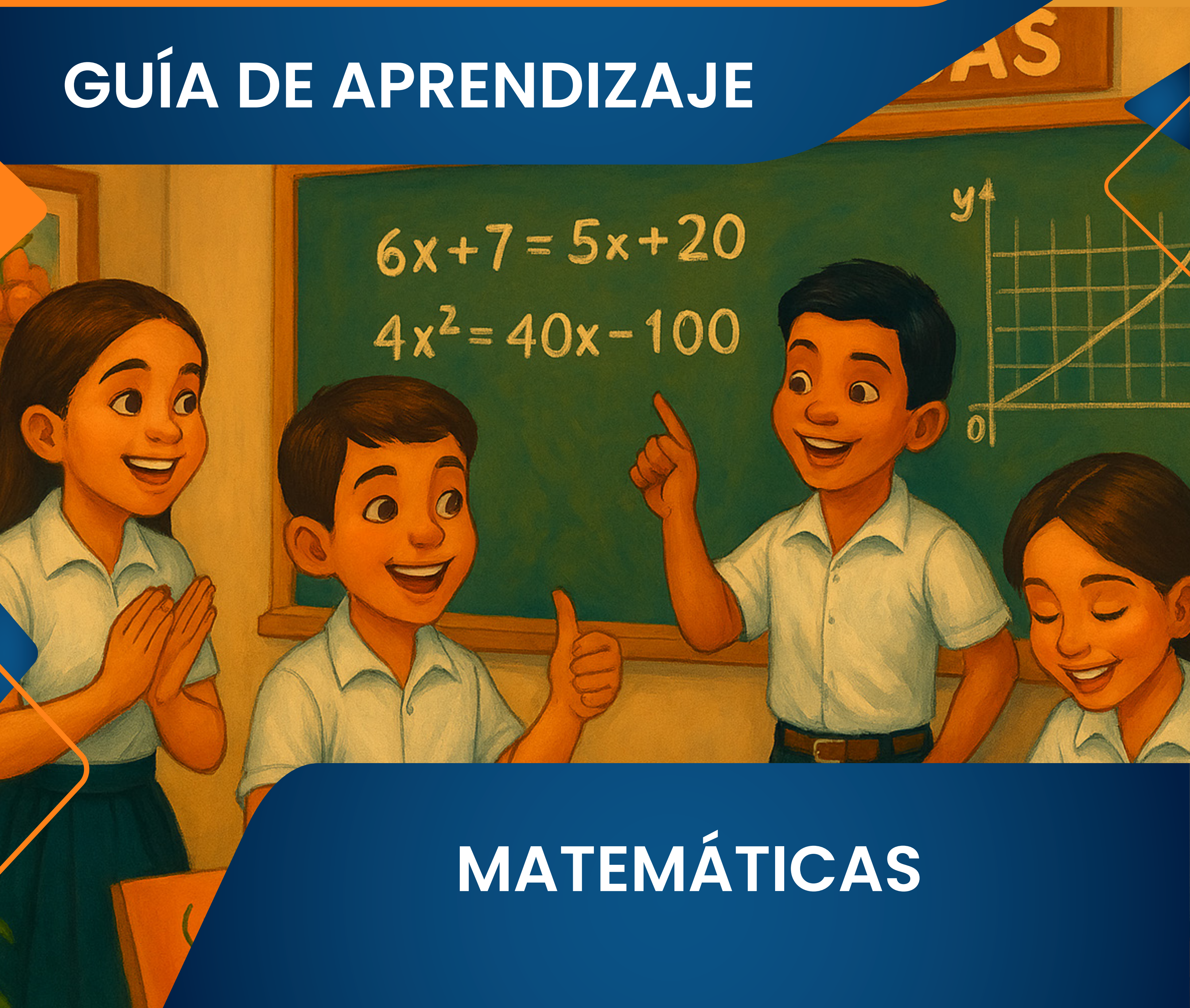
Dirección de Secudaria a Distancia en el Campo

MINED
Un Ministerio en la Comunidad

9no Grado

GUÍA DE APRENDIZAJE



MATEMÁTICAS

CRÉDITOS

Dirección y coordinación general.

Tessia Olga Torres Thomas
Directora General de Eduación Secundaria (a.i)

Dirección y coordinación específica.

Mariana del Socorro Saborio Rodríguez
Directora de Programación Educativa

Elaborado por:

Alicia Verónica Ortiz Toruño
Asesora pedagógico Secundaria a Distancia en el Campo

Álvaro Alfonso Vega Estrada
Asesor pedagógico Secundaria a Distancia en el Campo

Huáscar Amaru Velásquez Valdez
Profesor De Educación Media - Secundaria Rural

José Bismarck Zeledón Centeno
Director de Núcleo Educativo Rural

Magda Catalina Maldonado Castillo
Directora de centro educativo

Marlon Bismarck Montoya
Profesor De Educación Media - Secundaria Rural

José Daniel Espinoza García
Facilitador de Formación Continua (IDEAS – CCD)

Luis Arcenio Zeledón Martínez
Profesor De Educación Media - Secundaria Rural

Revisión técnica:
Ministerio de Educación

Apoyo en Proceso de Validación:
Francisca del Socorro Cárcamo Olivas
Técnica de Programación Educativa

Diseño y Diagramación:

Indira Kasandra Salazar Cruz - Diseñadora gráfica (IDEAS – CCD)

Presentación

Estimado estudiante

El Gobierno de Reconciliación y Unidad Nacional, a través del Ministerio de Educación (MINED), entrega a estudiantes de Educación Secundaria a Distancia en el Campo, Guía de Aprendizaje de Matemática en Noveno grado, el que contiene actividades de aprendizaje e información científica relacionada a los contenidos a abordar en el segundo semestre.

La guía de aprendizaje que ponemos en tus manos, facilitará el desarrollo del encuentro y tu estudio independiente. Podrás transcribir las actividades a tu cuaderno y de esta manera la guía será utilizada por otros estudiantes en el siguiente año escolar, por lo cual te invito a cuidarla, no rayarla y regresarla al centro de estudio.

Estamos seguros que será un material de mucho provecho para usted y con el acompañamiento de la maestra o maestro, harán efectivo el desarrollo de las actividades durante la clase y la continuidad de las mismas en su hogar con el acompañamiento de su familia.

"Seguimos adelante, procurando hacer lo mejor todos los días, para que unidos sigamos construyendo el porvenir". (Murillo. R, 2024)

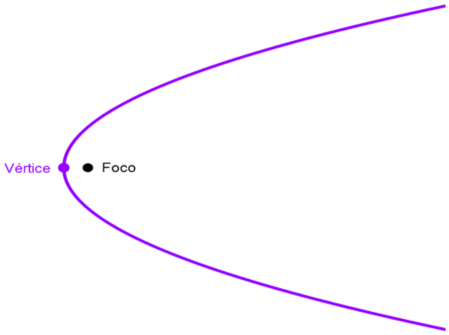
Índice

Encuentro Nº 1:

Introducción a Función de Segundo Grado

En este encuentro, aprenderemos que es una función cuadrática y vamos a poder graficarlas, las funciones de segundo grado con que iniciaremos son de la forma $y = x^2$, también $y = ax^2$ con $a>0$ y $a<0$.

Continuamos sumergiéndonos en el mundo atractivo de la Matemática, así que te invito a explorar, primeramente **¿Qué es una parábola?**



Es una curva abierta y continua cuyos puntos están a la misma distancia de un punto fijo, llamado foco, y de una línea recta fija, llamada directriz. La parábola también puede definirse como una sección cónica que resulta de la intersección de un cono circular recto con un plano paralelo a una de sus generatrices.

Activemos nuestras ideas:

Observemos cómo las parábolas (funciones de segundo grado) aparecen en el entorno natural y relacionémoslas con su forma gráfica.

Saldremos al patio, a buscar **"parábolas naturales"** o hechas por el ser humano, como:

- La forma de una hoja doblada.
- El chorro de agua que sale de una fuente o manguera.
- El arco de una rama colgante.
- El vuelo de una pelota lanzada.
- El diseño de algunas flores o puentes.

Tomen una foto o hagan un dibujo rápido del objeto encontrado.

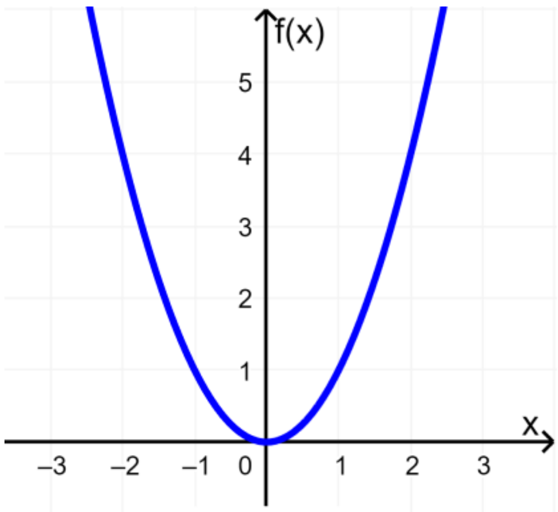
- ¿Se abre hacia arriba o hacia abajo?
- ¿Es ancha o angosta?
- ¿Qué parte del objeto parece el vértice?

A continuación, analizaremos la información acerca de funciones de segundo grado

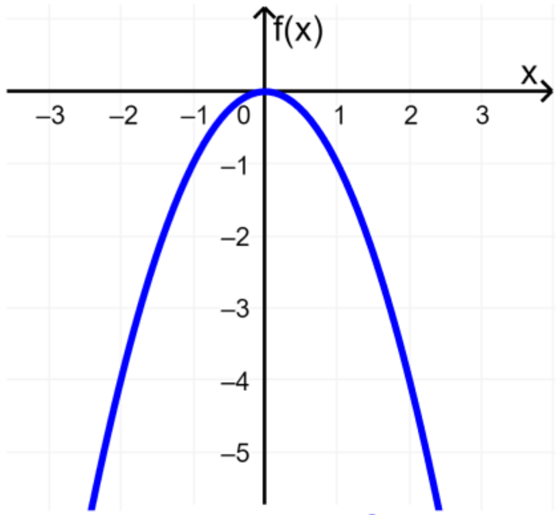
¿Qué son las funciones de segundo grado?

Una función de segundo grado es una función polinómica que se representa de la forma $y=x^2$

$y = ax^2$, donde 'a' es un número real distinto de cero. La gráfica de esta función es una parábola con vértice en el origen (0,0).



$f(x) = x^2$



$f(x) = -x^2$

Características de la función $y = ax^2$

1. Dominio

- El dominio son **todos los números reales**

2. Rango

- Depende del signo de a:
  - Si $a>0$: $R(f)= [0,+\infty)$
  - Si $a<0$: $R(f)= (-\infty,0]$

3. Vértice

- Siempre está en el **origen**:

$V=(0,0)$

4. Eje de simetría

- Es el eje vertical que pasa por el vértice:

$x=0$

5. Concavidad

- Depende del signo de a:
  - Si $a>0$: la parábola se abre **hacia arriba**.
  - Si $a<0$: la parábola se abre **hacia abajo**.

6. Ancho de la parábola

- Depende del valor absoluto de a:
  - Si $|a|>1$: parábola **más angosta**.
  - Si $0<|a|<1$: parábola **más ancha**.

7. Punto mínimo o máximo

- Si $a>0$:el vértice es un **mínimo**.
- Si $a<0$: el vértice es un **máximo**.

Ejemplos

1. $y = 2x^2$

→ parábola más angosta hacia arriba.

Vamos a sustituir algunos valores de x para obtener los valores de Y.

x	y
-3	18
-2	8
-1	2
0	0
1	2
2	8
3	18

Vértice: (0,0)

- Es el punto más bajo de la parábola.

Eje de simetría:

La recta vertical:

$x=0$

Dirección de la parábola:

Como $a = 2>0$, la parábola se abre hacia arriba.

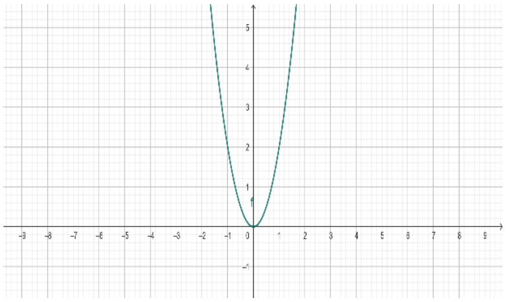
Dominio (valores posibles de x):

$D= (-\infty,\infty)$

Rango (valores posibles de y):

Como se abre hacia arriba y el mínimo es 0:

$R= [0,\infty)$



2. **$y = -0.5x^2$** → parábola más ancha hacia abajo.

x	y
-3	-4.5
-2	-2
-1	-0.5
0	0
1	-0.5
2	-2
3	-4.5

Vamos a sustituir algunos valores de x para obtener los valores de Y.

Vértice: (0,0)

- Es el punto más bajo de la parábola.

Eje de simetría:

La recta vertical:

$x=0$

Dirección de la parábola:

Como $a = -0.5 < 0$, la parábola se abre hacia arriba.

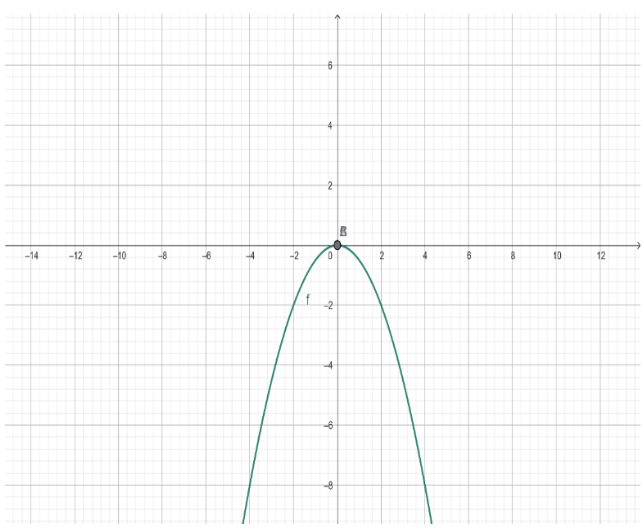
Dominio (valores posibles de x):

$D= (-\infty,\infty)$

Rango (valores posibles de y):

Como se abre hacia arriba y el mínimo es 0:

$R= (-\infty,0]$



Puedes unirte en pareja y resolver:

1. Grafica la función $y = 3x^2$. ¿Hacia dónde se abre la parábola? ¿Es más ancha o más angosta que $y = x^2$?

2. Grafica la función $y = -x^2$. ¿Qué ocurre con la dirección de la parábola?

3. Grafica la función $y = -2x^2$. ¿Qué diferencias observas en comparación con $y = x^2$?

4. Completa la tabla de valores para $y = 0.5x^2$ con $x = -2, -1, 0, 1, 2$.

5. Explica con tus palabras cómo influye el valor de 'a' en la forma de la parábola.

Orientación de la guía de autoestudio

Estimada o estimado estudiante aquí tienes **ejercicios diferentes** para tarea sobre el tema.

Ejercicio 1: Adivina el valor de a

Observa las siguientes descripciones y escribe cuál podría ser el valor de aa:

1. La parábola se abre hacia arriba y es muy ancha. ¿a=_____?

2. La parábola se abre hacia abajo y es muy estrecha. ¿a=_____?
3. La parábola se abre hacia arriba y pasa por los puntos (1, 3) y (-1, 3). ¿a=_____?
4. La parábola es idéntica a $y=x^2$, pero está invertida. ¿a=_____?

Ejercicio 2: Problema con contexto

Una pelota es lanzada al aire. Su altura en metros está dada por la fórmula:

$y=-4x^2$

Donde x es el tiempo en segundos.

1. ¿Cuál es la altura máxima que alcanza la pelota?
2. ¿Después de cuántos segundos la pelota llega al suelo (cuando y=0)?

Referencias Bibliograficas

Larson, R., & Hostetler, R. (2006). Precalculus with Limits. Houghton Mifflin.
Sullivan, M. (2012). Algebra and Trigonometry. Pearson Education.

Encuentro No 2 y 3:

Función de Segundo Grado

- En este encuentro, aprenderemos más sobre las funciones de segundo grado y vamos a poder graficarlas, de la forma $y = ax^2 + c$; $y = a(x - h)^2 + k$,asi mismo, la de la forma $y = ax^2 + bx + c$ con a>0 y a<0.

Continuamos sumergiéndonos en el mundo atractivo de la Matemática, primero entrega y comparte con tus compañeros la guía de autoestudio del encuentro anterior, te invito a explorar, ya podemos graficar completando tablas de valores, así que unidos en equipo de tres, escogerán una de las siguientes funciones cuadráticas:

- $y= x^2+2$
- $y=-x^2+4$
- $y=2x^2-3$
- $y=-0.5x^2+1$
- $y=0.5x^2-2$

Pasos a realizar con tu equipo:

1. Completen una tabla de valores.

2. Grafiquen la función en el plano cartesiano.
3. Denle color y forma a su parábola, convirtiéndola en una “montaña”, “tobogán”, “puente” o lo que su creatividad les diga.
4. Escriban qué representa el valor de **a** (forma) y de **c** (altura de inicio).

Puedes hacer una "exposición de parábolas creativas" en el aula.

Leamos y tomemos nota de la siguiente información

<u>Gráfica de la función cuadrática</u>

A la hora de graficar una función cuadrática debemos tener en cuenta que muchas veces puede que no sea conveniente elaborar una tabla de valores para hallar puntos pertenecientes a la función puesto que puede que dicha función no se encontrara cercana al origen del plano cartesiano o que los valores que otorguemos a la variable "x" no nos permitan determinar la forma de dicha función.

<u>Elementos principales de la función cuadrática</u>

<u>Concavidad:</u>

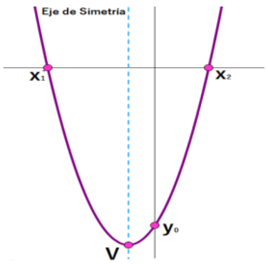
La concavidad corresponde a la forma que tiene la parábola que representa a la función cuadrática, la concavidad puede ser positiva cuando las ramas de la parábola se abren hacia arriba o negativa cuando se abren hacia abajo. La concavidad de una parábola se puede determinar observando el signo de "a", si

$a > 0$ la concavidad será positiva y si $a < 0$ la concavidad será negativa.

Vértice (V):

El vértice corresponde a un punto perteneciente a la parábola el cual la divide en dos "mitades", el vértice de la parábola es considerado un punto mínimo cuando la concavidad es positiva puesto que es el punto más bajo de la misma y como un punto máximo cuando la concavidad es negativa puesto que es el punto más alto de la parábola. La fórmula para determinas las coordenadas del vértice:

Vértice es: $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{-b^2-4ac}{4a}\right)$



Ejemplo:

- Graficar la función $f(x) = x^2 + 2x + 1$

$a = 1$; $b = 2$; $c = 1$

- Concavidad → a = 1 → positiva
- Vértice (h, k)

h = $-\frac{b}{2a}$

h = $-\frac{2}{2(1)}$

h = $-\mathbf{1}$

Para determinar el valor de K, se puede también sustituir a la función el valor encontrado en h, así quedaría:

$f(x) = x^2 + 2x + 1$

$f(-1) = (-1)^2 + 2(-1) + 1$

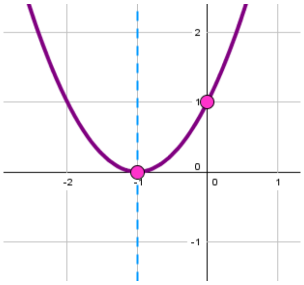
$f(-1) = 1 - 2 + 1$

$f(-1) = 0$

Así que el vértice de la función es V (-1,0)

- Eje de simetría: L: $x = -1$
- Intersección con el eje y: $y_0 = 1$
- Intersección con el eje x: Resolvemos la ecuación $f(x) = 0 \Rightarrow x^2 + 2x + 1 = 0$

- Gráfico:



Reunidos en pareja resolverán:

Identifica los elementos importantes en las siguientes funciones

- Concavidad
- Intersecciones con los ejes
- Eje de simetría
- Vértice.

1) $f(x) = x^2 - 1$
2) $f(x) = x^2 + 4x$
3) $f(x) = x^2 + x - 6$
4) $f(x) = x^2 - x + 2$
5) $f(x) = x^2 + x$

Encierra en un círculo la alternativa que consideres correcta en cada caso.

1) El punto que no pertenece a la función $y = x^2 + 2x + 1$

A) (1,4)

B) (-1,0)

C) (0,1)

D) (2,9)

E) (1,1)

2)La gráfica de la función cuadrática $f(x) = x^2 - x - 6$ corta al eje x en

A) 3 y 2

B) −3 y 2

C) 3 y −2

D) −3 y −2

E) −1 y −6

3)Las coordenadas del vértice del gráfico de la función $f(x) = x^2 - 2x + 1$ son

A) (-1, 4)

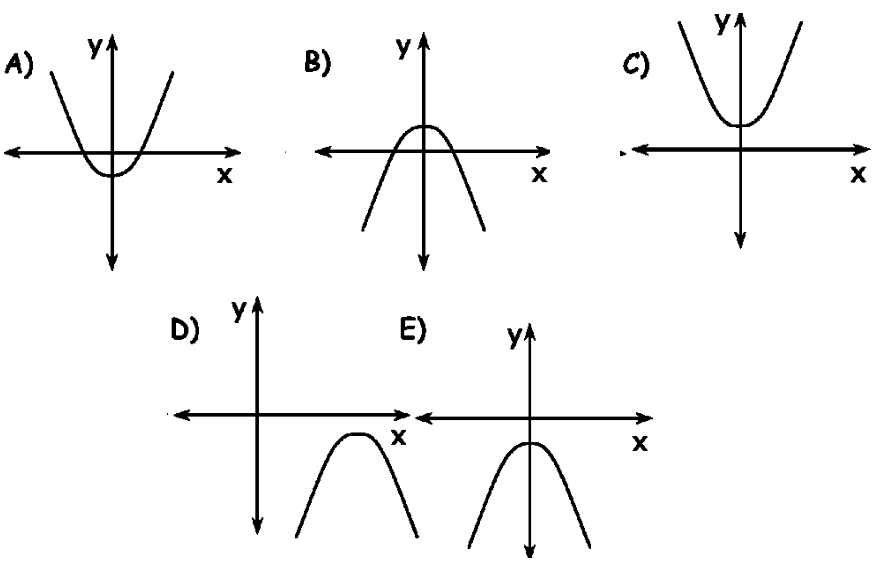
B) (1, 2)

C) (-1, 1)

D) (0, 1)

E) (1, 0)

4)¿Cuál de los siguientes gráficos representa mejor a la función $f(x) = -x^2 - 4$?



5)La intersección de la parábola $y = -x^2 + 4x + 12$ con el eje x es en los puntos:

A) (6,0) y (2,0)

B) (-6,0) y (-2,0)

C) (-6,0) y (2,0)

D) (0,6) y (0,-2)

E) (6,0) y (-2,0)

6) La intersección de la parábola $y = 4x^2 - 4x - 3$ con el eje y es en el punto:

A) (- 3,0)

B) (0,3)

C) (0,-3)

D) (3,0)

E) No se puede determinar

7) La función $f(x) = x^2 - 6x + 8$ intercepta al eje y en el punto:

A) (2, 0)

B) (4, 0)

C) (0, 8)

D) (8, 0)

E) (2, 0) y (4, 0)

8) La (2, 8)

A) (4, 4)

9) ¿Cuál es el punto mínimo de la parábola: $y = x^2 + 4x - 5$?

A) (2, -9)

B) (2, 9)

C) (-2, 9)

D) (2,-9)

E) (-2,18)

Con ayuda de tu maestra o maestro resuelve lo siguiente:

1. Un agricultor siembra una parcela de maíz y observa que el rendimiento en quintales por manzana depende de la cantidad de fertilizante aplicado. El rendimiento R (en quintales) se modela por la función, donde x es la cantidad de sacos fertilizantes.
   $R(x)=-2x^2+12x+20$

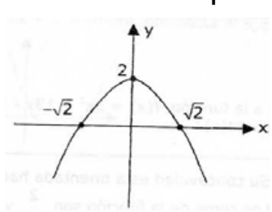
   - ¿Cuántos sacos debe aplicar para obtener el máximo rendimiento? ¿Cuál será ese rendimiento máximo?
- Realiza la grafica

Orientación de la guía de autoestudio

Resuelve aplicando lo aprendido

¿Cuál es la función cuadrática asociada a la parábola de la figura?

a) $y=2x^2-2$
b) $y=-x^2-4$
c) $y=x^2+2$
d) $y=-x^2-2$
e) $y=-x^2+2$



Grafica las siguientes funciones

1. $f(x)=x^2+3$

2. $f(x)=x^2-3$

3. $y=-x^2+3x+4$

Referencias Bibliográficas

Espinoza, M., & García, C. (2019). *Matemáticas para la vida cotidiana: Aplicaciones prácticas en el área rural*. Editorial Universitaria Centroamericana.

Larson, R., & Hostetler, R. (2006). *Precalculus with limits: A graphing approach*. Cengage Learning.

Ministerio de Educación de Nicaragua. (2021). *Programa de estudio de Matemática: Educación secundaria*. https://www.mined.gob.ni

Sullivan, M. (2014). *Algebra and trigonometry* (9th ed.). Pearson Education.

Encuentro N° 4:

6. Valores Máximos y Mínimos de Función de Segundo Grado y sus aplicaciones.

En este encuentro, continuaremos poniendo en práctica lo aprendido acerca de funciones de Segundo grado, aplicando en cálculos de máximos y mínimos.

Continuamos sumergiéndonos en el mundo atractivo de la Matemática, primero entrega y comparte con tus compañeros la guía de autoestudio del encuentro anterior, y ahora recordemos:

Una función cuadrática tiene la forma: $y = ax^2 + bx + c$

El valor máximo o mínimo de esta función se encuentra en el vértice de la parábola que representa.

Dependiendo del valor de 'a', la parábola puede abrirse hacia arriba o hacia abajo:

Valor de a	Forma de la parábola	Tipo de valor
$a > 0$	Abierta hacia arriba	Mínimo
$a < 0$	Abierta hacia abajo	Máximo

Luego se sustituye ese valor de x en la función original para encontrar y:

$y = a(x)^2 + b(x) + c$

Ejemplo 1: Valor máximo

Función: $y = -2x^2 + 8x + 5$

Paso 1: Identificar los coeficientes: $a = -2$, $b = 8$, $c = 5$. Como $a < 0$, es un valor máximo.

Paso 2: Calcular x del vértice: $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{8}{2(-2)} = 2$

Paso 3: Sustituir x en la función:

$y = -2(2)^2 + 8(2) + 5 = -8 + 16 + 5 = 13$

Resultado: El valor máximo es 13 y ocurre cuando x = 2.

Ejemplo 2: Valor mínimo

Función: $y = 3x^2 - 6x + 2$

Paso 1: $a = 3 > 0$, entonces es un valor mínimo.

Paso 2: Calcular x del vértice: $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{(-6)}{2(3)} = 1$

Paso 3: Sustituir en la función:

$y = 3(1)^2 - 6(1) + 2 = 3 - 6 + 2 = -1$

Resultado: El valor mínimo es -1 y ocurre cuando x = 1.

Unirse en equipo, según lo indique su docente y resuelvan:

1. Un agricultor nota que el rendimiento de su cosecha de frijol depende de la cantidad de fertilizante. El rendimiento en quintales se modela por la función:

   $R(x) = -x^2 + 8x + 10$,

   donde x es el número de sacos de fertilizante.

   a) ¿Cuántos sacos debe aplicar para obtener el rendimiento máximo?

   b) ¿Cuál es ese rendimiento máximo?

2. Un campesino tiene 80 metros de cerca para construir un corral rectangular junto a una pared del establo, por lo que no necesita cercar ese lado.

   El área del corral se representa con:

   $A(x) = x\,(80 - 2x)$,

   donde x es el ancho del corral.

   a) ¿Qué valor de x da el área máxima?

   b) ¿Cuál es el área máxima del corral?

3. Una vendedora vende 100 naranjas a 5 córdobas cada una. Por cada 1 córdoba que sube el precio, vende 10 naranjas menos. El ingreso total está dado por:

   $I(x) = (5 + x)\,(100 - 10x)$,

   donde x es el número de córdobas que aumenta el precio.

a) ¿Cuál es el precio óptimo para obtener el ingreso máximo?

b) ¿Cuál es ese ingreso máximo?

4. Un productor alimenta a sus gallinas con maíz, y nota que la producción diaria de huevos depende de la cantidad de alimento. La producción está dada por:

   $P(x) = -0.5x^2 + 6x + 20,$

   donde x es la cantidad de alimento en libras.

   a) ¿Qué cantidad de alimento produce la mayor cantidad de huevos?

   b) ¿Cuál es esa producción máxima?

5. Un agricultor tiene una parcela cuadrada de 30 metros por lado y quiere construir senderos de igual ancho x en todos los bordes.

   El área cultivable está dada por:

   $A(x) = (30 - 2x)^2$

   a) ¿Cuál será el área cultivable si el ancho del sendero es de 3 metros?

   b) ¿Para qué valor de x el área cultivable será de 400 m^2?

Orientación de la guía de autoestudio

Resuelve las siguientes situaciones

1. Un niño lanza un mango al aire desde el suelo. La altura h (en metros) del mango, según el tiempo t (en segundos), está dada por:

$h(t)=-5t^2+20t$

a) ¿En qué tiempo alcanza su altura máxima?
b) ¿Cuál es esa altura máxima?
c) ¿Cuánto tiempo tarda en volver al suelo?

2. La producción de leche depende de la cantidad de alimento que consumen las vacas. Se modela con la función:

$L(x)=-x^2+12x+40$

donde x es la cantidad de alimento en kilogramos.

a) ¿Cuánto alimento deben recibir para maximizar la producción?
b) ¿Cuál es esa producción máxima?

Referencias Bibliográficas

Baldor, A. (2007). *Álgebra*. Grupo Editorial Patria.

Espinoza, M., & García, C. (2019). *Matemáticas para la vida cotidiana: Aplicaciones prácticas en el área rural*. Editorial Universitaria Centroamericana.

Larson, R., & Hostetler, R. (2006). *Precalculus with limits: A graphing approach*. Cengage Learning.

Ministerio de Educación de Nicaragua. (2021). *Programa de estudio de Matemática: Educación secundaria*. https://www.mined.gob.ni

Sullivan, M. (2014). *Algebra and trigonometry* (9th ed.). Pearson Education.

Encuentro N° 5:

Razón entre Segmentos

1.1. Distancia entre dos puntos

1.2. Razón de dos segmentos

1.3. Segmentos proporcionales

En este encuentro, iniciaremos una unidad muy interesante para ello es importante introducir algunos conceptos, en este caso Razón entre dos segmentos.

Continuamos sumergiéndonos en el mundo atractivo de la Matemática, primero entrega y comparte con tus compañeros la guía de autoestudio del encuentro anterior, y ahora empecemos comprendiendo qué es una razón entre segmentos de forma práctica y visual, antes de pasar a la teoría, es por ello que utilizaremos los siguientes materiales:

- Cuerdas de diferente longitud (pueden ser de lana o hilo)
- Regla o cinta métrica
- Tijeras
- Hoja para anotar

Sigue las siguientes instrucciones:

En grupo, mide una cuerda de 60 cm.

Córtala en dos partes como quieras, midiéndola con regla.

Anota en una hoja:

- ¿Cuánto mide la primera parte?
- ¿Cuánto mide la segunda parte?
- ¿Cuál es la razón entre ambas? (Dividir las dos medidas)

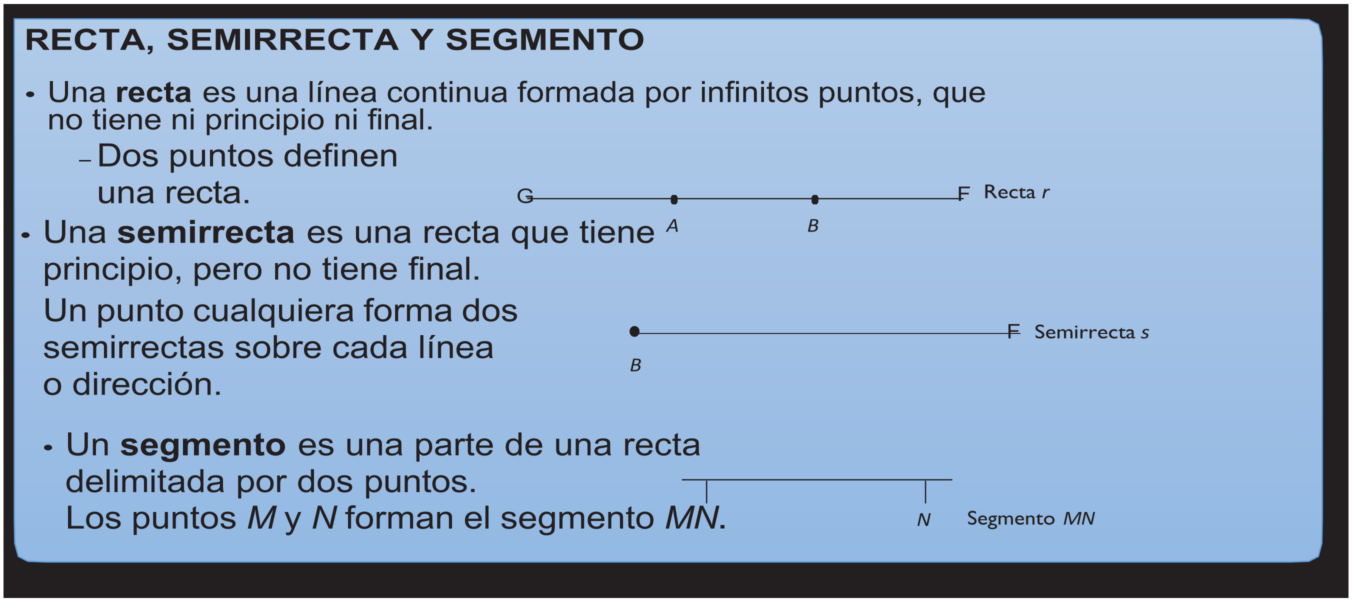
Ejemplo de anotación de un grupo:

- Parte A: 40 cm
- Parte B: 20 cm
- Razón: $\frac{40}{20}$=2

Responde en plenario

- ¿Qué significa que la razón sea 2?
- ¿Hay grupos con la misma razón aunque sus medidas sean diferentes?
- ¿Quién cortó las partes iguales? ¿Qué razón les dio?

Ahora bien:



¿Qué es la razón entre segmentos?

La **razón entre segmentos** es una forma de **comparar dos longitudes** en una misma recta.

Se representa como una **división** entre las medidas de dos segmentos. Es decir, si tienes dos segmentos de longitudes **A** y **B**, la **razón entre ellos** se escribe:

Razón: $\frac{A}{B}$

Ejemplo 1: Comparando dos segmentos

Supongamos que tenemos dos segmentos:

- Segmento AB mide **6 cm**
- Segmento CD mide **3 cm**

La razón entre AB y CD es:

Razón: $\frac{AB}{CD} = \frac{6}{3} = 2$

Esto significa que el segmento AB es **el doble** de CD.

Ejemplo 2: Sean los segmentos a y b, de longitudes 3 cm y 5 cm. Halla su razón

Razón: $\frac{a}{b} = \frac{3}{5} = 0.6$

Resuelve los siguientes ejercicios aplicando el concepto de razón entre dos segmentos, gráfica y escribe conclusiones:

1. El segmento AB mide 12 cm y el segmento CD mide 4 cm. ¿Cuál es la razón entre AB y CD?
2. El segmento XY mide 18 cm y el segmento YZ mide 6 cm. ¿Cuál es la razón entre XY y YZ?
3. Un segmento EF mide 25 cm. Si lo divides en dos partes de 10 cm y 15 cm, ¿cuál es la razón entre la parte más corta y la más larga?
4. Una vara de 100 cm se divide en dos partes: una de 60 cm y otra de 40 cm. ¿Cuál es la razón entre la parte más larga y la más corta?
5. Un segmento de 90 cm se divide en la razón 2:3. ¿Cuánto mide cada parte?

Analiza la siguiente información:

Segmentos proporcionales: Dos o más pares de segmentos son proporcionales cuando la razón (división) entre los segmentos de un par es igual a la razón del otro par. Es decir

$$\frac{AB}{CD} = \frac{EF}{GH}$$

Por lo tanto, se cumple que el producto de los medios es igual al producto de los extremos: (AB)(GH)=(CD)(EF), esto es llamado teorema fundamental de la proporción.

Ejemplos:

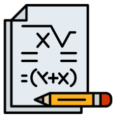
a) $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$

Multiplicando los medios por los extremos

$$(3)(12) = (4)(9)$$

Se comprueba que son segmentos proporcionales

$$36 = 36$$



Ahora aplica el teorema fundamental de la proporción, y comprueba si los segmentos son proporcionales:

a. $\frac{30}{90} = \frac{2}{6}$

b. $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$

c. $\frac{30}{15} = \frac{6}{3}$

Cálculo de un término de una proporción

Aplicando el teorema fundamental de las proporciones, se puede hallar el término desconocido en una proporción.

Ejemplo:

$$\frac{2}{5} = \frac{8}{x}$$

Multiplicando los medios por los extremos

$$(2)(x) = (5)(8)$$

Se aplica propiedades algebraicas

$$2x = 40$$

$$x = \frac{40}{2}$$

$$x = 20$$

La proporción es:

$$\frac{2}{5} = \frac{8}{20}$$

Orientación de la guía de autoestudio

Estimada y estimado estudiante, se le presentan actividades para poner en practica lo aprendido en el encuentro de hoy.

1. A partir de la ecuación dada, calcular el termino desconocido.

a. $\frac{3}{6} = \frac{9}{y}$ b. $\frac{8}{2} = \frac{y}{16}$	c. $\frac{6}{y} = \frac{36}{24}$ d. $\frac{3}{2} = \frac{14}{y}$

Referencias Bibliográficas

Baldor, A. (2007). *Álgebra*. Grupo Editorial Patria.

Larson, R., & Hostetler, R. (2006). *Precalculus with limits: A graphing approach*. Cengage Learning.

Sullivan, M. (2014). *Algebra and Trigonometry* (9th ed.). Pearson Education.

Ministerio de Educación de Nicaragua. (2021). *Programa de estudio de Matemática: Educación secundaria*. Recuperado de https://www.mined.gob.ni

Encuentro Nº 6 y 7:

División de un segmento

2.1 Cálculo de la razón en la que un punto divide a un segmento

2.2 Coordenada del punto interior y exterior

2.3 Longitudes de las partes en las que un punto divide a un segmento en una razón dada.

En este encuentro, continuaremos poniendo en práctica lo aprendido acerca de segmento, en este tema lo dividiremos y encontraremos la razón entre un punto que lo divide.

Continuamos sumergiéndonos en el mundo atractivo de la Matemática, primero entrega y comparte con tus compañeros la guía de autoestudio del encuentro anterior, y ahora exploremos:

Imaginen que hay un sendero recto entre dos árboles (o piedras). Ese sendero es como un **segmento**. Hoy vamos a caminar sobre él y aprender cómo se puede dividir, igual que un pastel o una cuerda.

El maestro escogerá a dos estudiantes los cuales deben ponerse de pie en línea recta, a varios pasos de distancia (ellos serán los **extremos del segmento**). El resto del grupo observa.

Otro estudiante contará **los pasos exactos** entre los dos extremos (por ejemplo, 10 pasos).

- Luego:
    - “Divide el segmento en **2 partes iguales**: ¿Dónde te detienes?”
    - “Ahora en **5 partes iguales**: ¿cada parte cuántos pasos mide?”
    - “Divídelo en razón 2:3: ¿cuántos pasos haces primero y cuántos después?”

Responde:

- ¿Qué aprendimos sobre dividir un segmento?
- ¿Por qué es útil conocer el punto medio o cómo dividirlo?
- ¿En qué parte de nuestra vida diaria se usan estos conceptos? (Ej.: sembrar en línea recta, repartir espacio en el terreno, etc.)

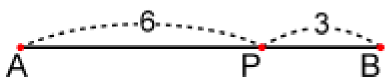
Analicemos la siguiente información:

¿Qué es la razón al dividir un segmento?

La razón al dividir un segmento se refiere a comparar las longitudes de las dos partes en las que se divide un segmento. Se expresa como una fracción o en forma de proporción:

$$Razón = \frac{parte\ 1}{parte\ 2}$$

Ejemplo:



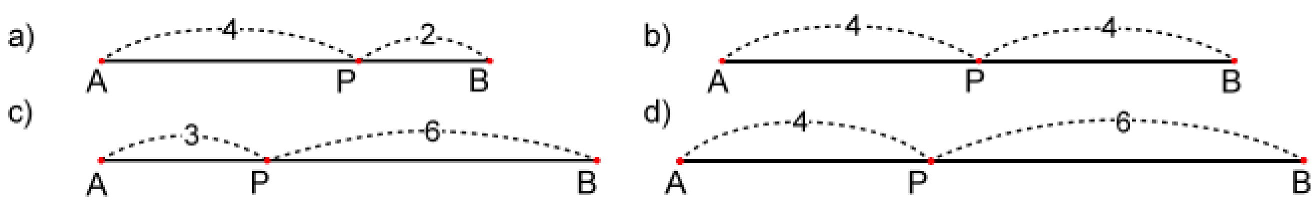
$$Razón = \frac{AP}{PB}$$

$$Razón = \frac{6}{3}$$

$$Razón = 2$$

Ejercite:

En cada figura, calcule la razón $\frac{AP}{PB}$ entre los segmentos en el que el punto P divide AB



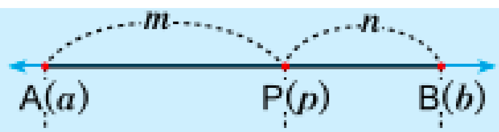
Coordenada del punto interior

En el contexto de un segmento de recta, un punto interior es aquel que se encuentra entre los dos puntos extremos del segmento, mientras que un punto exterior se encuentra fuera de esos límites. En un sistema de coordenadas, las coordenadas de estos puntos se determinan de acuerdo a su posición relativa dentro o fuera del segmento.

Punto Interior:

- Un punto P es considerado un punto interior de un segmento AB si P está ubicado entre los puntos A y B en la línea recta que los une, pero no coincide con ninguno de ellos.
- Si se define el segmento AB con coordenadas (x_1, y_1) y (x_2, y_2), la coordenada de un punto interior P(x, y) se puede calcular utilizando la fórmula de la división de un segmento en una razón dada.

$$p = \frac{na + mb}{m + n}$$

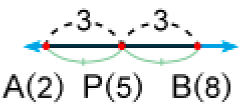


Ejemplo: Sea AB con extremos A(2) y B(8). Calcule la coordenada p del punto interior P:

a. P divide a AB en la razón 2:1

Datos	Ecuación	Gráficamente
$a = 2$ $b = 8$ $m = 2$ $n = 1$	$p = \frac{na + mb}{m + n}$ $p = \frac{(1)(2) + (2)(8)}{2 + 1} = \frac{18}{3} = 6$	

b. P es un punto medio

Datos	Ecuación	Gráficamente
a = 2 b =8	$p = \frac{a+b}{2}$ $p = \frac{2+8}{2} = \frac{10}{2} = 5$	

Ejercite: Calcule la coordenada p del punto interior P de un segmento, no olvide representar gráficamente:

a) A(8) y B(4) y P divide a $\overline{AB}$ en la razón 1:2.

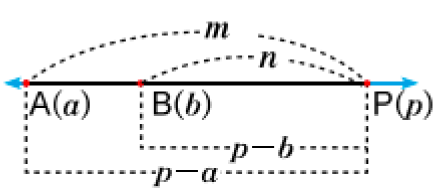
b) C(−2) y D(6) y P divide a $\overline{CD}$ en la razón 3:1.

c) D(−5) y F(3) y P es punto medio de $\overline{DF}$.

Coordenada del punto exterior

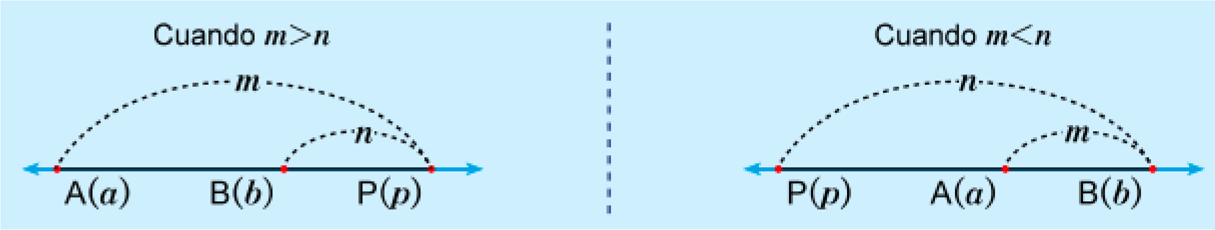
Punto Exterior:

- Un punto P se considera exterior a un segmento AB si no se encuentra entre los puntos A y B en la línea que los une.
- En un sistema de coordenadas, la coordenada de un punto exterior se ubicará en la misma línea que el segmento, pero más allá de cualquiera de los puntos A o B.

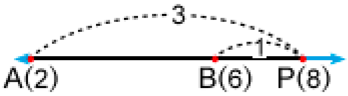


Se calcula

$$p = \frac{-na + mb}{m - n}$$



Ejemplo: Sea AB con extremos A(2) y B(6).Calcule la coordenada p del punto exterior P tal que divide al AB en la razón 3:1

Datos	Ecuación	Gráficamente
a = 2 b =6 m=3 n= 1	$p = \frac{-na + mb}{m - n}$ $p = \frac{-(1)(2) + (3)(6)}{3 - 1} = \frac{16}{2}$ $= 8$	

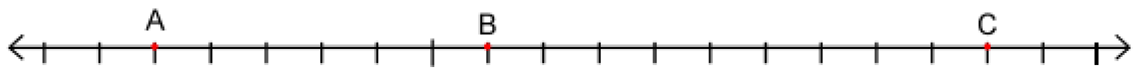
Ejercite: Calcule la coordenada p del punto exterior P de un segmento, representa gráficamente:

a) A(3) y B(5) y P divide al $\overline{AB}$ en la razón 2 : 1.
b) D(−5) y F(3) y P divide al $\overline{DF}$ en la razón 3 : 1.
c) C(−2) y D(8) y P divide al $\overline{CD}$ en la razón 1 : 2.

Orientación de la guía de autoestudio

Poniendo en práctica lo abordado con la maestra o el maestro, resuelve:

Dada la recta numérica



a) Ubique el punto interior P que divide al AB en la razón 1:2

b) Ubique el punto interior Q que divide al BC en la razón 2:1

Calcule la coordenada p del punto P de un segmento cuyos extremos son dados, representa gráficamente:

a) A (4) y B (8) y P divide al AB en la razón 1:3

b) C (-5) y D (5) y P divide CD en la razón 4:1

c) D (-7) y F (3) y P es punto medio del DF

Calcule la coordenada p del punto exterior P de un segmento, tal que:

a) A (4) y B (6) y P divide al AB en la razón 3:1

b) D (-6) y F (2) y P divide DF en la razón 4:1

c) H (-5) y J (2) y P divide HJ en la razón 1:4

Referencias Bibliográficas:

Larson, R., & Boswell, L. (2014). *Matemáticas 9: Álgebra y geometría para secundaria*. McGraw-Hill Education.

Ministerio de Educación de Nicaragua. (2021). *Programa de estudio de Matemática, 9.º grado educación secundaria*. https://www.mined.gob.ni

Encuentro Nº 8:

Criterios de Semejanza de Triángulos

3.2 Definición de Semejanza de Triángulos

3.2 Criterio de semejanza

En este encuentro, continuaremos aprendiendo acerca de la semejanza que pueden tener dos longitudes, pero esta vez en triángulos.

Continuamos sumergiéndonos en el mundo atractivo de la Matemática, primero entrega y comparte con tus compañeros la guía de autoestudio del encuentro anterior, y ahora analicemos:

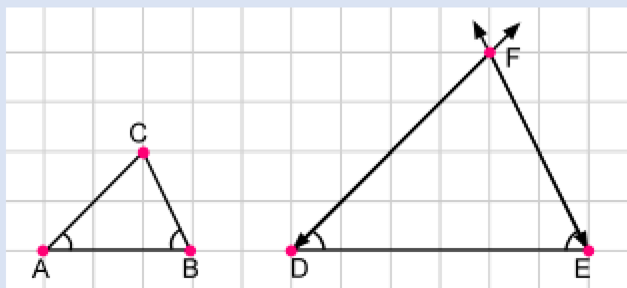
En la comunidad hay un árbol muy alto junto al campo de fútbol. Los estudiantes quieren saber qué tan alto es el árbol, pero no tienen una cinta métrica lo suficientemente larga para medirlo. Uno de ellos propone usar su estatura y la sombra que proyecta para calcular la altura del árbol. ¿Podrían hacerlo usando semejanza de triángulos?

- Dibuja la situación anterior.
- Comparte tus ideas con tus compañeros.

Analicemos la siguiente información:

Dos triángulos son **semejantes** cuando tienen **la misma forma**, aunque no necesariamente el mismo tamaño.
Esto ocurre cuando:

- Sus **ángulos correspondientes son iguales**
- Sus **lados correspondientes son proporcionales**

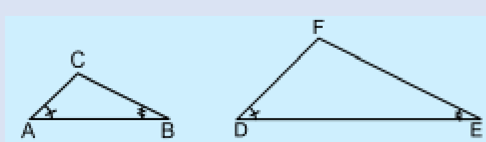


Criterios de Semejanza de Triángulos

Existen **tres criterios** para determinar si dos triángulos son semejantes:

Ángulo – Ángulo (AA):

Si **dos ángulos** de un triángulo son **iguales** a dos ángulos de otro triángulo, entonces los triángulos son semejantes.



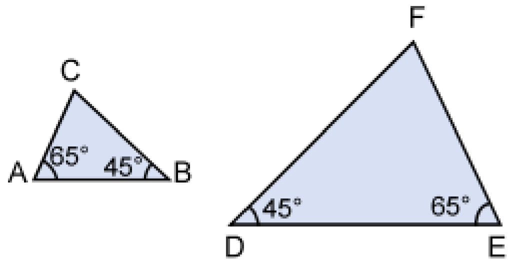
$$\text{Si} \begin{cases} \measuredangle A = \measuredangle D \\ \measuredangle B = \measuredangle E \end{cases}, \text{ entonces } \Delta ABC \sim \Delta DEF$$

Ejemplo: Investigue si los triángulos son semejantes.

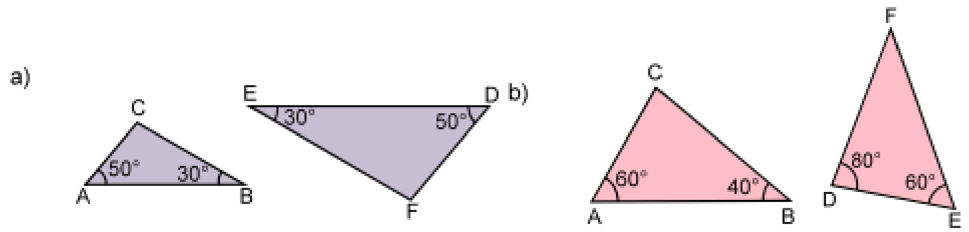
Como ∡ A = ∡ E=65⁰ y

∡ B = ∡ D= 45⁰

Entonces △ABC ~△DEF

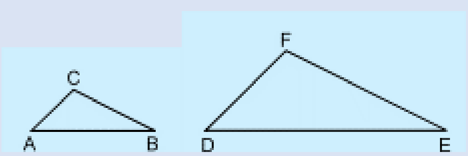


Ejercite: Determine si los pares de triángulos dados en cada inciso son semejantes, represéntalos en el caso que fueran con el signo de semejanza ~



Lado – Ángulo – Lado (LAL):

Si dos lados de un triángulo son proporcionales a dos lados de otro triángulo y el ángulo comprendido entre ellos es igual, entonces los triángulos son semejantes.



$$\text{Si} \begin{cases} \dfrac{AB}{DE} = \dfrac{AC}{DF}, \\ \measuredangle A = \measuredangle D \end{cases} \text{entonces } \Delta BAC \sim \Delta EDF$$

Ejemplo: Dado el siguiente par de triángulos, investigar si son semejantes

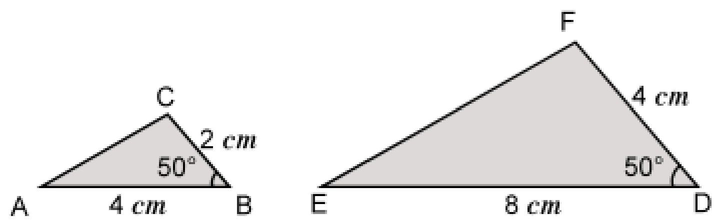
Comprobemos si los lados son proporcionales

$$\frac{AB}{ED} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{BC}{DF} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

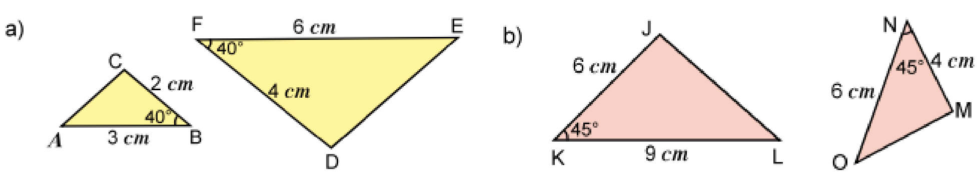
Se observa que los lados son proporcionales y el ∡ B = ∡ D= 50^0

Por lo tanto △ABC ~△DEF



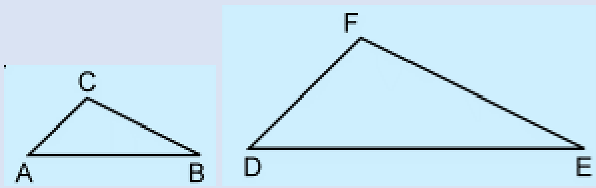
Ejercite:

Dado los siguientes triángulos, investigar si son semejantes



Lado – Lado – Lado (LLL):

Si los tres lados de un triángulo son proporcionales a los tres lados de otro triángulo, entonces son semejantes.



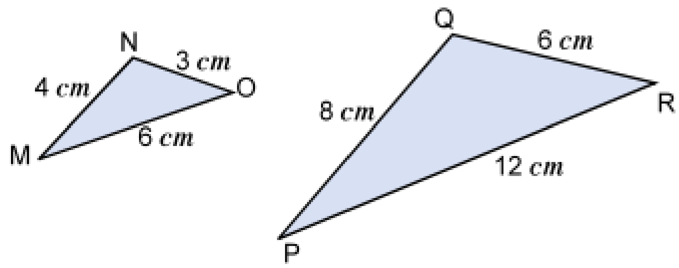
Si $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$, entonces $\Delta ABC \sim \Delta DEF$.

Ejemplo:

Verifique si el siguiente par de triángulos son semejantes

Comprobemos si los lados son proporcionales

$$\frac{MN}{PQ} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$



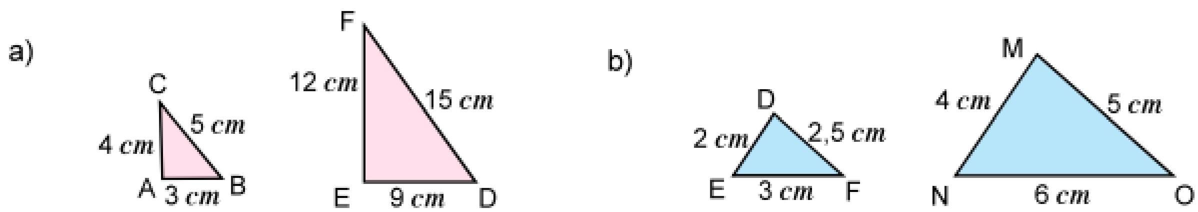
$$\frac{MO}{PR} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{NO}{QR} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Por lo tanto △MNO ~△PQR

Ejercite:

Dado los siguientes triángulos, investigar si son semejantes

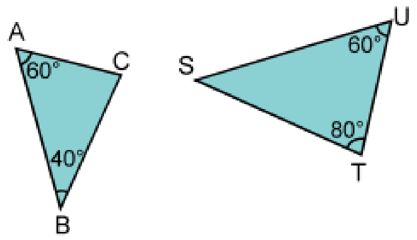


Orientación de la guía de autoestudio

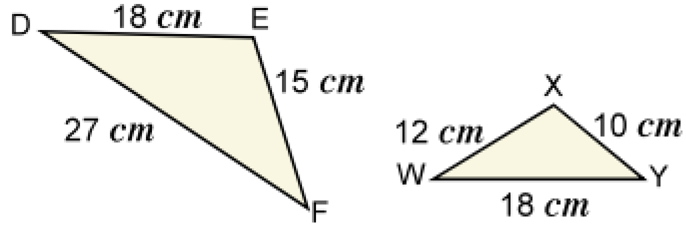
Estimado y estimada estudiante, a continuación, se le presentan los siguientes ejercicios en donde aplicaran lo que hemos aprendido acerca de los criterios de semejanza de triángulos.

Dado los siguientes pares de triángulos, investigar si son semejantes e indique el criterio que lo justifica.

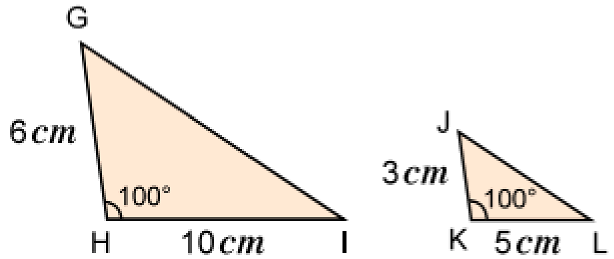
a)



b)

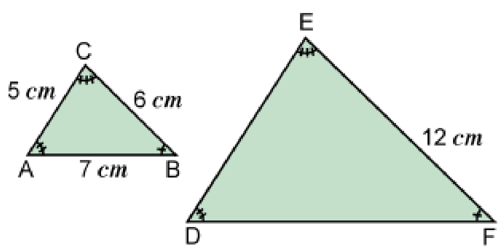


c)

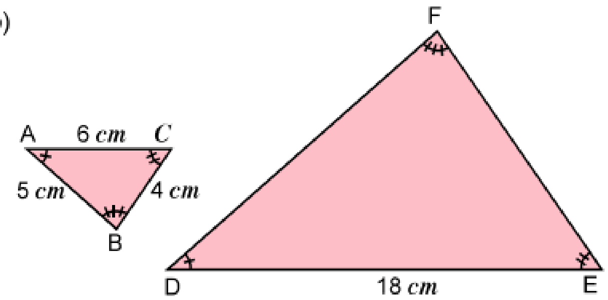


Si se sabe que los siguientes pares de triangulo, son semejantes, calcule las medidas de los otros lados.

a)



b)



Referencias Bibliográficas:

Larson, R., & Boswell, L. (2014). *Matemáticas 9: Álgebra y geometría para secundaria*. McGraw-Hill Education.

Ministerio de Educación de Nicaragua. (2021). *Programa de estudio de Matemática, 9.º grado educación secundaria*. https://www.mined.gob.ni

Encuentro Nº 9,10 y 11:

Semejanza y Paralelismo

4.1 Teorema del Cateto

4.2 Teorema de la Altura

4.3 Teorema de la Base Media

4.4 Aplicación de semejanza

Este contenido lo estaremos abordando en tres encuentros, continuaremos aprendiendo acerca de la semejanza de triángulos, pero esta vez en triángulos rectángulos, recuerda que un triángulo es rectángulo cuando uno de sus ángulos mide 90^0, aprenderemos a emplear los teoremas del cateto, altura y el teorema de la base media.

Continuamos sumergiéndonos en el mundo atractivo de la Matemática, primero entrega a tu maestra o maestro la guía de autoestudio del encuentro anterior, y ahora analicemos:

Imaginemos que en nuestra comunidad hay varios caminos que llevan desde la casa hasta el río. Algunos caminos van en línea recta, otros se cruzan, y algunos van uno al lado del otro, pero nunca se tocan. Además, hay parcelas que tienen formas similares, pero no del mismo tamaño.

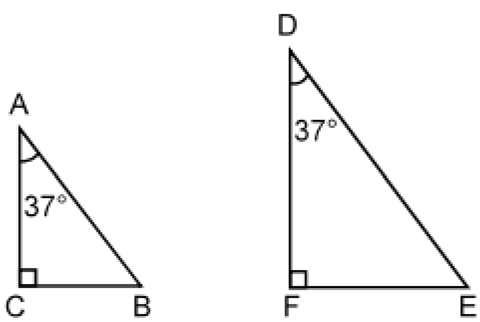
Responde:

- ¿Qué caminos en su comunidad son rectos y nunca se cruzan?
- ¿Han visto parcelas que tienen la misma forma, pero más grandes o pequeñas?
- ¿Qué creen que significa que dos formas sean “parecidas”? ¿Y qué dos caminos sean “paralelos”?

Dibujen dos caminos paralelos que vayan del campo a la escuela (dos líneas rectas que no se cruzan).

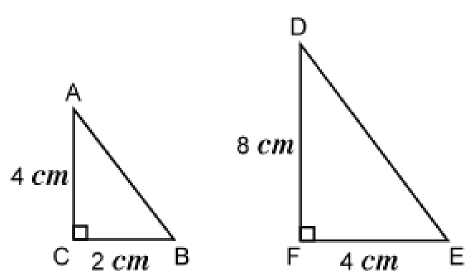
Concluimos: Los **caminos paralelos** son como *rectas que no se cruzan* nunca y las **parcelas semejantes** tienen la *misma forma,* pero no necesariamente el mismo tamaño: eso es *semejanza.*

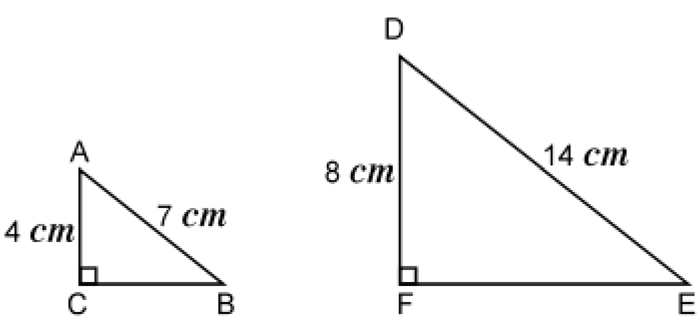
Recuerda los criterios estudiados en el encuentro anterior acerca de la semejanzas de triángulos y aplícalas a los siguientes pares de triángulos rectángulos y concluye si son semejantes:



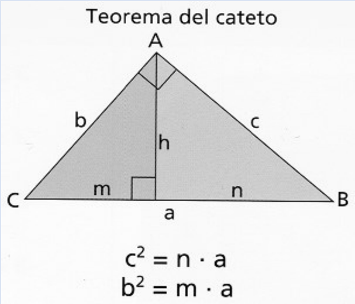
1.

2.





3.

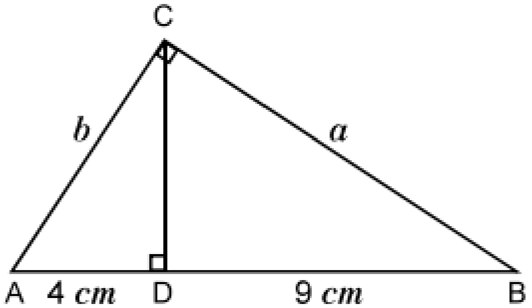


Teorema del cateto

En todo triángulo rectángulo el cuadrado de cualquier cateto es igual al producto de la hipotenusa por la proyección de dicho cateto sobre ella.

Ejemplo:

A partir de la figura calcule el valor de b y a.

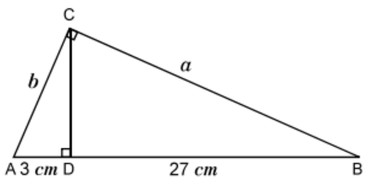


Resolución

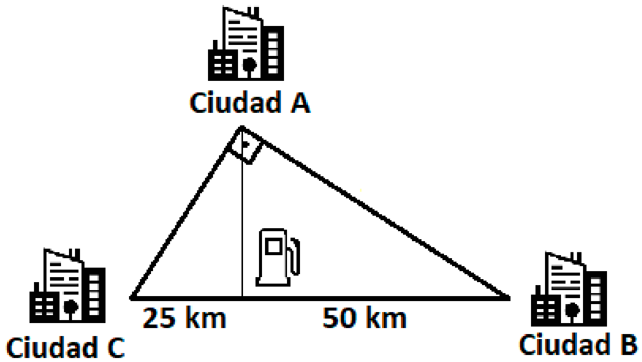
Identificamos en nuestra figura	Calculamos b	Calculamos a
AC= b BC= a AD= 4 AB= 4+9= 13	$b^2 = (AD)(AB)$ $b^2 = (4)(13)$ $b^2 = (52)$ $b = \sqrt{52}$ $b = 2\sqrt{13}$	$a^2 = (DB)(AB)$ $a^2 = (9)(13)$ $a^2 = (117)$ $a = \sqrt{117}$ $a = 3\sqrt{13}$

Ejercite

Calcule el valor de b y a de acuerdo con los datos de la figura:



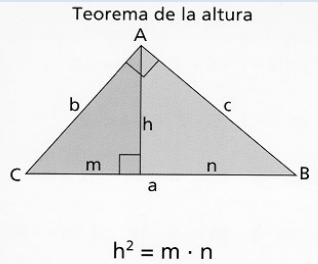
La ciudad A, la ciudad B y la ciudad C están situadas en los vértices de un triángulo rectángulo, habiendo también una gasolinera entre la ciudad C y la ciudad B, tal y como se muestra en la imagen:



Calcula:

a) La distancia que hay entre la ciudad A y la ciudad B

b) La distancia que hay entre la ciudad A y la ciudad C

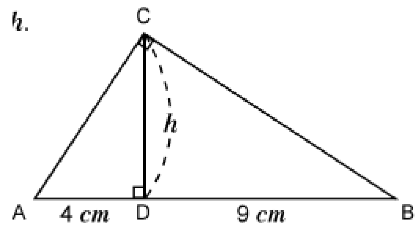


Teorema de la altura

En todo triángulo rectángulo el cuadrado de la altura relativa a la hipotenusa es igual al producto de las proyecciones de los catetos sobre la hipotenusa.

Ejemplo:

A partir de la figura, calcule el valor de h

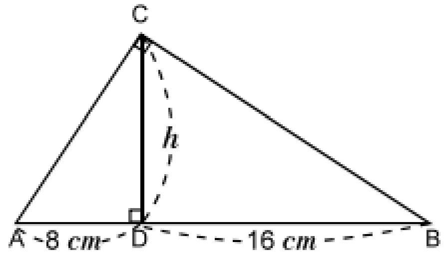


Identificamos en nuestra figura CD= h AD= 4 DB= 9	Calculamos h $h^2 = (AD)(BD)$ $h^2 = (4)(9)$ $h^2 = (36)$ $h = \sqrt{36}$ $h = 6\ cm$

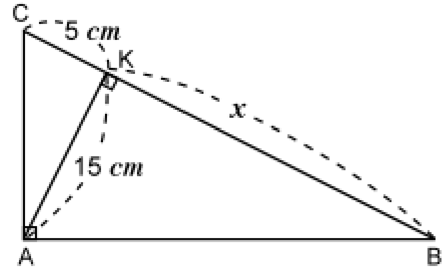
Ejercite

Calcule el valor de h y de X en el triángulo que le corresponde a partir de los datos proporcionados.

a)



b)

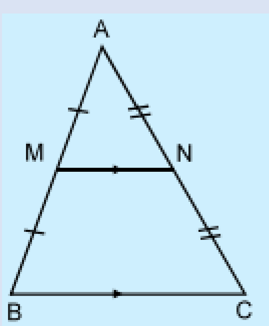


Un agricultor traza una pendiente en su finca para que el agua fluya. La pendiente forma un triángulo rectángulo. La hipotenusa mide 20 m y se divide en dos partes: 5 m y 15 m por la altura.

¿Cuál es la altura de la pendiente?

Teorema de la base media

En un triángulo, el segmento que une los puntos medios de dos lados es paralelo al tercer lado y mide la mitad de su longitud.



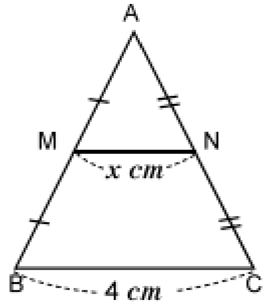
Si en el ΔABC, M y N son puntos medios de $\overline{AB}$ y $\overline{AC}$ respectivamente,

entonces, $\overline{MN} \parallel \overline{BC}$ y $MN = \frac{1}{2}BC$.

Ejemplo:

En la figura, si M y N son los puntos medios de $\overline{AB}$ y $\overline{AC}$ respectivamente, calcule el valor de X, la longitud del lado $\overline{MN}$ en la figura.

Resolviendo



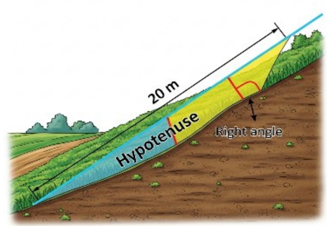
Al ser M y N puntos medios de $\overline{AB}$ y $\overline{AC}$, aplicando el teorema de puntos medios, se aplica:

$$MN = \frac{1}{2}BC$$

Sustituyendo por x

$$x = \frac{1}{2}(4)$$

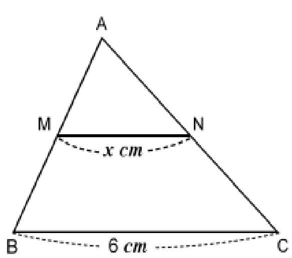
$$x = 2$$

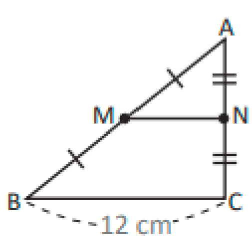


Ejercite:

En cada par de triángulos, M y N son los puntos medios de $\overline{AB}$ y $\overline{AC}$ respectivamente, calcule el valor según corresponda.

a)

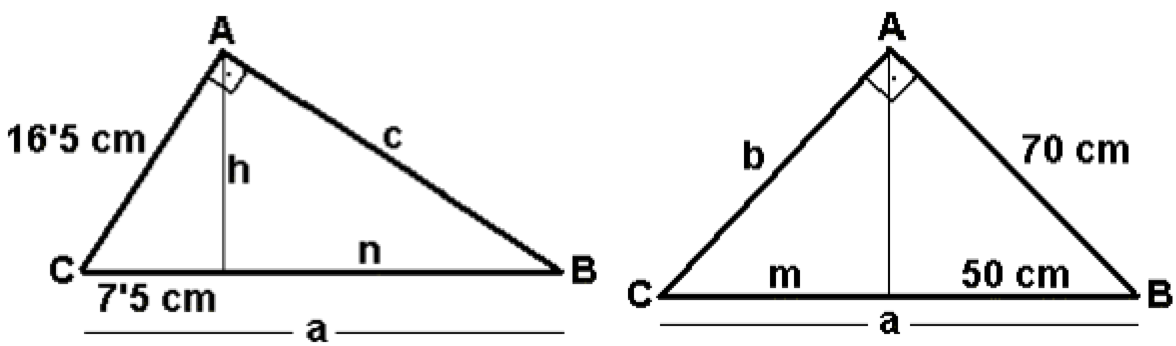




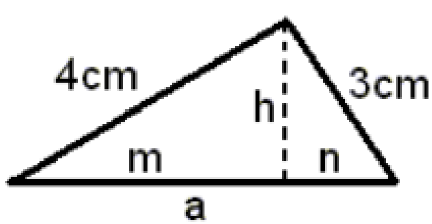
En una finca triangular, se unen los puntos medios de dos lados con un camino recto que mide 9m ¿Cuánto mide el lado opuesto a ese camino? Realiza el dibujo.

Unidos en equipo que conformaremos de manera interactiva, resolveremos los siguientes ejercicios y nos preparamos para mostrar los resultados a través de una feria de matemáticas:

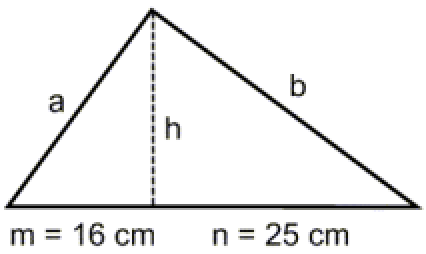
1.En las siguientes figuras, calcula las medidas de los segmentos desconocidos indicados por letras (ambos triángulos son rectángulos en A):



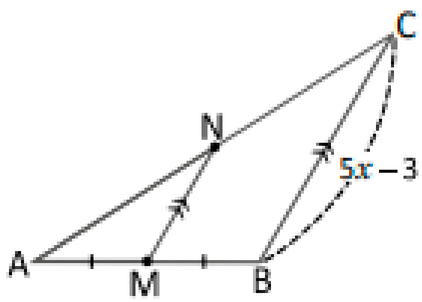
2.Un triángulo rectángulo tiene por catetos 3 cm y 4 cm. Halla la hipotenusa, las proyecciones y la altura sobre la hipotenusa:



3.En un triángulo rectángulo, las proyecciones de los catetos sobre la hipotenusa miden 16 cm y 25 cm. Calcula la hipotenusa, la altura sobre la hipotenusa y los catetos:



4.Calcular el valor de x, si M es punto medio de $\overline{AB}$, y MN =3,5



5.Un agricultor tiene un terreno triangular. Decide construir una vereda que una los puntos medios de dos lados del terreno, para poder cruzarlo más fácilmente.

- Si el lado del terreno que está frente a la vereda mide 18 metros,
- ¿cuánto mide la vereda que une los puntos medios?
- Represente gráficamente.

Orientación de la guía de autoestudio

Estimada y estimado estudiante, los ejercicios que te fueron asignados debes ahora de resolverlos y prepáralos para presentarlos el próximo encuentro. Utiliza materiales para construir los triángulos y resolver.

Referencias bibliográficas

Ministerio de Educación de Nicaragua. (2018). *Matemática 9.º grado: Educación secundaria*. Editorial del MINED. https://www.mined.gob.ni

Larson, R., & Boswell, L. (2016). *Matemáticas 9: Geometría y medidas*. McGraw-Hill Education.

Encuentro N° 12 y 13:

Teorema de Pitágoras

5.1 Teorema de Pitágoras

5.2 Cálculo de las longitudes de los catetos e hipotenusa de un triángulo rectángulo

5.3 Aplicaciones del Teorema de Pitágoras en situaciones del entorno

Este contenido lo estaremos abordando en dos encuentros, continuaremos aprendiendo acerca de triángulos rectángulos, pero esta vez aplicaremos el teorema de Pitágoras.

Continuamos sumergiéndonos en el mundo atractivo de la Matemática, primero realizaremos nuestra feria matemática en donde expondrás la resolución de los problemas asignados en el encuentro anterior, aplicando los teoremas de cateto, altura y base media.

Muchas felicitaciones, tu progreso es notorio cuando proyectas lo que aprendes.

Ahora te invito a analizar lo siguiente:

Con autorización de tu maestro o maestra, sal al patio de la escuela en donde tienes que ir desde un punto A (una esquina) hasta un punto C (esquina opuesta), pero puedes hacerlo de dos formas:

1. Caminando por dos lados rectos: primero horizontalmente (lado AB) y luego verticalmente (lado BC), o
2. Caminando en diagonal directamente (lado AC).

¿Sabías que uno de esos caminos es **más corto**? Vamos a comprobarlo con nuestros propios pasos y luego con matemáticas.

Organícense en 3 equipos

Vayan al área asignada y observen el triángulo que ya está marcado en el suelo:

- Lado AB (horizontal): 3 metros
- Lado BC (vertical): 4 metros
- Lado AC (diagonal): por descubrir

Cada equipo hará lo siguiente:

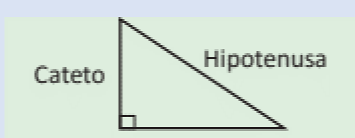
- **Equipo 1**: camina y mide el lado AB
- **Equipo 2**: camina y mide el lado BC
- **Equipo 3**: camina y mide directamente el lado AC

Escriban en su cuaderno cuánto mide cada recorrido. Luego respondan:

- ¿Cuál camino es más corto?
- ¿Qué figura se forma con los tres caminos?

La figura que formaste es un triángulo rectángulo

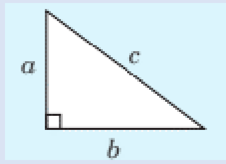
En un triángulo rectángulo los lados adyacentes al ángulo de 90°, se llaman catetos, mientras que el lado que es opuesto al ángulo recto se llama hipotenusa.



Teorema de Pitágoras

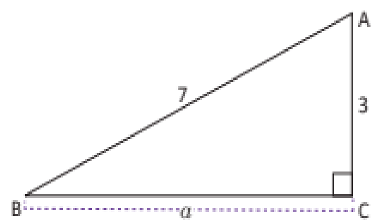
En general, en un triángulo rectángulo de lados a, b y c, debido a que se cumple que $a^2 + b^2 = c^2$, la hipotenusa y los catetos se pueden encontrar de la siguiente manera:

$c = \sqrt{a^2 + b^2}$ $\quad a = \sqrt{c^2 - b^2}$ $\quad b = \sqrt{c^2 - a^2}$



Ejemplo 1:

En el siguiente triangulo rectángulo ABC, encuentre la medida del cateto BC, es decir, el valor de a.



Determinamos los valores:

c = 7

b= 3

a =?

Sustituyendo

$$a^2 + b^2 = c^2$$
$$a^2 + 3^2 = 7^2$$

Despejando

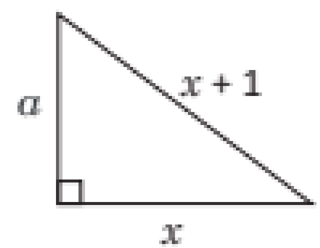
$$a^2 = 7^2 - 3^2$$
$$a^2 = 49 - 9$$
$$a^2 = 40$$
$$a = \sqrt{40}$$

$$a = 2\sqrt{10}$$

Resolviendo

Ejemplo 2:

Determina el valor del cateto a en términos de x. Considera x > 0.



Determinamos los valores:

c = x+1

b= x

a =?

Sustituyendo y despejando

$$a^2 = (x + 1)^2 - x^2$$

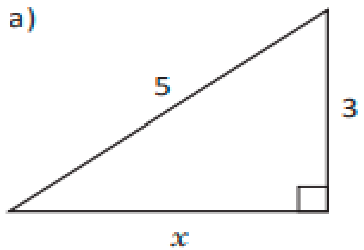
Resolviendo

$$a^2 = x^2 + 2x + 1 - x^2$$
$$a^2 = 2x + 1$$
$$a = \sqrt{2x + 1}$$

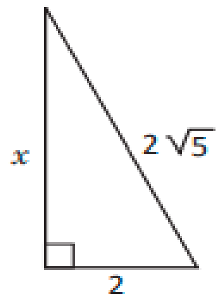
Ejercite

Encuentra en los siguientes triángulos la longitud de los lados desconocidos:

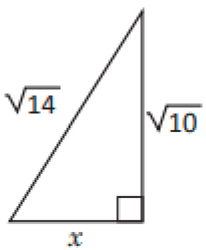
a)



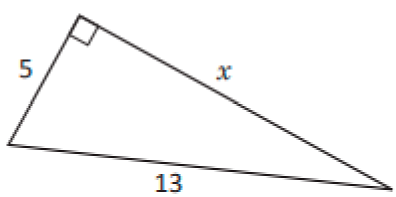
b)



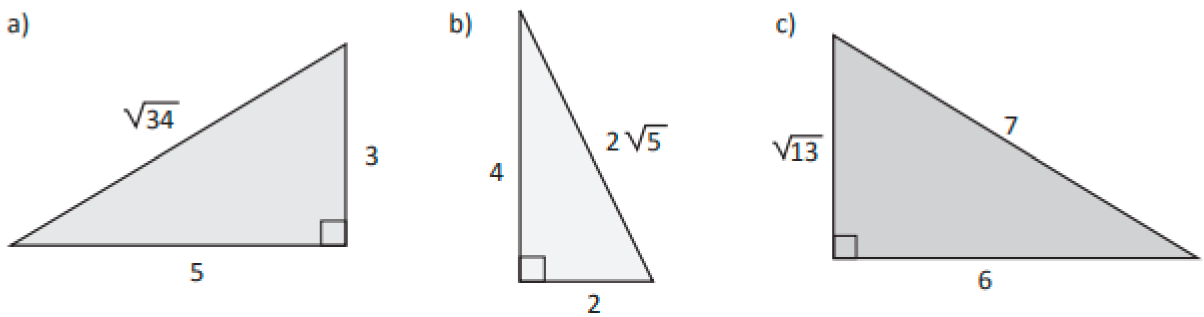
c)



d)



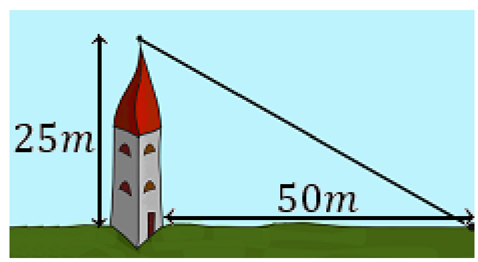
Verifica que el teorema de Pitágoras se cumple en los siguientes triángulos rectángulos.



Ahora apliquemos el teorema de Pitágoras, para resolver problemas.

Se quiere colocar un cable desde la cima de una torre de 25 metros altura hasta un punto situado a 50 metros de la base la torre. ¿Cuánto debe medir el cable?

Determinamos los valores: c = ? a= 25m b =50m	Sustituyendo y despejando $c^2 = 25^2 - 50^2$ $c^2 = 625 - 2500$ $c = 25\sqrt{5}$



Resuelve cada una de las situaciones y grafica

1.Una escalera está apoyada en una pared y forma un triángulo rectángulo. La base de la escalera está a 6 metros de la pared y la escalera mide 10 metros.

¿A qué altura llega la escalera en la pared?

2.Un poste de luz proyecta una sombra de 9 metros. Desde la punta del poste hasta el final de la sombra, la distancia en diagonal es 15 metros.
¿Cuánto mide el poste?

3.Una caja rectangular mide 80 cm de largo, 60 cm de ancho y 50 cm de alto. Se quiere saber cuánto mide la diagonal interna desde una esquina inferior hasta la esquina superior opuesta.
¿Cuál es la longitud de esa diagonal?
(Aplicación en 3 dimensiones: usar dos veces el teorema)

4.Un agricultor quiere cercar su terreno triangular. Sabe que dos lados miden 30 m y 40 m, formando un ángulo recto.
¿Cuánto debe medir el tercer lado para cerrar el triángulo?

5.La tela de una tienda de campaña forma un triángulo.
La altura desde el suelo hasta la parte más alta mide 2.4 metros y la mitad de la base mide 3 metros. ¿Cuánto mide la tela desde el suelo hasta la punta (la hipotenusa)?

6.Un niño en el campo quiere caminar en línea recta desde la esquina de un potrero hasta un árbol. Para hacerlo tendría que recorrer 12 metros al este y luego 5 metros al norte si va en forma de L. ¿Cuánto recorrería si va en línea recta?

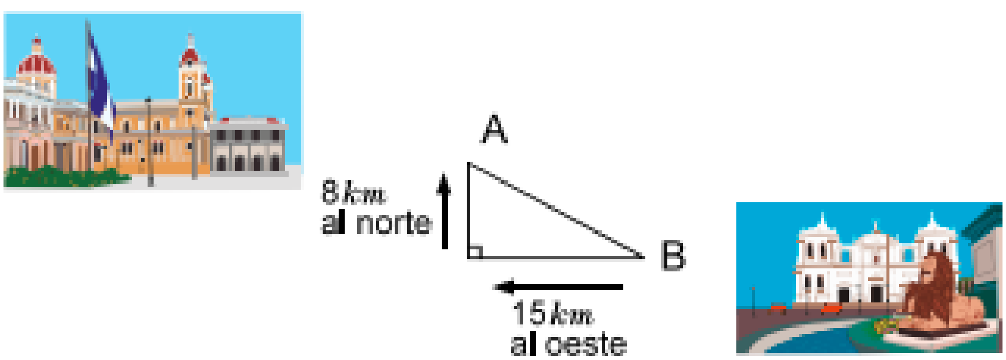
7.Una antena está sostenida por un cable que va desde su punta hasta el suelo. La antena mide 20 metros de altura, y el cable está anclado al suelo 15 metros de la base.

¿Qué longitud tiene el cable?

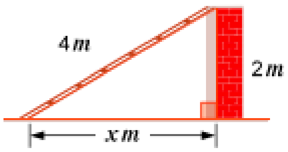
Orientación de la guía de autoestudio

Estimada y estimado estudiante, a continuación, pondrá en practica lo aprendido sobre el teorema de Pitágoras.

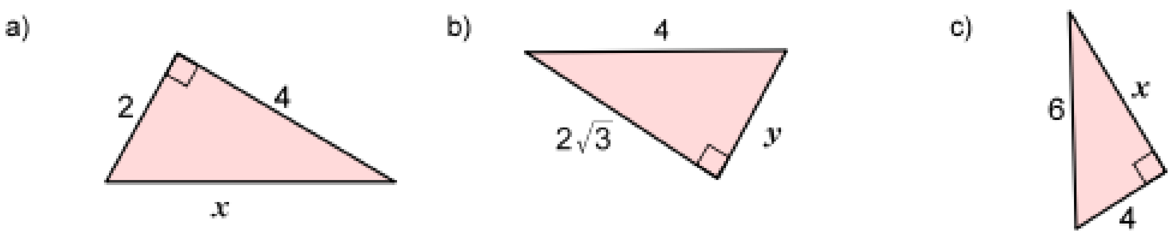
Un carro avanza 15km al oeste de la ciudad B y luego 8km al norte para llegar a la ciudad A. ¿Cuál es la distancia lineal AB entre las dos ciudades?



El extremo superior de una escalera de 4 metros de longitud se apoya sobre el borde superior de una pared cuya altura es de 2 metros. ¿a que distancia está el pie de la escalera de la base de la pared?



En los siguientes triángulos rectángulos, encuentre la longitud del tercer lado:



Encuentro Nº 14:

Ángulo Inscrito

6.1 Elementos y rectas notables de una circunferencia

6.2 Medida de un ángulo inscrito

Este contenido lo estaremos abordando solamente en este encuentro, ahora abordando la medida del ángulo inscrito en una circunferencia.

Continuamos sumergiéndonos en el mundo atractivo de la Matemática, primero entregar las actividades de nuestra guía de autoestudio donde abordamos aplicaciones del teorema de Pitágoras.

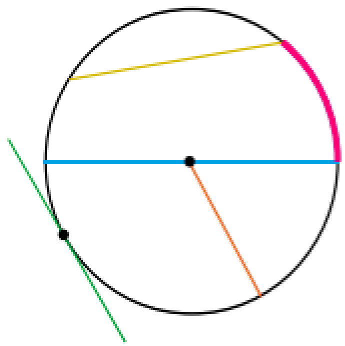
Ahora analicemos:

- Toma un objeto redondo y colócalo sobre tu hoja.
- Rodéalo con lápiz o carbón.
- Si puedes, recorta la figura.
- Pasa tu dedo **por el borde**. Luego, **por dentro**.

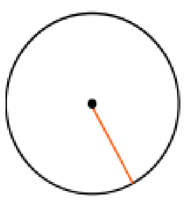
- ¿Qué nombre tiene el borde? _______________
- ¿Y todo lo de adentro? ____________________

La circunferencia es una línea curva cerrada formada por todos los puntos del plano que están a una misma distancia de un punto fijo llamado centro.

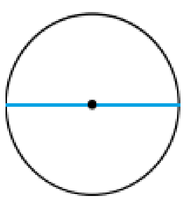
Elementos de la circunferencia



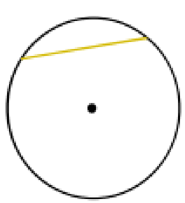
Segmentos.



El segmento que va del centro a un punto de la circunferencia se llama **radio.**

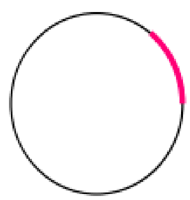


El segmento que va de un punto de la circunferencia a otro y pasa por el centro se llama **diámetro.**



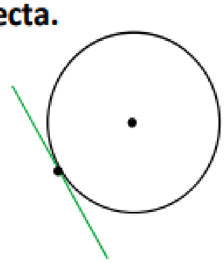
El segmento que va de un punto de la circunferencia a otro se llama **cuerda.**

Arco.



La parte de la circunferencia delimitada por dos puntos en ella se llama **arco**.

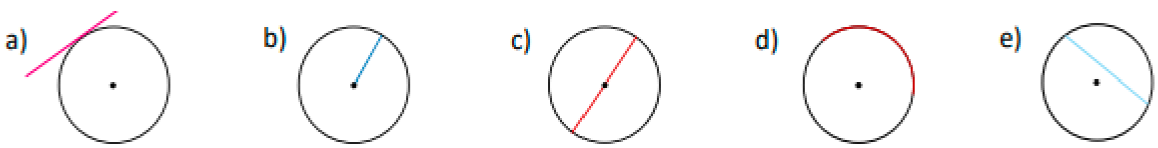
Recta.



La recta que toca la circunferencia en un punto se llama **tangente.**

El punto donde la recta tangente toca la circunferencia se llama: **punto de tangencia.**

Ejercite: Escribe el nombre de los elementos señalados en cada circunferencia:



Responde:

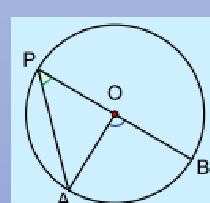
a) ¿Cuál es el nombre del elemento que es 1 2 del diámetro?

b) ¿Cuál es el nombre de la cuerda de mayor longitud de una circunferencia?

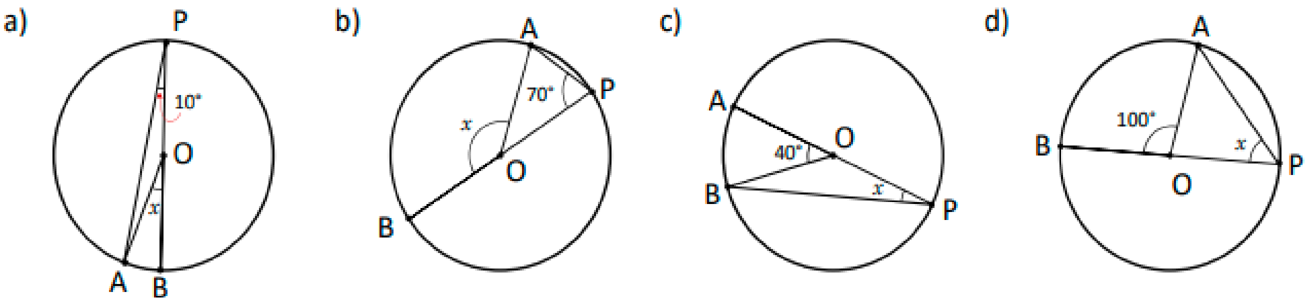
c) ¿Cómo es la recta tangente y el radio al punto de tangencia de una circunferencia?

Muy bien, ahora que hemos recordado los elementos de una circunferencia,

Lon ángulos cuyo vértice está en la circunferencia se llaman: **ángulos inscritos.**

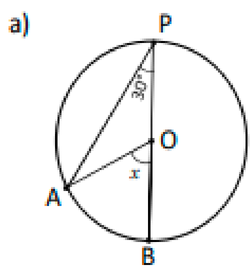


En los ángulos inscritos cuyo lado coincide con el diámetro de la circunferencia se cumple que la medida del ángulo central que subtiende el mismo arco es el doble de la medida del ángulo inscrito.



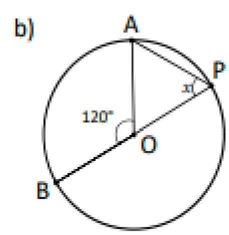
Ejemplo:

Determina el valor de x para cada caso.



Como ∢BOA = 2∢BPA.

Por lo tanto, $x = 2(30°) = 60°$.



Como ∢BOA = 2∢BPA.

Entonces, ∢BPA = $\frac{1}{2}$ ∢BOA

Por lo tanto, $x = \frac{120°}{2} = 60°$.

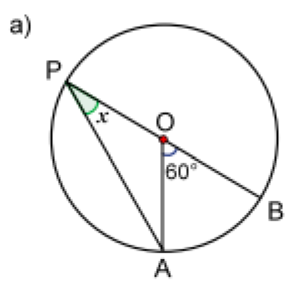
Ejercite:

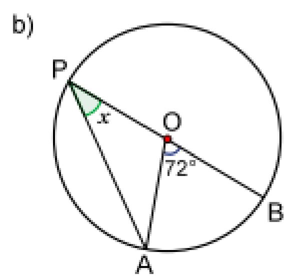
Determina el valor de x para cada caso.

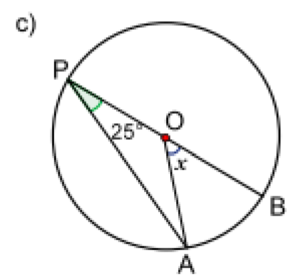
Orientación de la guía de autoestudio

Estimada y estimado estudiante, a continuación, pondrá en práctica lo aprendido sobre ángulo inscrito.

Determina el valor de x, de acuerdo a cada figura







Encuentro N° 15 y 16:

Aplicaciones del ángulo inscrito

7.1 Ángulo Semi inscrito

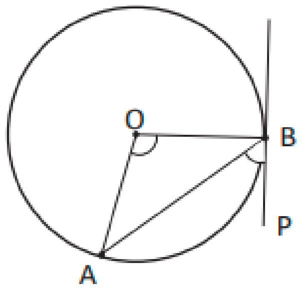
7.2 Ángulo interior

7.3 Ángulo exterior

Este contenido lo estaremos abordando en dos encuentros, ahora abordando las aplicaciones de la medida del ángulo inscrito en una circunferencia.

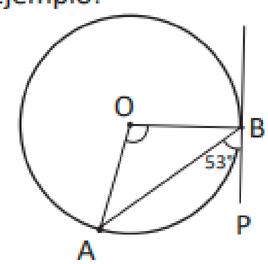
Continuamos sumergiéndonos en el mundo atractivo de la Matemática, primero entregar las actividades de nuestra guía de autoestudio.

El ángulo formado por una tangente y una cuerda de la circunferencia se llama: ángulo semiinscrito. En una circunferencia la medida de un ángulo semiinscrito es igual a la mitad de la medida del ángulo central que subtiende el mismo arco.



$\sphericalangle BOA = 2\sphericalangle PBA$

Por ejemplo:

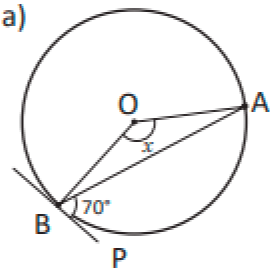


Como $\sphericalangle BOA = 2\sphericalangle PBA$

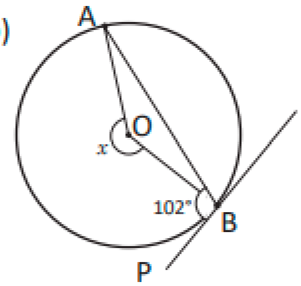
$\sphericalangle BOA = 2(53) = 106°$

Ejercite: Determina el valor de x para cada caso.

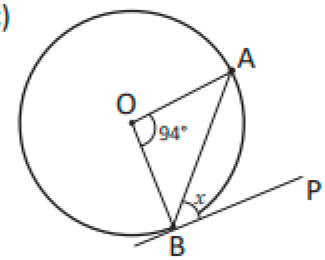
a)



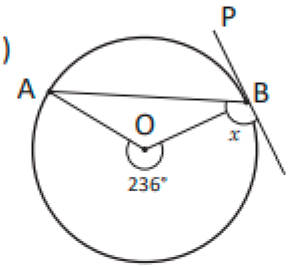
b)



c)



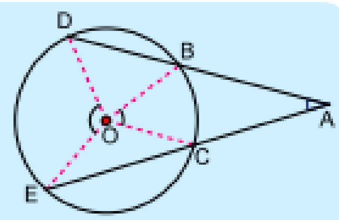
d)



Ángulo exterior

Al ∠DAE se le llama **ángulo exterior** ya que su vértice es un punto exterior a la circunferencia y sus lados son dos secantes. Su medida está dada por

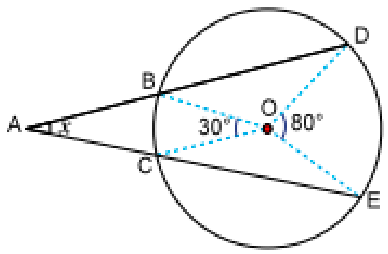
$$\measuredangle DAE = \frac{1}{2}(\measuredangle DOE - \measuredangle BOC)$$



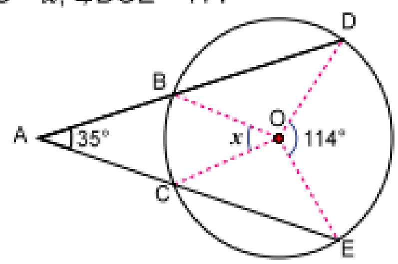
Es decir, la medida de un ángulo exterior a una circunferencia es la semidiferencia de las medidas de los ángulos centrales correspondientes.

Ejemplo: Calcule el valor de x a partir de cada figura.

a) $\measuredangle BOC = 30°$, $\measuredangle DOE = 80°$



b) $\measuredangle BOC = x$, $\measuredangle DOE = 114°$



a) Si se sustituye $\measuredangle DAE$ por x, $\measuredangle DOE$ por 80° y $\measuredangle BOC$ por 30° en la igualdad

$$\measuredangle DAE = \frac{1}{2}(\measuredangle DOE - \measuredangle BOC)$$

se sigue que

$$x = \frac{1}{2}(80° - 30°) = 25°$$

Por lo tanto, $\boldsymbol{x = 25°}$.

b) Si se sustituye $\measuredangle BOC$ por x, $\measuredangle DAE$ por 35° y $\measuredangle DOE$ por 114° en la igualdad

$$\measuredangle DAE = \frac{1}{2}(\measuredangle DOE - \measuredangle BOC)$$

se sigue que

$$35° = \frac{1}{2}(114° - x)$$

de donde

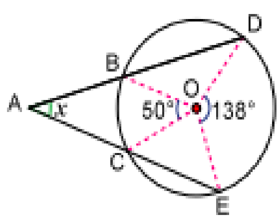
$$x = 114° - 2(35°) = 44°$$

Por lo tanto, $\boldsymbol{x = 44°}$.

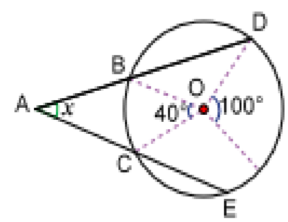
Ejercite:

Calcule el valor de x en cada inciso.

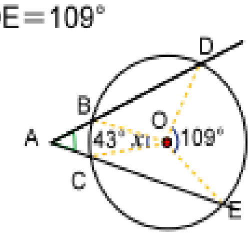
a) $\measuredangle BOC = 50°$, $\measuredangle EOD = 138°$



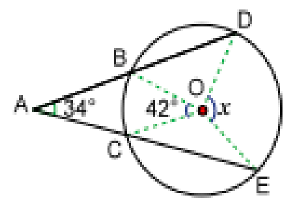
b) $\measuredangle BOC = 40°$, $\measuredangle EOD = 100°$



c) $\measuredangle BOC = x$, $\measuredangle DOE = 109°$



d) $\measuredangle BOC = 42°$, $\measuredangle EOD = x$



Orientación de la guía de autoestudio

Estimada y estimado estudiante, a continuación, pondrá en práctica lo aprendido sobre ángulo inscrito.

Calcule el valor de cada uno de los ángulos