $x + 3y = 6$
2. Graficar la ecuación: 2x + 3y = 6. ¿Calcula dos puntos, por ejemplo, cuando x=0, y=? y cuando y=0, x=? Luego, traza la recta que pasa por estos puntos.

3. Complete las siguientes tablas y en cada uno de los casos muestre que un par ordenado de la tabla es solución de la ecuación dada.

   a) Sabiendo que $x + y = 10$

X	0	1	2	3	4	5	6
Y							

a) Sabiendo que $-2x - y = 7$

X	0	1	2	3	4	5	6
Y							

4. Lea la Información relacionada a los contenidos para el siguiente encuentro e investiga grafica de la función con dos incógnitas dando respuesta a las siguientes preguntas:

   ¿Qué tipo de recta representa la ecuación y=k? Realice un ejemplo de gráfica

   Respuesta:

   Representa una recta horizontal que cruza el eje y en el punto $(0, k)$

   Todos los puntos de la recta tienen la misma coordenada y.

   ¿Qué tipo de recta representa la ecuación $x = h$? Realice un ejemplo de gráfica

   Respuesta:

   Representa una recta vertical que cruza el eje X en el punto $(h, 0)$

   Todos los puntos de la recta tienen la misma coordenada x.

Encuentro 4:

Gráfica de la ecuación de la forma $y = k$

Gráfica de la ecuación de la forma $x = h$

Estimado estudiante, en este encuentro continuaremos con las gráficas de ecuaciones de primer grado de la forma $y = k$ y de la forma $x = h$.

A continuación, te presentamos la siguiente información sobre estas gráficas para que la leas y analices cada uno de los ejemplos desarrollados.

¿Qué pendiente tiene la recta $y = k$?

La recta horizontal $y = k$, donde k es una constante, tiene una pendiente de cero (0). Esto se debe a que una línea horizontal no tiene ninguna inclinación.

Por lo tanto, la pendiente de la recta $y = k$ es siempre 0, independientemente del valor de k.

Concepto.

Toda ecuación de primer grado de la forma $y = k$ tiene por gráfica una **recta paralela al eje x que pasa por el punto** $(\mathbf{0}; \boldsymbol{k})$.

¿Qué significa el valor de h en la gráfica de $x = h$.

En la gráfica de la ecuación $x = h$, la variable h representa una constante que define la coordenada x de una línea vertical. La ecuación $x = h$ describe una línea recta que es paralela al eje y (vertical) y que pasa por todos los puntos donde la coordenada x es igual a h.

Concepto.

Toda ecuación de primer grado de la forma $x = h$ **tiene por gráfica una recta paralela al eje x que pasa por el punto** $(\boldsymbol{h}; \mathbf{0})$.

Ejemplos.

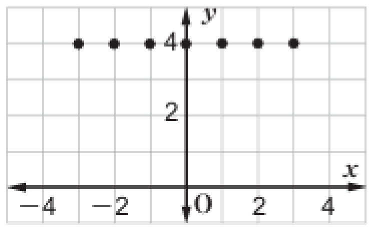
1. **Gráfica de la ecuación $y = k$**

Grafiquemos $y = 4$

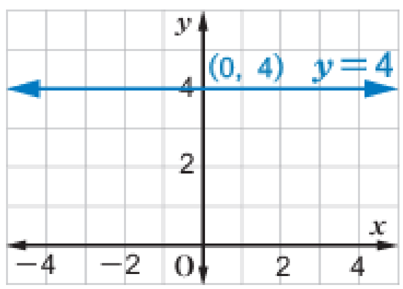
En relación a la ecuación $y = 4$ se escribe también como $0x + y = 4$.

Todo punto de ordenada $y = 4$, satisface esta ecuación sin importar el valor de la abscisa x, es decir que todos los puntos de la forma $(x, 4)$ son soluciones de la ecuación. Algunos de estos puntos son:

$$(-3, 4), (-2, 4), (-1, 4), (0, 4), (1, 4), (2, 4), (3, 4)$$



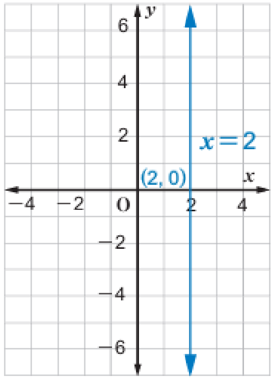
Se observa que, al variar x, los puntos $(x, 4)$ forman una recta que pasa por $(0, 4)$ y es paralela al eje x. La gráfica es la siguiente.



2. **Gráfica de la ecuación $x = h$**

Grafiquemos $x = 2$

La ecuación $x = 2$ se escribe como $x + 0y = 2$.



Todo punto de abscisa $x = 2$ satisface esta ecuación sin importar el valor de la ordenada y, es decir que todos los puntos de la forma $(2, y)$ son soluciones de la ecuación. Algunos de estos puntos son: $(2, -3), (2, -2), (2, -1), (2, 0), (2, 1), (2, 2), (2, 3)$

Se observa que al variar y, los puntos $(2, y)$ forman una recta que pasa por $(2, 0)$ y es paralela al eje y. observa su gráfica.

El objetivo de graficar ecuaciones de la forma $y = k$ y $x = h$ es identificar la diferencia de las rectas trazadas.

Tomando en cuenta los ejemplos dados resuelva los siguientes ejercicios.

Grafique las siguientes ecuaciones.

a. $y = 2$
b. $y = -3$
c. $x = 4$
d. $5x = 15$

Guía de autoestudio

Lea detenidamente la guía de autoestudio, que contiene contenidos teóricos que te permitirán fortalecer sus habilidades matemáticas.

Grafica de la ecuación de la forma $y = k$ y ejercicios propuestos tomando como referencia los ejercicios resueltos en el aula.

1- Grafique las siguientes ecuaciones:

a) $y - 1 = 0$

b) $5y = 15$

c) $x - 1 = 0$

d) $5x = 15$

Actividad del contenido del próximo encuentro: Aplicación de función de primer grado

Lea, analice y resuelva

Marcela se encuentra a 300 m del centro escolar. Si ella conduce su bicicleta a una velocidad de 3 metros por segundo.

a. Exprese la distancia y (en metros) a la que se encuentra después de x segundo con una función de primer grado.

b. ¿A qué distancia del centro escolar se encuentra después de transcurrir 4 segundos?
c. Construya la gráfica de la función.

Encuentro 5:

Aplicación de la función de primer grado

Estimado estudiante, en este encuentro utilizaremos las aplicaciones de la función de primer grado en la solución de diferentes situaciones.

A continuación, te presentamos la siguiente información sobre las aplicaciones de la función de primer grado para que la leas y analices cada uno de los ejemplos desarrollados

¿Para qué nos sirve una aplicación de la función de primer grado?

Las funciones de primer grado son fundamentales para la comprensión de una amplia gama de fenómenos en la vida cotidiana y en el mercado laboral. Desde la previsión de costos en una empresa hasta el análisis de tendencias de ventas, la habilidad de interpretar y representar funciones linealmente es esencial. Por ejemplo, los profesionales de finanzas utilizan estas funciones para prever ganancias y pérdidas, analizar el comportamiento del mercado y tomar decisiones estratégicas. Los ingenieros, por su parte, aplican funciones lineales para modelar y resolver problemas en proyectos de construcción y diseño.

Para una mejor comprensión analiza los siguientes ejemplos.

Marcela se encuentra a 30 m del centro escolar. Si ella conduce su bicicleta a una velocidad de 3 metros por segundo.

a) ¿A qué distancia del centro escolar se encuentra después de transcurrir 4 segundos?
b) Exprese como una función de primer grado la distancia y (en metros) a la que se encuentra después de x segundo.
c) ¿Qué valores puede tomar x?
d) Construya la gráfica de la función

Solución

En cualquier punto de su trayectoria al centro escolar la distancia a la que se encuentra Marcela después de cierto tiempo es igual a la distancia inicial (30 metros), menos la distancia recorrida. Esta última es igual a la velocidad por el tiempo transcurrido. Por tanto:

a) Al transcurrir 4 segundos, la distancia a la que se encuentra Marcela de su centro escolar es $30 - (3)(4) = 18$ metros.

b) La distancia recorrida por Marcela al finalizar los x segundos es $3x$. Por tanto, la expresión solicitada es:

$$y = 30 - 3x$$

$$y = -3x + 30$$

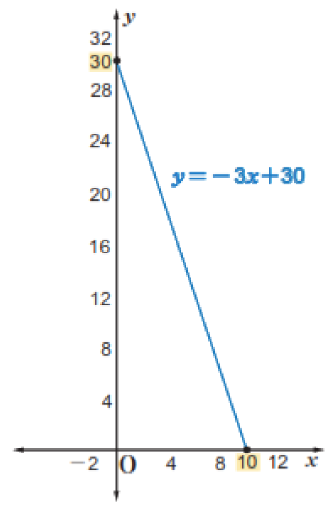
c) El tiempo inicial es $x = 0$ y aumenta a medida que Marcela se dirige a su casa. Por tanto, $x \geq 0$. El mayor valor que alcanza x ocurre cuando Marcela llega al centro escolar, es decir cuándo $y = 0$.

Se sustituye $y = 0$ *en* $y = -3x + 30$ y se obtiene:

$$0 = -3x + 30$$
$$3x = 30$$
$$\frac{3x}{3} = \frac{30}{3}$$
$$x = 10$$

Luego, $0 \leq x \leq 10$.

d) La gráfica se construye utilizando los interceptos de la recta $y = -3x + 30$ con los ejes. Estos puntos son (10, 0) y (0, 30). La gráfica es el tramo de la recta entre los puntos anteriores, inclusive ellos, tal como se muestra en la figura de la derecha.



En la siguiente situación completa la tabla y construya la gráfica de: Una fotocopiadora saca 50 copias en dos minutos. Calcula:

a. El número de copias que se sacan en x minutos
b. Cantidad de copias que se sacan en 5 minutos

Los estudiantes se organizarán en equipos de 5 participantes y realizarán ejercicios prácticos aplicando los conocimientos adquiridos

I. En las siguientes situaciones, representa la función resultante de cada situación, completa la tabla y grafica

1. Una carnicería que tiene 15 libras de carne molida y el precio C$109 por libra, el peso vendido es x libras y la venta es y córdobas.
   Cantidad de dinero obtenido en la venta de las 15 libras

$x(peso\ vendido)$					
$y(venta\ en\ córdobas)$					

2. En una pila cuya capacidad máxima es de 30 galones se vierte agua a un ritmo de 3 galones por minuto, el tiempo x minutos y cantidad de agua en la pila y galones.

$x(tiempo\ minutos)$					
$y(cantidad\ de\ agua\ en\ galones\ )$					

Guía de autoestudio.

Lea detenidamente la guía de autoestudio, que contiene contenidos teóricos que te permitirán fortalecer sus habilidades matemáticas.

1. Edison abre una cuenta de ahorros con C$1 000 cada mes.
   a) Encuentre la función que expresa la cantidad ahorrada y (en córdobas) a los x meses.
   b) Calcule la cantidad de dinero ahorrado en 5 meses. Utilice la función encontrada en el inciso anterior.
2. Determina la función lineal y gráfica de la siguiente situación: Un estudiante comienza con una nota base de 5 y gana 1 punto por tarea completada.
   - Represente en la tabla la nota al completar 4 tareas
3. Actividad del contenido del próximo encuentro: Ángulos complementarios. Suplementarios y opuestos por el vértice.

   Lea la información de la guía de aprendizaje de respuesta a las siguientes preguntas

a) ¿Qué son ángulos complementarios? Dibuja ejemplo

b) ¿Qué son ángulos suplementarios? Dibuja ejemplo

c) ¿Qué son ángulos opuestos por el vértice? Dibuja ejemplo

Encuentro 6:

Ángulos complementarios, suplementarios y opuestos por el vértice.

Estimado estudiante, en este encuentro estudiaremos ángulos complementarios, suplementarios y opuestos por el vértice, en la solución de situaciones de diferentes contextos.

A continuación, te presentamos la siguiente información sobre ángulos complementarios, suplementarios y opuestos por el vértice para que la leas y analices cada uno de los ejemplos desarrollados.

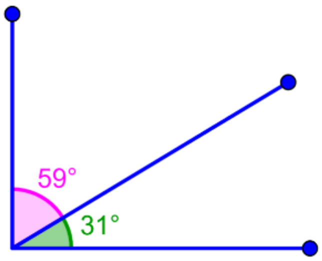
¿Qué son ángulos complementarios?

Dos ángulos son complementarios si la suma de sus medidas es igual a 90 grados (un ángulo recto).

Por ejemplo:

Si un ángulo mide 60 grados, su ángulo complementario medirá 30 grados, ya que $59 + 31 = 90$.

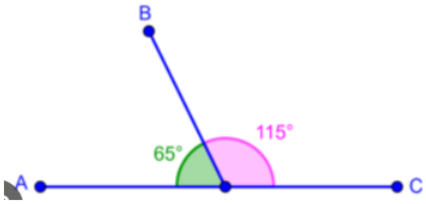
Ejemplo.



¿Qué son ángulos suplementarios?

Dos ángulos son suplementarios si la suma de sus medidas es igual a 180 grados (un ángulo llano).

Ejemplo:



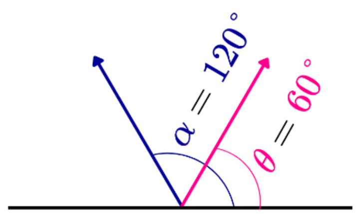
Si tienes un ángulo que mide 60 grados, su ángulo suplementario mediría 120 grados ($60 + 120 = 180$).

En conclusión:

- Dos ángulos son suplementarios si su suma es igual a 180 grados.

- Un ángulo suplementario es aquel que completa 180 grados junto con otro ángulo.
- Un ángulo llano (180 grados) puede ser considerado como dos ángulos suplementarios.

Ejemplo.



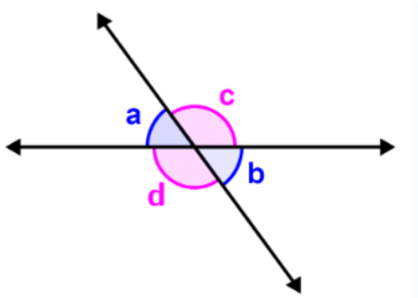
$$\alpha + \theta = 120^\circ + 60^\circ$$
$$= 180$$

¿Qué es un Angulo opuesto por el vértice?

Dos ángulos son opuestos por el vértice si sus lados forman dos pares de rayos opuestos, formando cuatro ángulos. Los ángulos que están directamente uno frente al otro son ángulos opuestos por el vértice y tienen la misma medida.

Si un ángulo mide 60 grados, su ángulo opuesto por el vértice también medirá 60 grados.

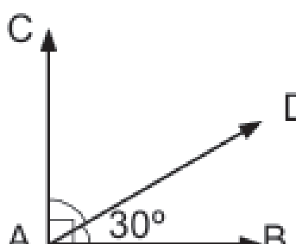
- Ejemplo.



Donde: $\boldsymbol{a = b \ y \ c = d}$

Actividades de comprensión

a) Calcule la medida del $\angle DAC$



Se observa en la figura que los ángulos $\measuredangle BAD \ y \measuredangle DAC$ son complementarios, por lo que $\measuredangle BAC = 90°$, entonces $\measuredangle BAD + \measuredangle DAC = 90°$.

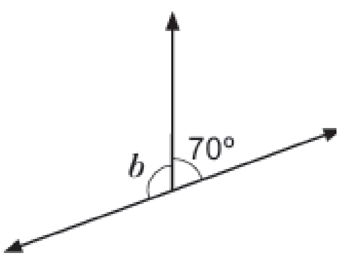
Como $\measuredangle BAD = 30°$, entonces $30° + \measuredangle DAC = 90°$

$\measuredangle\ DAC = 90° - 30°$

$\measuredangle\ DAC = 60°$

Luego $\measuredangle DAC = 60°$

a) Dada la figura de abajo, calcule el ángulo b.



Se observa en la figura dos ángulos que forman un ángulo suplementario, por lo cual:

$$70° + b = 180°$$

$$b = 180° - 70° \ = 110°$$

Concluyendo que $b = 110°$.

b) Si a=30°, entonces ¿Son iguales a y c? ¿Son iguales b y d?

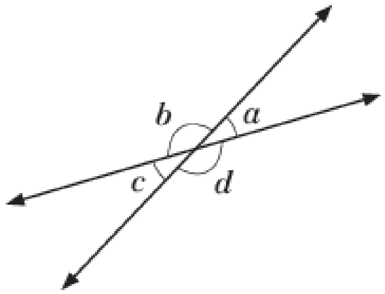
Se observa en la figura que $\angle a \ y \ \angle b, \angle b \ y \ \angle c, \angle c \ y \ \angle d$, forman pares de ángulos suplementarios, por tal razón se calculan b, c y d así:

$$b = 180° - a \ = 180° - 30° \ = 150°$$

$$c = 180° - b \ = 180° - 150° \ = 30°$$

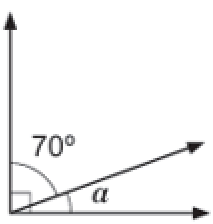
$$d = 180° - c \ = 180° - 30° \ = 150°$$

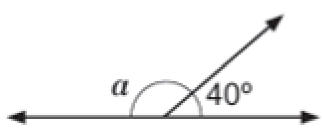
De los resultados anteriores se concluye que a y c son iguales. Similarmente, b y d son iguales

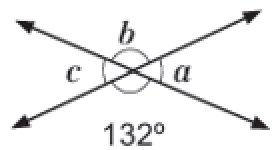


Los estudiantes se organizarán en equipos de 5 participantes y realizarán ejercicios prácticos aplicando los conocimientos adquiridos.

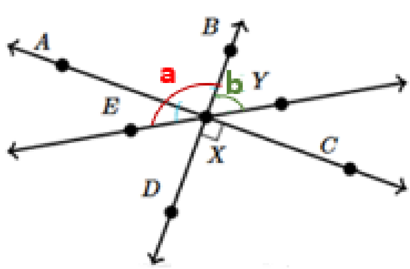
Aplicando los conceptos estudiados calcule a, b y c según corresponda.





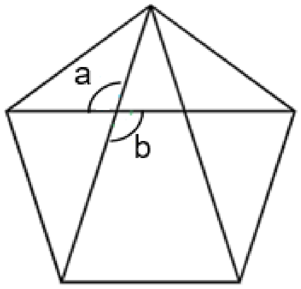


¿Cuál es la relación entre el ∠ a y el ∠ b?



a) Ángulos opuestos por el vértice
b) Ángulos complementarios
c) Ángulos suplementarios

¿Cuál es la relación entre ∠ a y el ∠ b?

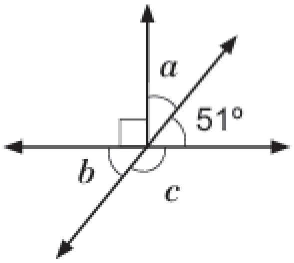


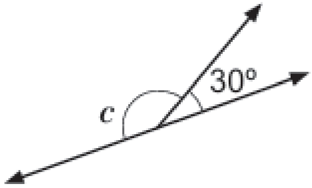
a) Ángulos opuestos por el vértice
b) Ángulos complementarios
c) Ángulos suplementarios

Guía de autoestudio.

Lea detenidamente la guía de autoestudio, que contiene contenidos teóricos que te permitirán fortalecer sus habilidades matemáticas.

1- Calcule a, b y c en cada inciso e identifica que tipos de ángulos son





2- Actividad del contenido del próximo encuentro: Ángulos entre rectas cortadas por una transversal y medidas de ángulos formados por una transversal y dos rectas paralelas

¿Qué es una recta transversal?

¿Cuántos ángulos se forman cuando una transversal corta dos rectas? De un ejemplo con dibujo

Encuentro 7:

Ángulos entre rectas cortadas por una transversal.

- Medidas de ángulos formados por una transversal y dos paralelas

Estimado estudiante, en este encuentro estudiaremos los ángulos entre rectas cortadas por una transversal y las condiciones de paralelismo en la solución de situaciones en diferentes contextos.

A continuación, te presentamos la siguiente información sobre los ángulos entre rectas cortadas por una transversal y las condiciones de paralelismo en la solución de situaciones en diferentes contextos para que la leas y analices cada uno de los ejemplos desarrollados.

¿Sabes qué es una recta transversal?

Una recta transversal es una recta que corta a otras dos o más rectas en diferentes puntos.

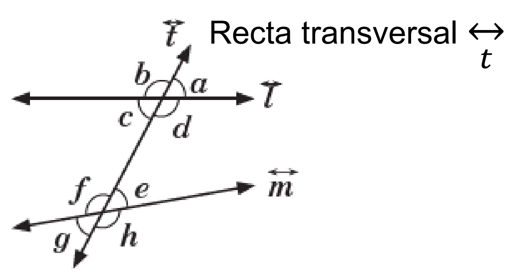
Rectas cortadas por una transversal

Una recta cortada por una transversal se refiere a una situación geométrica donde una línea (la transversal) intercepta a otras dos o más líneas en puntos distintos. Estas líneas pueden ser paralelas o no, pero la presencia de la transversal crea ángulos específicos que pueden ser analizados.

Explicación detallada:

- **Transversal:** Una línea que cruza dos o más líneas en diferentes puntos.
- **Rectas cortadas:** Las líneas que son interceptadas por la transversal.
- **Puntos de intersección:** La transversal forma dos puntos distintos de corte con las otras dos líneas.
- **Ángulos formados:** Al cortar las líneas, la transversal crea ocho ángulos en total.

  Ejemplo.



Tipos de ángulos y sus relaciones:

Ángulos correspondientes:

Se encuentran en la misma posición relativa en cada intersección (por ejemplo, ambos arriba a la izquierda). Son iguales.

Ángulos alternos internos:

Se encuentran dentro de las paralelas y en lados opuestos de la transversal. Son iguales.

Ángulos alternos externos:

Se encuentran fuera de las paralelas y en lados opuestos de la transversal. Son iguales.

Ángulos internos consecutivos (o colaterales internos):

Se encuentran dentro de las paralelas y en el mismo lado de la transversal. Son suplementarios.

Ángulos externos consecutivos (o colaterales externos):

Se encuentran fuera de las paralelas y en el mismo lado de la transversal. Son suplementarios.

Ángulos opuestos por el vértice:

Se forman cuando dos líneas se cruzan en un punto. Son iguales.

Medidas de ángulos formados por una transversal y dos paralelas

Los ángulos correspondientes son iguales. Los ángulos alternos internos y alternos externos son también iguales entre sí. Los ángulos internos o externos del mismo lado de la transversal son suplementarios, es decir, suman 180 grados

Un ángulo suplementario es aquel que, junto con otro ángulo, suma un total de 180 grados. En otras palabras, si dos ángulos son suplementarios, al sumarlos, el resultado es un ángulo llano o un ángulo de 180 grados.

Ejemplo:

Si una transversal corta dos rectas paralelas, y un ángulo formado mide 60 grados, entonces:

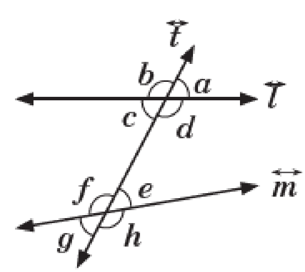
El ángulo correspondiente a ese ángulo también medirá 60 grados.

Los ángulos alternos internos y externos a ese ángulo medirán 60 grados.

Los ángulos internos consecutivos a ese ángulo medirán 120 grados (180 - 60).

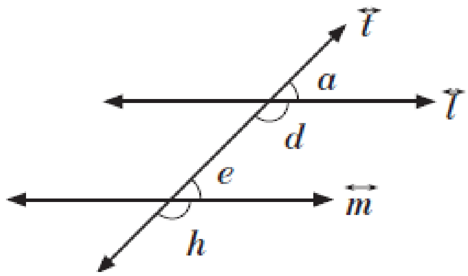
Observe la figura y los ángulos que se forman.

Ejemplo 1. En la figura se observa que, ***t*** es transversal a la recta t y a la recta m, de esta se tiene:



- Los ∠***c***, ∠***d***, ∠***e*** y ∠***f*** se llaman **ángulos internos,** mientras que ∠***a***, ∠***b***, ∠***g*** y ∠***h*** se les denomina **ángulos externos**.
- Los ∠a, ∠e, ∠***d*** y ∠h se llaman **ángulos correspondientes,** mientras que ∠c y ∠e, ∠d y ∠f se llaman **ángulos alternos internos**.
- Los ∠a y ∠g, ∠b y ∠h se llaman **ángulos alternos**

Ejemplo 2. En la figura $\boldsymbol{l} < \boldsymbol{m}$ y ***t*** es una transversal



a) ¿Son correspondientes ∠***a*** y ∠***e***, ∠***d*** y ∠***h***?

Cada pareja de ángulos está a un mismo lado de la transversal, uno es interno y el otro. Según la figura, ∠a con ∠e y ∠d con ∠h son correspondientes

b) Mida el ∠***a*** y el ∠***e*** utilizando un transportador.

¿Son iguales ***a*** y ***e***? ¿Son iguales ***d*** y ***h***?

Se mide con el transportador el $\angle \boldsymbol{a}$ y se obtiene que $\boldsymbol{a} = 45°$.

Similarmente, $\boldsymbol{e} = 45°$. Esto significa que $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{e}$.

$d = 180° - a$

$d = 180° - 45°$

$d = 135°$

$h = 180° - e$
$h = 180° - 45°$
$h = 135°$

En consecuencia, $d = h$

En este ejemplo podemos verificar el paralelismo entre las rectas $\underset{l}{\leftrightarrow}$ y $\underset{m}{\leftrightarrow}$, ya que comprobamos que los ángulos correspondientes son iguales.

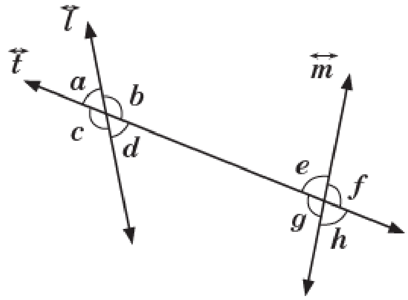
Dos rectas cortadas por una transversal son paralelas, en cualquiera de los siguientes casos:

1) Los ángulos correspondientes tienen la misma medida.
2) Los ángulos alternos internos tienen la misma medida.
3) Los ángulos alternos externos tienen la misma medida.

Los estudiantes se organizarán en equipos de 5 participantes y realizarán ejercicios prácticos aplicando los conocimientos adquiridos.

1- Aplicando las propiedades Calcule a, b y c según corresponda.

Dada la figura de la derecha, complete:



a) Los ángulos alternos internos son: ______________________________

b) Los ángulos alternos externos son: _____________________________

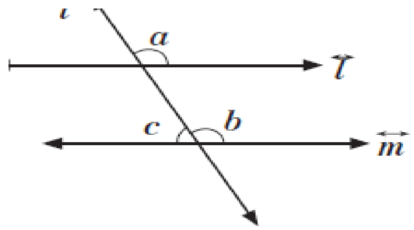
c) Los ángulos correspondientes son: _________________________________

2- En la figura $\boldsymbol{l} < \boldsymbol{m}$ y $\boldsymbol{t}$ es una transversal.

Si $\boldsymbol{a} = 120°$, calcule:

a) b

b) c

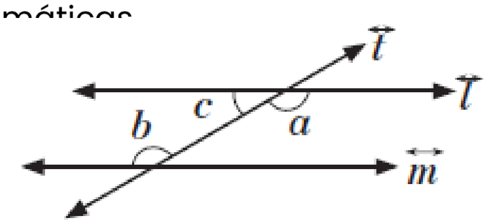


Guía de autoestudio.

Lea detenidamente la guía de autoestudio, que contiene contenidos teóricos que te permitirán fortalecer sus habilidades matemáticas.

En la figura $\overleftrightarrow{l} \parallel \overleftrightarrow{m}$. Si b=150°, calcule:

A) $\angle a$
B) $\angle c$



1. Actividad del contenido del próximo encuentro Ángulos suma de la medida de los ángulos internos de un triángulo y teorema del ángulo externo, lea la información de la guía de aprendizaje y responda las siguientes preguntas.
   a) ¿Cuánto suman los ángulos internos de cualquier triángulo? Explica por qué.
   b) ¿Qué es un ángulo externo en un triángulo?
   c) ¿En un triángulo, dos ángulos miden 50° y 60° ¿Cuánto mide el tercer ángulo?

Encuentro 8:

Ángulos internos y externos de un triángulo y polígonos regulares

Suma de la medida de los ángulos internos de un triángulo

Teorema del ángulo externo

Estimado estudiante, en este encuentro estudiaremos cálculo de la medida de ángulos internos y externos de un triángulo, así como loa suma de la medida de los ángulos internos de un polígono regular en la solución de situaciones en diferentes contextos.

A continuación, te presentamos información relacionada al contenido a estudiar para que la leas y analices cada uno de los ejemplos desarrollados.

Ángulos internos y externos de un triángulo y polígonos regulares

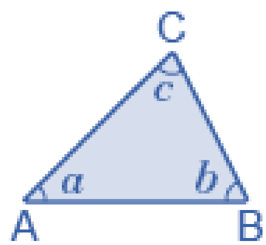
a) Ángulo interno:

En un triángulo y polígono regular, un ángulo interno es aquel formado por dos lados adyacentes dentro de la figura.

La suma de las medidas de los ángulos internos de un triángulo siempre es 180 grados, independientemente del tipo de triángulo que sea (equilátero, isósceles, escaleno o rectángulo).

En la geometría euclidiana, esta propiedad se cumple para cualquier triángulo. Si tienes un triángulo con ángulos α, β y γ, entonces $\alpha + \beta + \gamma = 180°$.

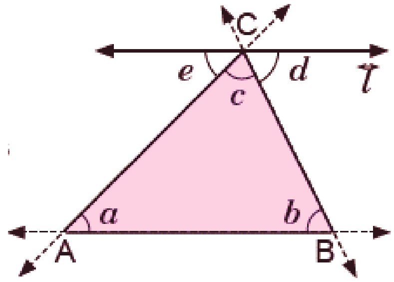
Ejemplo 1. ¿Cuánto suman las medidas de los ángulos internos del ΔABC?



Dado el $\triangle ABC$, para encontrar la suma de sus ángulos internos se siguen los pasos:

1. Se traza la recta que contiene el lado AB.
2. Se construye la recta paralela a AB que pasa por C y se etiqueta con $\underset{l}{\leftrightarrow}$.
3. Se etiquetan con $\boldsymbol{d}$ y $\boldsymbol{e}$ las medidas de los ángulos formados por $\underset{l}{\leftrightarrow}$ y las transversales $\underset{CB}{\leftrightarrow}$ y $\underset{CA}{\leftrightarrow}$ respectivamente.

4. Se observa que:
   i. $e + d + c = 180°$
   ii. $e = a$, porque ∠e y ∠a son alternos internos formados por las paralelas $\underset{l}{\leftrightarrow}$ y $\underset{AB}{\leftrightarrow}$ y la transversal $\underset{CA}{\leftrightarrow}$.
   iii. $b = d$, porque ∠b y ∠d son alternos internos formados por las paralelas $\underset{l}{\leftrightarrow}$ y $\underset{AB}{\leftrightarrow}$ y la transversal $\underset{CB}{\leftrightarrow}$.



5. De i, ii y iii resulta que: $a + b + c = 18$

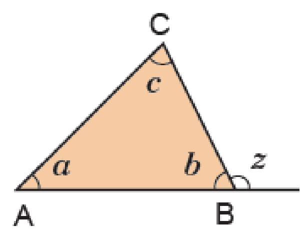
En conclusión, las medidas de los ángulos internos de un triángulo suman 180°.

b) Teorema del ángulo externo

Ángulo exterior:

Es el ángulo formado por un lado de un triángulo y la prolongación de otro lado adyacente.

El teorema del ángulo externo establece que: un ángulo externo de un triángulo es igual a la suma de las medidas de los dos ángulos interiores no adyacentes (opuestos). En otras palabras, si se extiende un lado de un triángulo, el ángulo exterior formado es igual a la suma de los dos ángulos interiores que no están junto a él.



Ángulos interiores no adyacentes:

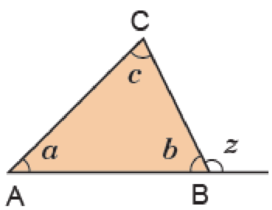
Son los dos ángulos del triángulo que no están junto al ángulo exterior.

Si un triángulo tiene ángulos interiores a, b y c, y un ángulo exterior x formado por la prolongación de un lado, entonces: $x = a + b$

Para una mejor comprensión analice el siguiente ejemplo.

Ejemplo 2

1. En la figura $\angle \boldsymbol{z}$ es exterior al $\triangle$ABC, verifique que $\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c} = \boldsymbol{z}$.



Para verificar que $a + c = z$ se observa que:

i. $b + z = 180°$, porque ∠b y ∠z forman un par lineal.

ii. $a + b + c = 180°$, porque ∠a, ∠b y ∠c son los ángulos internos del ΔABC.

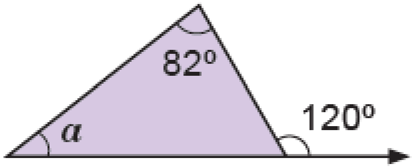
De i y ii, se tiene que:

$$b + z = a + b + c$$
$$z = a + b + c - b$$
$$z = a + c$$

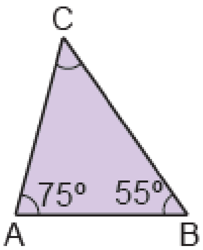
Por tanto, $a + c$ es igual a z.

Resolver los siguientes ejercicios en equipo

1. Dada la figura, calcule a.



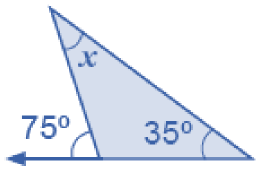
2. Calcule la medida del ángulo desconocido.



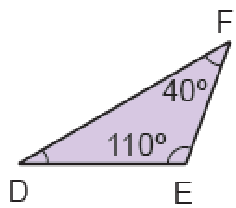
Guía de autoestudio.

Lea detenidamente la guía de autoestudio, que contiene contenidos teóricos que te permitirán fortalecer sus habilidades matemáticas.

1- Calcule la medida del $\angle x$ utilizando la información de los siguientes triángulos:



2- Calcule la medida del ángulo desconocido



3- Actividad del contenido del próximo encuentro la medida de los ángulos internos de un polígono regular.

Investiga las fórmulas para:

a) La Suma de los ángulos internos de un polígono regular
b) La Medida de cada ángulo interno en un polígono regular:

Encuentro 9:

Suma de la medida de los ángulos internos de un polígono regular

Medidas de los ángulos internos de un polígono regular.

Estimado estudiante, en este encuentro estudiaremos cálculo de la medida de ángulos internos de un polígono regular, así como la medida de los ángulos internos de un polígono regular en la solución de situaciones en diferentes contextos.

A continuación, te presentamos información relacionada al contenido a estudiar para que la leas y analices cada uno de los ejemplos desarrollados.

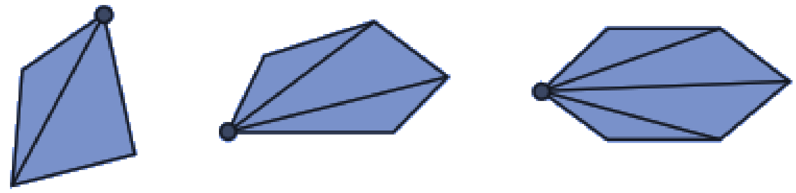
Suma de la medida de los ángulos internos de un polígono regular

Polígono regular: Un polígono regular tiene todos sus lados y ángulos iguales.

La suma de las medidas de los ángulos internos de un polígono regular se calcula con la fórmula $(n-2)\times 180$, donde $'n'$ es el número de lados del polígono. Esta fórmula se aplica tanto a polígonos regulares como irregulares.

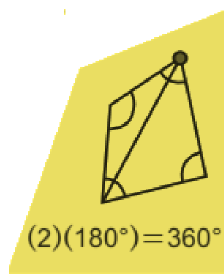
Fórmula: La fórmula $(n-2)\times 180°$ es una forma de dividir el polígono en triángulos y sumar los ángulos internos de cada triángulo, analiza el procedimiento paso a paso.

1. Trazando las diagonales en cada polígono desde el vértice indicado.



Número de lados	Número de triángulos
4	4-2
5	5-2
6	6-2

2. Se observa que en el cuadrilátero se forman 2 triángulos, en el pentágono se forman 3 y en el hexágono 4.
3. Suma de los ángulos internos:
   - Cuadrilátero: $(2)(180°) = (4 - 2)(180°) = 360°$
   - Pentágono: $(3)(180°) = (5 - 2)(180°) = 540°$
   - Hexágono: $(4)(180°) = (6 - 2)(180°) = 720°$



   El factor 180° procede de la suma de los ángulos internos de un triángulo.

4. Se forman $n - 2$ triángulos.

En resumen: La fórmula $(n - 2)x180°$ permite calcular la suma total de los ángulos internos de cualquier polígono, sin importar si es regular o irregular.

Medidas de los ángulos internos de un polígono regular

La medida de cada ángulo interior o interno de un polígono regular se calcula con la fórmula: $\frac{(n-2)\times 180}{n}$, donde '$n$' es el número de lados del polígono.

Esta fórmula se deriva de la suma de los ángulos interiores de cualquier polígono, que es $(n-2)\times\ 180$ grados, y luego se divide por el número de lados para obtener la medida de un solo ángulo en un polígono regular.

Debemos tener en cuenta que todos los ángulos internos de un polígono regular tienen la misma medida.

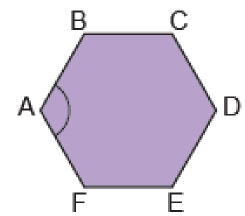
Ejemplos:

- Triángulo equilátero ($\boldsymbol{n}=\mathbf{3}$): $\frac{(3-2)\times 180}{3} =\ 60$ grados.
- Cuadrado ($\boldsymbol{n}=\mathbf{4}$): $\frac{(4-2)\times 180}{4} =\ 90$ grados.
- Pentágono regular ($\boldsymbol{n}=\mathbf{5}$): $\frac{(5-2)\times 180}{5} =\ 108$ grados.
- Hexágono regular ($\boldsymbol{n}=\mathbf{6}$): $\frac{(6-2)\times 180}{6} =\ 120$ grados.

Para una mejor comprensión analice los siguientes ejemplos

Ejemplo 2.

Dado el hexágono regular de la derecha, calcule ∡A.



- La suma de las medidas de los ángulos internos de un polígono es $(\boldsymbol{n}-2)(180°)$.
- En este caso $n = 6$, así que la suma de las medidas de los ángulos internos del hexágono es:

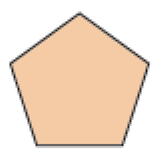
$$(\boldsymbol{n}-\mathbf{2})\boldsymbol{x}\mathbf{180}° = (\mathbf{6}-\mathbf{4})\boldsymbol{x}\mathbf{180}° = (\mathbf{4}\boldsymbol{x}180º) = 720º.$$

- Como el hexágono es regular, entonces sus ángulos internos tienen la misma medida.

$$\angle A = \frac{720°}{6} = 120°$$

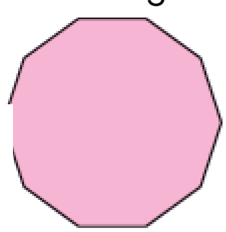
Poniendo en prácticas la teoría y ejemplos resuelva los ejercicios siguientes.

a) Calcule la medida de los ángulos internos de un pentágono regular

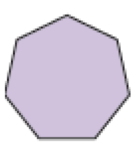


b) Calcule la suma de las medidas de los ángulos internos de un heptágono y decágono.

b.



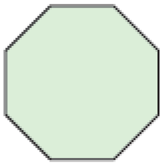
a.



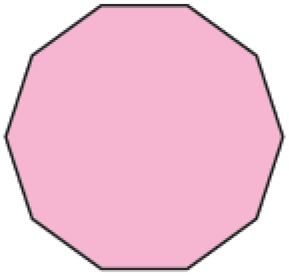
Guía de autoestudio.

Lea detenidamente la guía de autoestudio, que contiene contenidos teóricos que te permitirán fortalecer sus habilidades matemáticas.

1-Calcule la medida de los ángulos internos de un octágono.



2-Calcule la suma de las medidas de los ángulos internos de un decágono.



3-Actividad del contenido del próximo encuentro la medida de los ángulos internos de un polígono regular.

Lea la información y de respuesta a las siguientes preguntas:

a ¿Cuándo dos triángulos son congruentes?

b) Criterios de congruencia de triángulos

- Lado – Ángulo – Lado (LAL)
- Ángulo – Lado – Ángulo (ALA)

Encuentro 10:

Criterios de congruencia de triángulos.

- Triángulos congruentes.
- Lados y ángulos correspondientes en triángulos congruentes.
- Definición de congruencia de triángulos.
- Criterios de congruencia (LLL, LAL, ALA)

Estimado estudiante, en este encuentro estudiaremos los ccriterios de congruencia de triángulos y como utilizarlos en la solución de situaciones en diferentes contextos

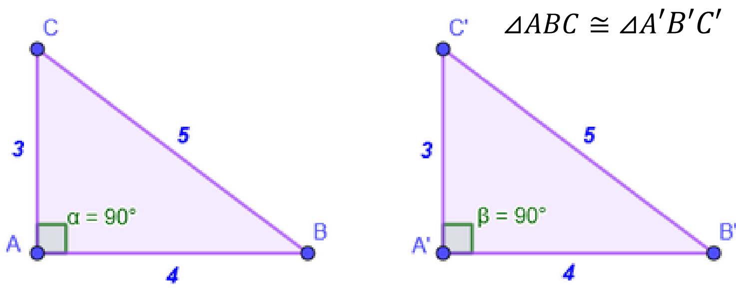
A continuación, te presentamos información relacionada al contenido a estudiar para que la leas y analices cada uno de los ejemplos desarrollados.

Criterios de congruencia de triángulos

En geometría, los criterios de congruencia de triángulos son reglas que permiten determinar si dos triángulos son congruentes (es decir, idénticos en forma y tamaño) comparando solo algunos de sus lados y ángulos, sin necesidad de verificar todos sus elementos y se relacionan con el símbolo $\cong$.

Definición de congruencia de triángulos.

Dos triángulos son congruentes si tienen la misma forma y tamaño. Esto significa que sus lados correspondientes tienen la misma longitud y sus ángulos correspondientes tienen la misma medida. En otras palabras, si pudiéramos superponer un triángulo sobre el otro, coincidirían perfectamente.



Superponer significa poner una cosa encima de otra.

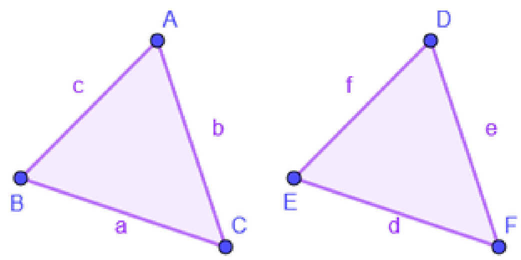
En dos triángulos congruentes, al superponer uno en el otro:

- Dos lados coincidentes se llaman **lados correspondientes.**
- Dos ángulos coincidentes se llaman **ángulos correspondientes.**

Para que dos triángulos sean congruentes, se deben cumplir ciertos criterios:

a) Criterio LLL (Lado, Lado, Lado):

Si los tres lados de un triángulo son iguales a los tres lados correspondientes del otro triángulo, entonces son congruentes.



$\overline{AB} \cong \overline{DE}$

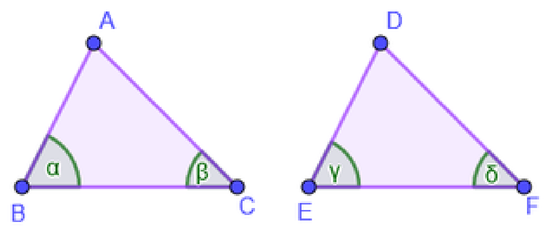
$\overline{BC} \cong \overline{EF}$

$\overline{AC} \cong \overline{DF}$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$

b) Criterio ALA (Ángulo, Lado, Ángulo):

Si dos ángulos y el lado comprendido entre ellos son iguales en ambos triángulos, entonces son congruentes.



$\angle\alpha \cong \angle\gamma$

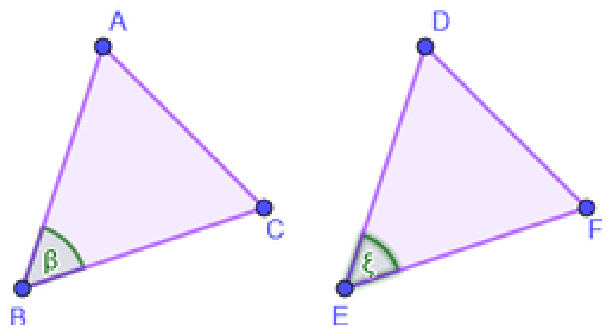
$\overline{BC} \cong \overline{EF}$

$\angle\beta \cong \angle\delta$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$

c) Criterio LAL (Lado, Ángulo, Lado):

Si dos lados y el ángulo comprendido entre ellos son iguales en ambos triángulos, entonces son congruentes.



$\overline{AB} \cong \overline{DE}$

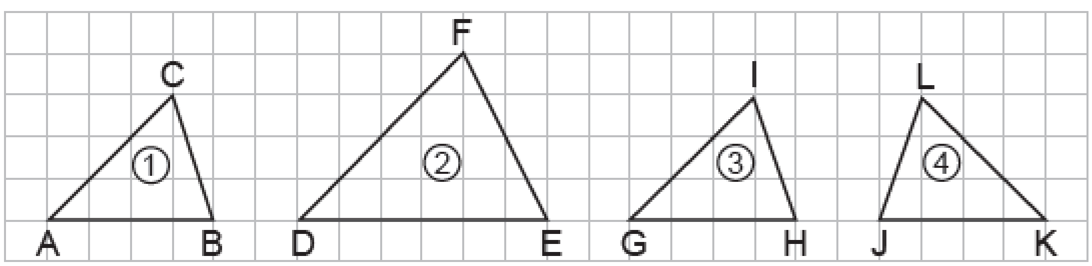
$\angle\beta \cong \angle\varepsilon$

$\overline{BC} \cong \overline{EF}$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$

Para una mejor comprensión analice el siguiente ejemplo

Ejemplo 1. Identifique cuáles de los triángulos del 2 al 4 se superponen exactamente al triángulo



- Cada lado del $\triangle DEF$ es más grande que los lados del $\triangle ABC$, por lo cual no se pueden hacer coincidir dos vértices. Este triángulo no se superpone al 1. Entonces podemos concluir que los triángulos 1 y 3 no son congruentes y lo podemos escribir así: $\triangle ABC \ncong \triangle DEF$

- Al superponer el triángulo 3 al 1 se observa que:

  G coincide con A, H coincide con B, I coincide con C.

- Esto indica que 3 se superpone exactamente al 1.

  Entonces podemos concluir que: $\Delta ABC \cong \Delta GHI$.
- Al rotar y superponer el triángulo 4 al 1 se tiene:

  K coincide con A, J coincide con B, L coincide con C.

  Entonces 4 se superpone exactamente al 1.

  De lo anterior podemos concluir que: $\Delta ABC \cong \Delta JKL$.

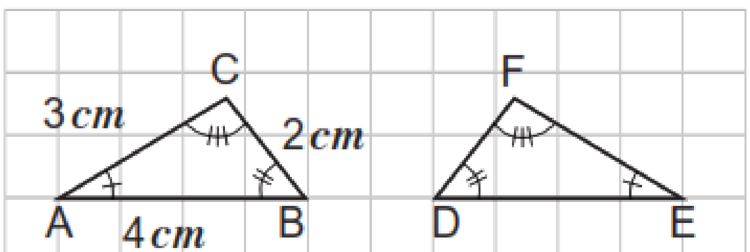
Poniendo en prácticas la teoría y ejemplos resuelva los ejercicios siguientes.

1. Si los triángulos de la derecha son congruentes, entonces:

DE = ☐

DF = ☐

EF = ☐



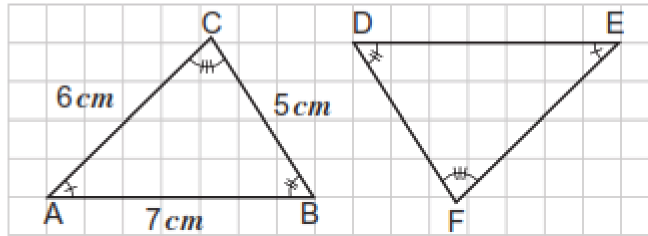
Escriba la congruencia de los triángulos utilizando el símbolo ≅:________________

2. Si los triángulos de la derecha son congruentes, entonces:

DE =

EF =

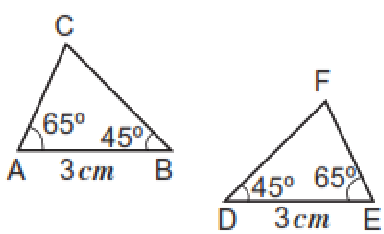
DF =



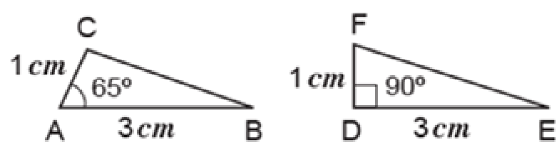
Escriba la congruencia de los triángulos utilizando el símbolo ≅:_______________

3. Determine si los siguientes pares de triángulos son congruentes y señale el criterio de congruencia que se cumple. Utilice el símbolo ≅.

a)



b)

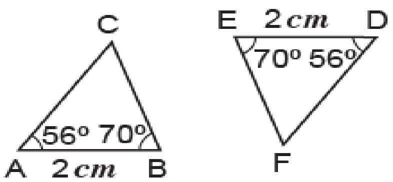


Guía de autoestudio.

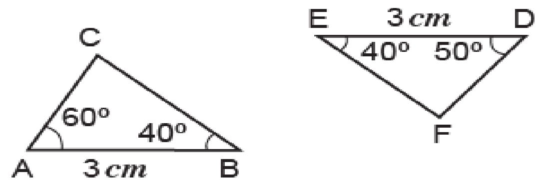
Lea detenidamente la guía de autoestudio, que contiene contenidos teóricos que te permitirán fortalecer sus habilidades matemáticas.

1. Determine si los siguientes pares de triángulos son congruentes y señale el criterio de congruencia que se cumple. Utilice el símbolo ≅.

a)



b)



2. Actividad del contenido del próximo encuentro la medida de los ángulos internos de un polígono regular.
   a) Lea la información e investiga conceptos de prismas y pirámides.
   b) Establezca diferencias entre prisma y pirámides

Encuentro 11:

Poliedros (Prismas y pirámides)

- Área total de la superficie de un prisma.
- Volumen de un prisma rectangular
- Aplicaciones

Estimado estudiante, en este encuentro estudiaremos poliedros, iniciaremos estudiando el prisma, su área y volumen aplicado en la solución de situaciones de la vida cotidiana.

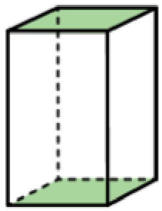
A continuación, te presentamos información relacionada al contenido a estudiar para que la leas y analices cada uno de los ejemplos desarrollados.

Poliedro

Es un cuerpo geométrico tridimensional cuyas caras son polígonos planos. En esencia, es un sólido limitado por caras planas que encierran un volumen. Los ejemplos comunes de poliedros incluyen pirámides y prismas.

Prisma y pirámide

En geometría, un prisma y una pirámide son sólidos tridimensionales con características distintivas. Un prisma tiene dos bases poligonales congruentes y paralelas, conectadas por caras laterales rectangulares. Una pirámide, por otro lado, tiene una sola base poligonal y caras laterales triangulares que convergen en un vértice común.



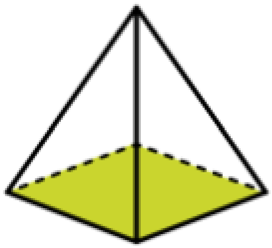
a) Prisma

Bases: Dos bases poligonales, congruentes y paralelas entre sí.

Caras laterales: Rectángulos o paralelogramos que conectan las bases.

Ejemplo: Un cubo, un prisma triangular.

b) Pirámide



Base: Un polígono cualquiera.

Caras laterales: Triángulos que se unen en un vértice común.

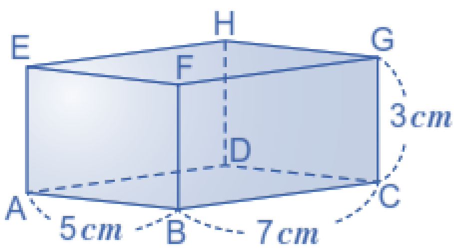
Ejemplos: Pirámide de base cuadrada (como las pirámides de Egipto), pirámide triangular (tetraedro).

En resumen, la principal diferencia entre el prisma y la pirámide radica en el número de bases (dos en el prisma, una en la pirámide) y en la forma de las caras laterales (rectangulares en el prisma y triangulares en la pirámide.

Prisma rectangular

Un prisma rectangular es un sólido cuyas bases son rectángulos paralelos y congruentes, y sus caras laterales son rectángulos.

El cubo es un prisma rectangular con todas sus caras cuadradas y congruentes.



Área del prisma rectangular

El área total de la superficie de un prisma es igual a la suma de las áreas de las dos bases y las áreas de las cuatro caras laterales.

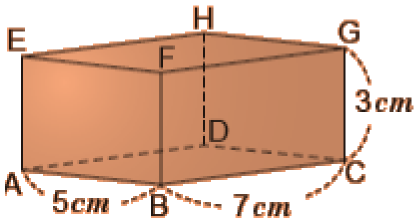
Volumen del prisma rectangular

El volumen V de un prisma rectangular es igual al producto del área de la base A_b por su altura h, es decir $V = A_b h$

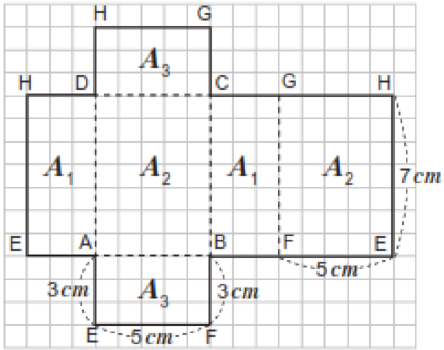
Como $A_b = l.a$, sustituyendo en la fórmula del volumen se tiene: $V = l.a.h$

Para una mejor comprensión analice el siguiente ejemplo

Ejemplo 1. Calcule el área total de la superficie del siguiente prisma.



Solución



- Se observa que el prisma tiene 6 caras: 2 bases y 4caras laterales.
- Al desarrollar el prisma en el plano se obtiene la figura de la derecha. Se observa que se forman 3 pares de rectángulos congruentes; con áreas A_1 , A_2 y A_3 , respectivamente.

- A continuación, se presenta el cálculo de estas áreas

Área A_1	Área A_2	Área A_3
$A_1 = bh$ $= (3)(7)$ $= 21$ El área es $21\ cm^2$.	$A_2 = bh$ $= (5)(7)$ $= 35$ El área es $35\ cm^2$.	$A_3 = bh$ $= (5)(3)$ $= 15$ El área es $15\ cm^2$.

- Se calcula el área total At del prisma sumando las áreas de los 6 rectángulos. En este caso se multiplica por 2 cada área encontrada debido a que dos caras son iguales.

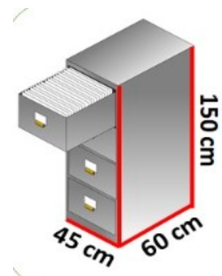
$$At = (2)(21) + (2)(35) + (2)(15)$$

$$= (2)(21 + 35 + 15)$$
$$= (2)(71)$$
$$= 142$$

Respuesta: el área total de la superficie del prisma rectangular es $142\ cm^2$

Ejemplo 2. Resuelve la siguiente situación.

En la oficina de Lorena hay un archivador con las medidas que se muestran en la imagen. ¿cuál crees que es su capacidad o volumen?



Solución:

Se observa que en el caso de la archivadora la base tiene forma de un rectángulo, por tanto: $\boldsymbol{A_b = b \cdot h}$.

Sustituimos los valores de las medidas correspondientes al rectángulo de la base:

$$A_b = 60cm\ x\ 45cm$$
$$A_b = 2\ 700cm^2$$

Luego calculamos el volumen del archivador aplicando la fórmula del volumen del prisma $\boldsymbol{V = A_b h}$

En este caso la altura de la archivadora corresponde al valor de $\boldsymbol{h}$.

V=2 700cm^2x 150cm

V= 405 000cm^3

Respuesta: La capacidad de la archivadora es de 405 000cm^3

Comprueba la respuesta utilizando la formula $\boldsymbol{V = l.a.h}$

Poniendo en prácticas la teoría y ejemplos, resuelva los ejercicios siguientes.

Ejercicio 1. Elena compró dos jugos de 1 litro, uno de naranja y el otro de piña. Cuando llegó a su casa, su abuelita revisó los envases y le dijo que uno de los dos no contenía 1 litro, que la habían engañado.

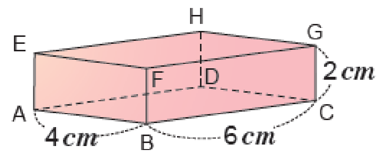
a) Qué debes hacer para verificar lo que dice la abuelita de Elena

b) Calcula el volumen de los dos envases.

c) ¿Algún envase tiene un contenido menor a 1 litro? ¿Cuál de ellos?

d) ¿Tiene razón la abuelita de Elena?

Ejercicio 2. ¿Cuántos pliegos de papel de regalo se necesitan para envolver una caja con forma de prisma rectangular como se muestra en la figura? Nota: Un pliego de papel de regalo mide 2 400 cm^2.

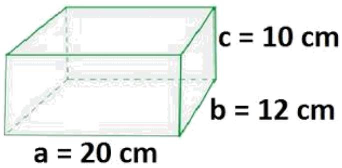


Guía de autoestudio.

Lea detenidamente la guía de autoestudio, que contiene contenidos teóricos que te permitirán fortalecer sus habilidades matemáticas.

1. En la casa de Alfonso hay cuatro closets idénticos al de la imagen, él quiere saber cuál es volumen de este armario ¿cuál crees que es su capacidad?

2. Un grupo de estudiantes quieren construir una caja de cartulina con las medidas que se muestra en la figura .Si una cartulina mide 8 000 cm^2 ¿ Cuantas catulinas utilizarán?



3. Actividad del contenido del próximo encuentro la pirámide.

- Dibuje una pirámide cuadrangular y ubique sus elementos
- ¿cómo podemos calcular el área y volumen de una pirámide?

Encuentro 12:

Poliedros (pirámides)

- Área total de la superficie de una pirámide cuadrada.
- Volumen de una pirámide
- Aplicaciones

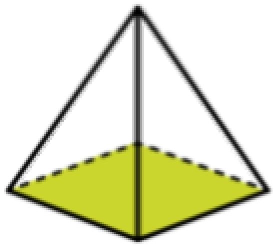
Estimado estudiante, en este encuentro continuaremos estudiando poliedros, en esta ocasión la pirámide, su área y volumen aplicado en la solución de situaciones de la vida cotidiana.

A continuación, te presentamos información relacionada al contenido a estudiar para que la leas y analices cada uno de los ejemplos desarrollados.

Pirámides

Recordemos que las pirámides, en general, son figuras geométricas con una base poligonal y caras laterales cuadrangulares que convergen en un vértice.

Un ejemplo común de pirámide cuadrangular son las pirámides egipcias, que tienen una base cuadrada y cuatro caras triangulares que convergen en un punto superior (el ápice). También se pueden encontrar pirámides cuadrangulares en construcciones mesoamericanas.



Características de una pirámide cuadrangular:

Base cuadrada: La base de la pirámide es un cuadrado.

Caras triangulares: Tiene cuatro caras laterales que son triángulos isósceles.

Vértice (ápice): Todas las caras triangulares se unen en un solo punto en la parte superior.

Aristas: Una pirámide cuadrangular tiene 8 aristas (líneas que conectan los vértices).

Vértices: Tiene 5 vértices (puntos donde se encuentran las aristas).

Base: Un polígono cualquiera.

Caras laterales: Triángulos que se unen en un vértice común.

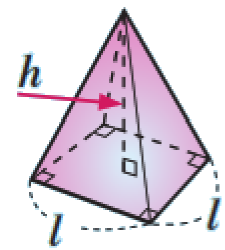
Ejemplos: Pirámide de base cuadrada (como las pirámides de Egipto), pirámide triangular (tetraedro).

Área total de la superficie de una pirámide cuadrada

El área total $\mathbf{A_t}$ de la superficie de una pirámide cuadrada es igual a cuatro veces el área $\mathbf{A_1}$ de una de las caras laterales más el área de la base $\mathbf{A_2}$. Es decir, $\boldsymbol{A_t = 4A_1 + A_2}$

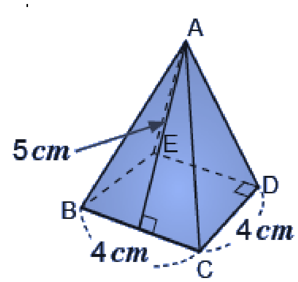
Volumen de una pirámide

El volumen V de una pirámide cuadrada es igual a $\frac{1}{3}$ del producto del área de su base $\mathbf{A_b}$ por su altura **h**. Es decir: $V = \frac{1}{3} A_b h$



Para una mejor comprensión analice el siguiente ejemplo

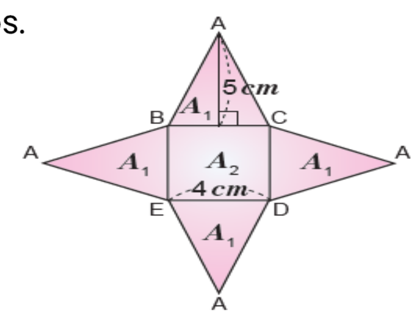
Ejemplo 1. Calcule el área total de la superficie de la siguiente pirámide cuadrada



Solución:

- Se observa que la pirámide cuadrada tiene cuatro caras laterales, que al desarrollarla se obtiene un cuadrado y cuatro triángulos congruentes (con la misma área).
- El área total de la superficie de la pirámide es la suma del área del cuadrado con cuatro veces el área de uno de los triángulos.

Area de un triángulo	Area de la base
$A_1 = \frac{bh}{2}$ $= \frac{(4)(5)}{2}$ $= \frac{20}{2}$ $= 10$ El área es 10 cm^2.	$A_2 = l^2$ $= (4)^2$ $= 16$ El área es 16 cm^2.

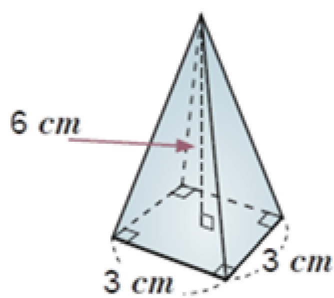


- Como $\boldsymbol{At}$ es la suma de las áreas de los cuatro triángulos y la del cuadrado, entonces

$$\boldsymbol{A_t = 4A_1 + A_2 = (4)(10) + 16 = 40 + 16 = 56}$$

Respuesta: el área total de la superficie de la pirámide es 56 cm^2

Ejemplo 2. Calcule el volumen de la siguiente pirámide.



Solución:

- El volumen de una pirámide se calcula multiplicando un tercio (1/3) del área de la base por la altura de la pirámide: $\boldsymbol{V = \frac{1}{3}\, A_b h}$

- Primeramente, calculamos el área de la base, observemos que la base es un cuadrado de 3cm de largo, como es un cuadrado **b** y **h** son iguales: $\boldsymbol{A_b = b \cdot h}$

$$A_b = 3cm \times 3cm = 9cm^2$$

- Al sustituir $\boldsymbol{A_b}$ en $\boldsymbol{V = \frac{1}{3} A_b h}$ nos queda:

$$V = \frac{1}{3}(9)(6) = \frac{1}{3}(54) = \frac{54}{3} = 18$$

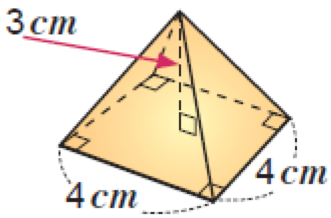
Respuesta: el volumen de la pirámide es de 18cm^2.

Resuelva los siguientes ejercicios tomando en cuenta los ejemplos explicados.

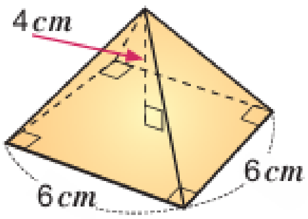
Ejercicio 1. Una cooperativa fabrica velas con forma de pirámide cuadrangular y quiere empacarlas. Si la cara de la pirámide tiene una altura de 6 cm y el lado de la base mide 5 cm, ¿cuánto papel se necesita para empacar cada vela?

Ejercicio 2. Calcule el volumen de las siguientes pirámides.

a)



b)

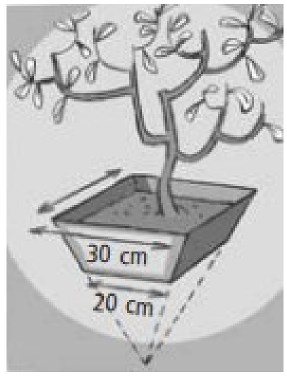


Guía de autoestudio.

Lea detenidamente la guía de autoestudio, que contiene contenidos teóricos que te permitirán fortalecer sus habilidades matemáticas.

1- Una empresa fabrica chocolates en forma de pirámide cuadrangular. Para cada unidad la base mide 2 cm por lado, la altura de la pirámide es 3 cm y la altura de las caras es 3,5 cm. ¿Qué cantidad de envoltura y qué cantidad de chocolate se necesita para diez unidades?

2- La figura representa una jardinera. ¿Qué cantidad de tierra debemos echarle para sembrar una planta?



3. Actividad del contenido del próximo encuentro cuerpos que ruedan. Lea la información y realice lo siguiente:
   - ¿Qué partes componen un cilindro? (menciona al menos dos)
   - Dibuja un cilindro y ubique sus elementos

Encuentro 13:

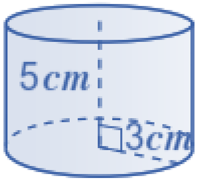
Cuerpos que ruedan

- Área total de la superficie de un cilindro
- Volumen de un cilindro

Estimado estudiante, en este encuentro iniciaremos el estudio de cuerpos que ruedan, en esta ocasión estudiaremos el cálculo del área y volumen del cilindro aplicado en la solución de situaci

ones de la vida cotidiana.

A continuación, te presentamos información relacionada al contenido a estudiar para que la leas y analices cada uno de los ejemplos desarrollados.



Cilindro

Es un sólido formado por una superficie lateral curva y dos círculos paralelos de igual área llamados base.

En nuestro entorno podemos observar muchos objetos comunes presentan una forma cilíndrica. Algunos ejemplos son las latas de refrescos o alimentos, botellas de agua, rollos de papel higiénico, servilletas de cocina, tambores y tuberías. Incluso objetos más grandes como algunos tipos de barriles y ciertos tipos de troncos de árboles también pueden ser considerados cilindros.

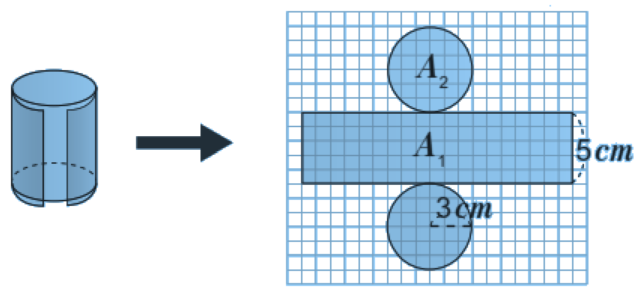





Área total de la superficie de un cilindro

Observa que, si se corta el cilindro como se indica en la figura y se extiende en el plano, entonces se forman el rectángulo y los círculos de igual área que aparecen en la figura.

La base del rectángulo es igual a la longitud de la circunferencia de cualquiera de los círculos $(2\pi r)$ y su altura es la del cilindro.



Área del rectángulo	Área del círculo
$A_1 = b \cdot h$ $A_1 = (2\pi)(3)(5)$ $A_1 = 30\pi \approx 30(3,1416)$	$A_2 = \pi r^2$ $A_2 = (\pi)(3^2)$ $A_2 = 9\pi \approx 9(3,1416)$

$A_1 \approx 94,24\ cm^2$ **Respuesta:** el área del rectángulo es $94,24\ cm^2$.	$A_2 \approx 28,27 cm^2$ **Respuesta:** el área del círculo es $28,27\ cm^2$.

El área total de la superficie de un cilindro es igual a la suma de las áreas de sus dos bases circulares y el área de su superficie lateral.

$$A_t = A_1 + 2A_2 = 94,24cm^2 + 28,27cm^2 = 122,51cm^2$$

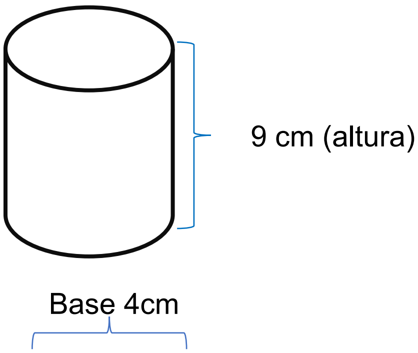
Respuesta: el área total del cilindro es $122,51cm^2$

Podemos concluir que: El área total de la superficie de un cilindro es el doble del área del círculo que forma la base más el área de un rectángulo cuyo largo es la longitud de la circunferencia de la base y el ancho igual a la altura del cilindro. Su fórmula es:

$$\boxed{A_t = 2\pi r^2 + 2\pi r h}$$

Donde 'r' es el radio de la base y 'h' es la altura.

Ejemplo 1. Hallar el área total de un cilindro circular cuyo radio de base mide 4cm y la altura 9cm.



$$\text{Área total} = 2\pi r(h + r)$$

$$A_t = 2(3{,}1416)(4)(9 + 4)$$

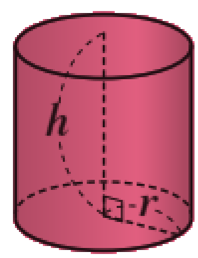
$$= 2(3{,}1416)(4)(13)$$

$$= 326{,}56cm^2$$

Respuesta: el área total del cilindro es de$326{,}56cm^2$.

¿Cómo calcular el volumen de un cilindro?

Para calcular el volumen de un cilindro, se multiplica el área de la base$\boldsymbol{A_b}$ (que es un círculo) por la altura **h**. Siendo $\boldsymbol{A_b} = \boldsymbol{\pi r^2}$ **,** teniéndose la fórmula:



$$\boldsymbol{V = A_b h = \pi r^2 h}$$

Donde:

V = Volumen del cilindro

π = Pi (aproximadamente 3.1416)

r = Radio del círculo base

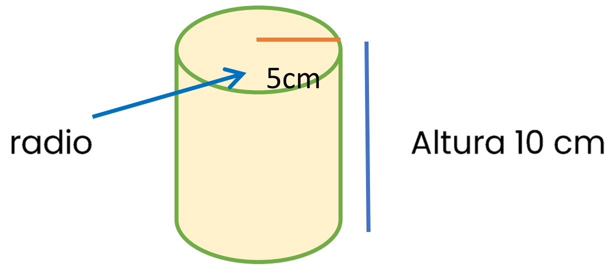
h = Altura del cilindro

Pasos para calcular el volumen:

1. Determinar el radio $(\boldsymbol{r})$: Si se conoce el diámetro, el radio es la mitad del diámetro.
2. Calcular el área de la base $(\boldsymbol{\pi r^2})$: Multiplica π por el radio al cuadrado.
3. Multiplicar el área de la base por la altura $(\boldsymbol{h})$: El resultado será el volumen del cilindro.

Ejemplo 2

Si un cilindro tiene un radio de 5 cm y una altura de 10 cm, el volumen sería:



$$V = \pi\ x\ (5\ cm)^2 x\ 10\ cm$$

$$V = \pi\ x\ 25\ cm^2 x\ 10\ cm$$

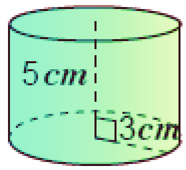
$$V = \pi\ x\ 25\ cm^2 x\ 10\ cm$$

$$V = 250\ \pi\ cm^3 \approx 78\ 5{,}39\ cm^3$$

Respuesta: el volumen del cilindro es de $78\,5{,}39\ cm^3$

Resuelva los siguientes ejercicios tomando en cuenta los ejemplos explicados.

Ejercicio 1. Calcule el área total de la superficie de del siguiente cilindro:



Ejemplo 2. Un pozo cilindrico tiene 10m de profundidad y un radio de 1 m. Se desea saber la capacidad del pozo.

Ejercicio 3. Un tarro sardina la soberana mide 14 cm de alto y el diámetro de la base mide 9 cm. ¿Cuál es su capacidad, en litros? Sabiendo que 1 litro es igual a 1 000cm^3

Ejercicio 4. Calcule el área total de la superficie del siguiente cilindro.

Guía de autoestudio.

Lea detenidamente la guía de autoestudio, que contiene contenidos teóricos que te permitirán fortalecer sus habilidades matemáticas.

Calcule el área Total y volumen de cada uno de los siguientes cilindros:

Actividad del contenido del próximo encuentro Área total y volumen de la superficie de un cono. Lea la información y responda las siguientes preguntas:

- ¿Qué elementos conforman un cono?
- ¿Qué forma tiene la base de un cono?

Encuentro 14:

Cuerpos que ruedan

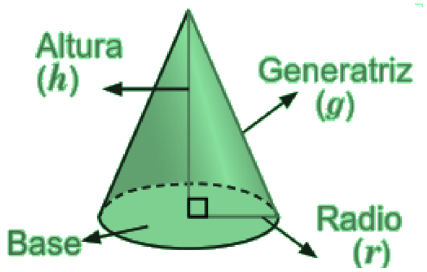
- Área total de la superficie de un cono
- Volumen de un cono

Estimado estudiante, en este encuentro continuaremos el estudio de cuerpos que ruedan, en esta ocasión estudiaremos el cálculo del área y volumen del cono aplicado en la solución de situaciones de la vida cotidiana.

A continuación, te presentamos información relacionada al contenido a estudiar para que la leas y analices cada uno de los ejemplos desarrollados.

Cono

El cono es un cuerpo geométrico limitado por una superficie lateral curva que termina en un vértice y un círculo llamado base.



¿Qué es área total de la superficie de un cono?

El área total de la superficie de un cono es la suma del área de su base circular πr^2 y el área de su superficie lateral $\pi r l$. La fórmula para calcularla es:

$$\boldsymbol{A_t = \pi r^2 + \pi r l = \pi r(r + l)}$$

Donde "r" es el radio de la base y "l" es la generatriz (o altura inclinada) del cono.

Explicación detallada:

Área de la base:

La base de un cono es un círculo, y su área se calcula con la fórmula πr^2, donde "r" es el radio del círculo.

Área lateral:

El área lateral es el área de la superficie curva del cono. Se calcula con la fórmula $\pi r l$, donde "r" es el radio de la base y "l" es la generatriz (o altura inclinada).

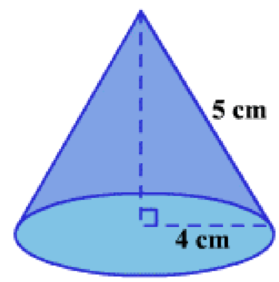
Área total:

Para obtener el área total de la superficie del cono, se suman el área de la base y el área lateral: $\pi r^2 + \pi r l$. Esta expresión se puede simplificar a $\pi r(r + l)$.

En resumen:

Para calcular el área total de la superficie de un cono, se necesita conocer el radio de la base y la generatriz (o altura inclinada). Se aplica la fórmula $\pi r(r + l)$ para obtener el resultado.

Ejemplo 1. Encuentre el área total de la superficie de un cono recto si el radio es de 4 cm y la altura de inclinación es de 5 cm.



Datos:

$r = 4cm$

$l = 5cm$

Formula: $A_t = \pi r(r + l)$

Sustituir los valores en la fórmula

$A_t = \pi(4)(4 + 5) = 4\pi(9) = 36\pi$

$A_t = 36\pi \approx 113cm^2$

Respuesta: el área total de la superficie del cono es de $113cm^2$

¿Qué es volumen de un cono?

El volumen de un cono es la cantidad de espacio tridimensional que ocupa. Se calcula multiplicando un tercio del área de la base circular por la altura del cono.

Fórmula para calcular el volumen de un cono:

$$\boxed{V = \frac{1}{3}A_b h = \frac{1}{3}\pi r^2 h}$$

Donde:

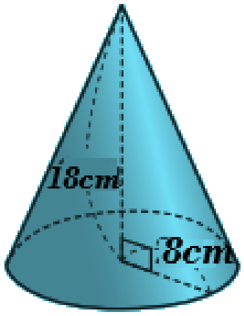
- π (pi): es una constante matemática aproximadamente igual a 3,1416.
- r: es el radio de la base circular del cono.
- h: es la altura del cono, que es la distancia perpendicular desde la base hasta el vértice (punta) del cono.

Explicación:

1. **Área de la base:** Primero, se calcula el área de la base circular, que es πr^2.
2. **Multiplicación por la altura:** Se multiplica el área de la base por la altura del cono.
3. **División entre tres:** Finalmente, se divide el resultado entre tres para obtener el volumen del cono.

En resumen: El volumen de un cono es un tercio del volumen de un cilindro con la misma base y altura.

Ejemplo 2. Encuentre el volumen del cono mostrado. Redondee a la décima más cercana de un centímetro cúbico.



Solución

De la figura, el radio del cono es de 8 cm y la altura es de 18 cm.

La fórmula para el volumen de un cono es: $V = \frac{1}{3}\pi r2h$

Sustituimos los valores de r y h en la fórmula: $V = \frac{1}{3}\pi(8)(2)(18)$

$$V = \frac{1}{3}\pi(64)(18)$$

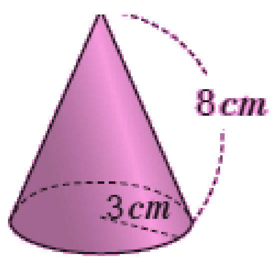
$$V = \frac{(\pi)(1\,152)}{3}$$

$$V = (384)(\pi)$$

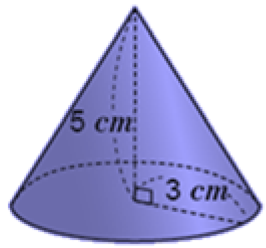
$$V = 1\,206{,}3744 \approx 1206{,}4cm^3$$

Actividades de comprensión o ejercicios prácticos.

Ejercicio 1. Calcule el área total de la superficie del siguiente cono:



Ejercicio 2. Calcule el volumen del siguiente cono:



Ejercicio 3. ¿Cuántos centímetros cuadrados de papel se necesita para cubrir la superficie lateral de un gorro como el de la figura?

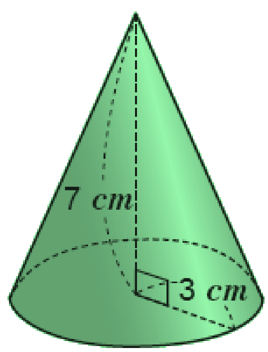
Guía de autoestudio.

Lea detenidamente la guía de autoestudio, que contiene contenidos teóricos que te permitirán fortalecer sus habilidades matemáticas.

1- Resuelva las siguientes situaciones

a) Para una fiesta, Luis ha hecho 10 gorros de forma cónica con carton. ¿Cuánto carton habrá utilizado si las dimensines de cad gorro son 30cm de diámetro y 25 cm de generatriz.

b) Calcule el volumen de siguiente cono:



2- Actividad del contenido del próximo encuentro Área total y volumen de la superficie de una esfera. Lea la información y responda las siguientes preguntas:

- ¿Qué es una esfera?
- ¿Qué elementos conforman una esfera?

Encuentro 15:

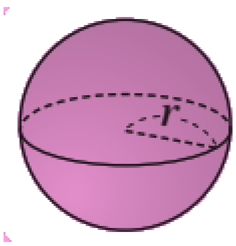
Cuerpos que ruedan

- Área total de la superficie de una esfera.
- Volumen de una esfera.

Estimado estudiante, en este encuentro continuaremos el estudio de cuerpos que ruedan, en esta ocasión estudiaremos el cálculo del área de superficie y volumen de la esfera aplicado en la solución de situaciones de la vida cotidiana.

A continuación, te presentamos información relacionada al contenido a estudiar para que la leas y analices cada uno de los ejemplos desarrollados.

Esfera:



Una esfera es una forma tridimensional perfectamente redonda, como una pelota, donde todos los puntos de su superficie están a la misma distancia del centro.

Radio:

El radio de la esfera es la distancia desde el centro de la esfera hasta cualquier punto de su superficie.

¿Qué es área total de la superficie de una esfera?

El área total de la superficie de una esfera se calcula utilizando la fórmula:

$$\boxed{A_t = 4\pi r^2}$$

Donde: "r" representa el radio de la esfera.

4: Es un factor constante.

π **(pi):** Es una constante matemática aproximadamente igual a 3.14159.

r^2: Es el radio elevado al cuadrado.

Ejemplo 1. Si una esfera tiene un radio de 5 cm, su área superficial se calcularía así:

Datos:

$r = 5cm$

Fórmula: $A_t = 4\,\pi\, r^2$

Sustituir el valor del radio en fórmula: $A_t = 4\,(\pi)(5\ cm)^2$

$$A_t = 4(\pi)(\,25\ cm^2)$$

$$A_t = 100\pi\ cm^2$$

$$\boldsymbol{A_t \approx\ 314,16\ cm^2}$$

Respuesta: el área total de la superficie de esa esfera sería aproximadamente $\boldsymbol{314,16\ cm^2}$.

Volumen de una esfera

El volumen de una esfera se calcula con la fórmula:

$$\boxed{\boldsymbol{V\ = \frac{2}{3}\ (\pi r^2)(2r) = \left(\frac{4}{3}\right)\pi\ r^3}}$$

Donde '$\boldsymbol{r}$' es el radio de la esfera.

Si se conoce el diámetro $(\mathbf{d})$, el radio es la mitad $\left(\boldsymbol{r\ = \frac{d}{2}}\right)$. Entonces, el volumen también se puede expresar como $\boldsymbol{V\ = \left(\frac{1}{6}\right)\ \pi\ d^3}$

Ejemplo 2. Si una esfera tiene un radio de 5 cm, el cálculo del volumen sería:

Datos: $r\ =\ 5\ cm$

$$r^3\ =\ 5\ x\ 5\ x\ 5\ =\ 125\ cm^3\ \ \rightarrow elevar\ el\ radio\ al\ cubo$$

Sustituir el valor del radio en la fórmula: $V\ = \left(\frac{4}{3}\right)\pi\ r^3$

$$V\ = \left(\frac{4}{3}\right)(\pi)(125)$$

$$V\ = \left(\frac{(125)4}{3}\right)(\pi)$$

$$V\ = \frac{500\pi}{3} = \frac{1570,8}{3}$$

$$V \approx\ 523,6\ cm^3$$

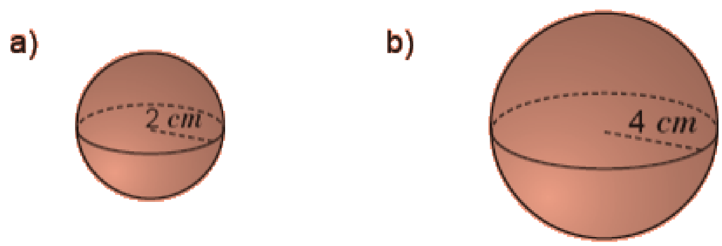
Por lo tanto, el volumen de la esfera es aproximadamente $523{,}6\ cm^3$.

Resuelve los siguientes ejercicios tomando en cuenta los ejemplos explicados por el maestro.

Ejemplo 1. En un parque han construido el siguiente monumento con forma de esfera. Indica el volumen y el área de esta esfera de 70 dm de diámetro.

.

Ejercicio 2. Calcule el volumen de las siguientes esferas



Guía de autoestudio.

Lea detenidamente la guía de autoestudio, que contiene contenidos teóricos que te permitirán fortalecer sus habilidades matemáticas.

1. Resuelva los siguientes ejercicios
   a) ¿Cuál es el volumen de una esfera que tiene un radio de 3 m?
   b) Calcula el área de la esfera de diámetro 22 cm

2. Actividad del contenido del próximo encuentro aplicaciones de áreas totales y volúmenes de cuerpos redondos.

Lea la información y realice lo siguiente.

Elabora un formulario de áreas y volumen de cilindro, cono y esfera

Encuentro 16:

Aplicaciones del área total de la superficie y el volumen de un cuerpo redondo

Estimado estudiante, en este encuentro culminaremos el estudio de cuerpos que ruedan, con las aplicaciones del área total de la superficie y el volumen de poliedros en la solución de situaciones de la vida cotidiana.

A continuación, te presentamos información relacionada al contenido a estudiar para que la leas y analices cada uno de los ejemplos desarrollados.

Importancia de su estudio:

El estudio de los cuerpos redondos es fundamental en matemáticas y geometría, ya que permite comprender las propiedades de estas formas y sus aplicaciones en el mundo real, como en la arquitectura, la ingeniería y el diseño.

Cuerpos Redondos y sus Aplicaciones:

Cilindro:

Diseño de envases: El área de la superficie de un cilindro se utiliza para calcular la cantidad de material necesaria para fabricar latas, botellas y otros recipientes cilíndricos.

Construcción: Se utiliza para determinar el área de tuberías, tanques de almacenamiento y otros componentes cilíndricos en edificios y estructuras.

Energía: El volumen de un cilindro es esencial para calcular la capacidad de tanques de gas, cilindros hidráulicos y otros dispositivos que utilizan fluidos a presión.

Cono:

Diseño de embudos y conos de tráfico: El área de la superficie lateral de un cono es útil para calcular la cantidad de material necesaria para fabricar embudos y conos de señalización.

Arquitectura: Los conos se utilizan en techos, torres y otras estructuras, y su volumen se aplica para determinar la cantidad de material necesario para su construcción.

Esfera:

Diseño de pelotas y balones: El área de la superficie de una esfera se utiliza para determinar la cantidad de cuero o material necesario para fabricar pelotas de diferentes deportes.

Ingeniería: El volumen de una esfera es importante para calcular la capacidad de tanques esféricos y otros recipientes que almacenan líquidos o gases.

Ciencia: El área de la superficie de una esfera se utiliza en física para estudiar la radiación y la transferencia de calor, entre otras aplicaciones.

¿Cómo encontrar la superficie y volumen de un cuerpo redondo?

Ya en los encuentros anteriores estudiamos que, para calcular el área y volumen de un cuerpo redondo, como una esfera o un cilindro, se utilizan fórmulas específicas que dependen de sus dimensiones, como el radio y la altura. La superficie se expresa en unidades cuadradas, mientras que el volumen se expresa en unidades cúbicas.

Cuerpos redondos comunes y sus fórmulas:

Cuerpo	Área superficial	Volumen
Cilindro	$A_t = 2\pi r^2 + 2\pi rh = 2\pi r(r+h)$	$V = \pi r^2 h$
Cono	$A_t = \pi r^2 + \pi rl = \pi r(r+l)$	$V = \left(\frac{1}{3}\right)\pi r^2 h$
Esfera	$A = 4\pi r^2$	$V = \left(\frac{4}{3}\right)\pi r^3$

Pasos para calcular área de superficie y volumen de cuerpos redondos.

1. Identifica el cuerpo redondo: Determina si es una esfera, un cilindro, un cono, otro.
2. Identifica las dimensiones: Determina el radio, la altura u otras dimensiones necesarias para la fórmula específica.
3. Aplica la fórmula: Sustituye los valores conocidos en la fórmula correspondiente y realiza los cálculos.

Actividades de comprensión o ejercicios prácticos.

I.Lea, analice y resuelva las siguientes situaciones

1- Una lata de jugo tiene forma de cilindro con radio 3 cm y altura 12 cm. ¿Cuánto jugo cabe en la lata? ¿Cuánto material se necesita para fabricarla?

2- Una pelota de fútbol tiene un radio de 11 cm. ¿Cuál es su volumen? ¿Cuánta pintura se necesita para cubrirla?

II. Verdadero o Falso

Lee las afirmaciones y escribe V o F. Justifica tu respuesta y luego corrige las falsas.

a) La esfera tiene una base circular. ( )
b) El volumen del cilindro se obtiene multiplicando el área de la base por la altura. ( )
c) El cono tiene dos bases circulares. ( )
d) La fórmula del volumen de la esfera incluye el número $\frac{4}{3}$. ( )

III. Seleccione la opción correcta a cada situación planteada.

1. Amelia necesita hacer un cuerpo geométrico de cartón para su clase de matemática. Para armarlo, dibuja en un cartón un rectángulo y dos círculos, situados en dos lados opuestos del rectángulo. El cuerpo que construirá Amelia es:
   A. Una esfera
   B. Un cono
   C. Un cilindro

MINED

Un Ministerio en la Comunidad