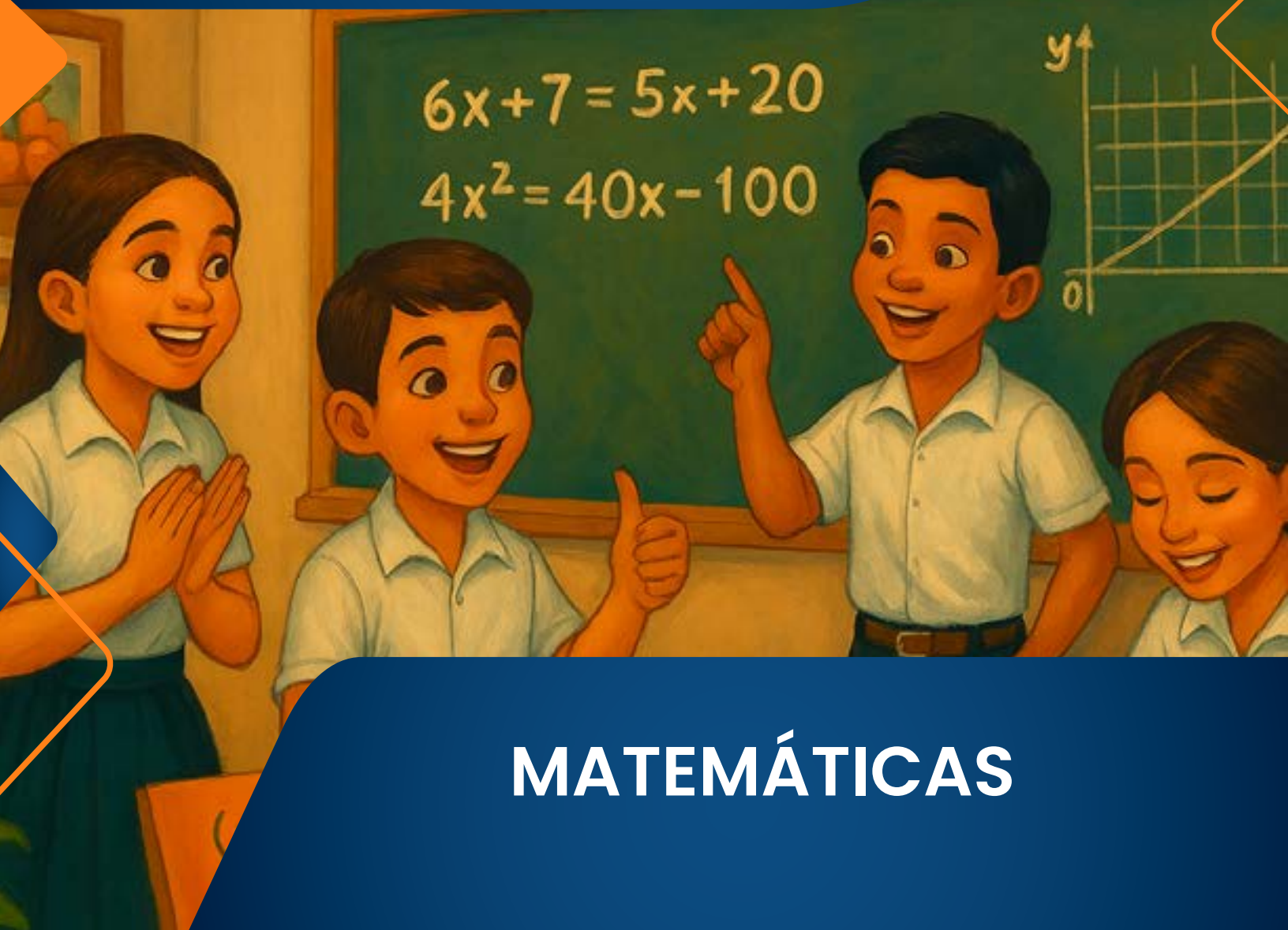


# 11<sup>mo</sup> Grado

## GUÍA DIDÁCTICA



## MATEMÁTICAS

## CRÉDITOS

### **Dirección y coordinación general.**

Tessia Olga Torres Thomas  
Directora General de Educación Secundaria (a.i)

### **Dirección y coordinación específica.**

Mariana del Socorro Saborio Rodríguez  
Directora de Programación Educativa

### **Elaborado por:**

Alicia Verónica Ortiz Toruño  
Asesora pedagógico Secundaria a  
Distancia en el Campo

Álvaro Alfonso Vega Estrada  
Asesor pedagógico Secundaria a  
Distancia en el Campo

Huáscar Amaru Velásquez Valdez  
Profesor De Educación Media -  
Secundaria Rural

José Bismarck Zeledón Centeno  
Director de Núcleo Educativo Rural

Magda Catalina Maldonado Castillo  
Directora de centro educativo

Marlon Bismarck Montoya  
Profesor De Educación Media - Secundaria  
Rural

José Daniel Espinoza García  
Facilitador de Formación Continua (IDEAS  
- CCD)

Luis Arcenio Zeledón Martínez  
Profesor De Educación Media - Secundaria  
Rural

### **Revisión técnica:**

Ministerio de Educación

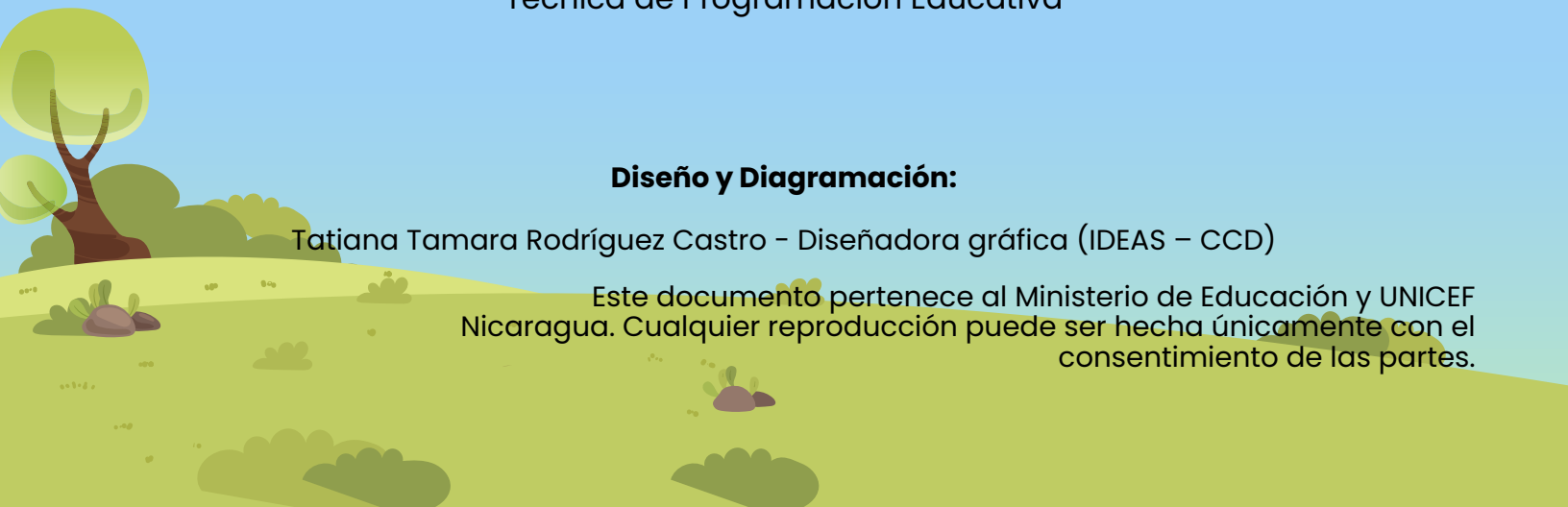
### **Apoyo en Proceso de Validación:**

Francisca del Socorro Cárcamo Olivas  
Técnica de Programación Educativa

### **Diseño y Diagramación:**

Tatiana Tamara Rodríguez Castro - Diseñadora gráfica (IDEAS - CCD)

Este documento pertenece al Ministerio de Educación y UNICEF  
Nicaragua. Cualquier reproducción puede ser hecha únicamente con el  
consentimiento de las partes.



### **Presentación Estimado (a) Docente:**

El Gobierno de Reconciliación y Unidad Nacional, a través del Ministerio de Educación (MINED), en el marco de la Estrategia Nacional de Educación en todas sus Modalidades, “Bendiciones y Victorias, Eje 14, línea 61. *“Promoveremos la formación continua de docentes, en todas las modalidades educativas, para mejora de los procesos de aprendizajes”* entrega a maestras y maestros de Educación Secundaria a Distancia en el Campo, Guía Didáctica de Matemática de Undécimo grado, están diseñadas a partir de matrices efectivas derivadas de las unidades pedagógicas, divididas por encuentros con sus indicadores de logro y contenidos correspondientes.

Esta guía ha sido elaborada con el propósito de fortalecer la mediación docente y el proceso de aprendizaje en las y los estudiantes de la modalidad, con sugerencias didácticas que orientan el tratamiento de los contenidos.

Esperamos que esta herramienta sea de utilidad para orientar su labor educativa y alcanzar aprendizajes para la vida.

*“Seguimos adelante, procurando hacer lo mejor todos los días, para que unidos sigamos construyendo*



## Índice

|                                                                                                                           |           |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>Encuentro 1:</b> La Recta                                                                                              | <b>5</b>  |
| <b>Encuentro 2:</b> Condición de paralelismo de dos rectas                                                                | <b>9</b>  |
| <b>Encuentro 3:</b> Circunferencia                                                                                        | <b>13</b> |
| <b>Encuentro 4:</b> Forma general de la ecuación de una circunferencia                                                    | <b>17</b> |
| <b>Encuentro 5:</b> La Parábola                                                                                           | <b>21</b> |
| <b>Encuentro 6:</b> Puntos de intersección de una parábola vertical u horizontal y una recta Aplicaciones de la Parábola. | <b>25</b> |
| <b>Encuentro 7:</b> Elipse                                                                                                | <b>30</b> |
| <b>Encuentro 8:</b> Hipérbola                                                                                             | <b>35</b> |
| <b>Encuentro 9:</b> Técnicas de conteo                                                                                    | <b>39</b> |
| <b>Encuentro 10:</b> Factorial de un número natural                                                                       | <b>44</b> |
| <b>Encuentro 11:</b> Combinaciones                                                                                        | <b>49</b> |
| <b>Encuentro 12:</b> Probabilidades                                                                                       | <b>53</b> |
| <b>Encuentro 13:</b> Probabilidad de dos eventos                                                                          | <b>57</b> |
| <b>Encuentro 14, 15 y 16:</b> Propiedades de las probabilidades                                                           | <b>62</b> |
| <b>Anexos</b>                                                                                                             | <b>67</b> |

## Encuentro I:

### La Recta

**Unidad III:** Geometría Analítica

**Competencia de eje transversal:** Fortalece su autoestima, confianza y seguridad, al respetarse a sí mismo y a las demás personas reconociendo sus características, necesidades, roles personales y sociales.

**Competencia de Unidad:** Aplica el cálculo de la distancia entre dos puntos, las coordenadas de un punto que divide a un segmento en una razón dada y las formas de expresar la ecuación de una recta, circunferencia, y las secciones cónicas, en la solución de situaciones del en diferentes contextos.

**Indicador de logro:** Emplea las formas de expresar la ecuación de la recta, las condiciones de paralelismo y perpendicularidad de rectas, así como el cálculo de la distancia del origen a una recta del plano, en la solución de situaciones en diferentes contextos.

### Contenido:

#### La Recta

- Ecuación punto - pendiente de la recta.
- Ecuación de la recta que pasa por dos puntos.
- Ecuación general de la recta

Estimada maestra y estimado maestro, se le propone las siguientes actividades:

- Se realiza una actividad lúdica o de reflexión con los estudiantes.
- El maestro verificará la resolución de la guía orientada en el encuentro anterior y evidenciar aprendizajes construidos durante el estudio independiente.
- Analizar en conjunto, las dificultades que se presentan en el estudio independiente, con el propósito de reorientar y realimentar el proceso de aprendizaje, proponiendo nuevas actividades donde el estudiante evidencie que alcanzó el indicador.
- Hacer de manera conjunta maestro-estudiante la síntesis y las conclusiones.

Se estudiará el contenido de la Recta, donde conoceremos los elementos de esta, para aplicarlos en la resolución de ejercicios relacionados.

- Exploración de conocimientos previos. En el contenido anterior aprendimos a calcular la distancia entre dos puntos, y las coordenadas de un punto medio entre dos puntos en la recta numérica, sabiendo que podemos utilizar este conocimiento en nuestro día a día.
- Formando equipo en parejas, los estudiantes responderemos las siguientes preguntas.
  - ¿Qué es un Sistema de coordenadas en la recta numérica?
  - ¿Cómo se calcula la distancia entre dos puntos en el plano cartesiano?
  - ¿Cómo se determinan las coordenadas del punto medio de un segmento en el plano cartesiano?
- Compartirán en plenario sus respuestas, mientras irán valorando y realimentando con el apoyo del maestro.
- El maestro presentará situación relacionada a la ecuación de la recta, apoyándose del ejemplo que se desarrolla en la guía de aprendizaje, para que los estudiantes comprendan la importancia de la ecuación de la recta en la solución de situaciones en diferentes contextos.

### Situación

El costo de alimentación de un gallinero se determina por el consumo de alimento más un costo fijo diario por mantenimiento del gallinero de C\$120. Si el costo de consumo de 1 kilogramo de alimento es de C\$50.

- a) ¿Cuál es la expresión algebraica que permite calcular la relación entre el consumo de alimento y el costo diario total del gallinero?
  - b) Si en un día se realizó un pago de C\$ 1 020. ¿Cuánto kilogramos de alimento se ha comprado?
- El maestro explicará a través de ejemplos desarrollados en la guía de aprendizaje sobre las distintas formas de expresar la ecuación de la recta, a partir de un corto repaso sobre la pendiente de la recta para luego proseguir con la definición de la recta, su ecuación y sus distintitas formas de expresarlas.
  - Los estudiantes resolverán los ejercicios propuestos en la guía de aprendizaje:
    1. Encuentre la ecuación de la recta que tiene la pendiente dada y pasa por el punto  $A$ , luego trace la gráfica en el Plano Cartesiano.
 

a) Pendiente  $m = -4$ ,  $A(-3,5)$ 
b) Pendiente  $m = 10$ ,  $A(1,-1)$

2. Encuentre la ecuación de la recta que pasa por los puntos  $P_1$  y  $P_2$ ; graficarlas en un solo Plano Cartesiano.

a)  $P_1(0,3)$  y  $P_2\left(\frac{-3}{2}, 0\right)$

b)  $P_1\left(\frac{1}{2}, 0\right)$  y  $P_2\left(\frac{5}{2}, \frac{-3}{2}\right)$

3. Si  $A(0,3)$  y  $B(-8,0)$ , encuentra:

a) La pendiente de la recta

b) La ecuación de la recta

c) Trace la gráfica de la ecuación lineal.

d) Analiza los puntos  $A(0,3)$  y  $B(-8,0)$ , que podemos concluir.

- Luego pasarán a la pizarra a presentar los resultados de acuerdo al orden que oriente el maestro, mientras el resto valora y realimenta los procesos.
- Los estudiantes en conjunto con el maestro se elaborarán las conclusiones.

### Guía de autoestudio.

Orientar de forma clara las actividades de autoestudio, en esta se proponen diferentes actividades que los estudiantes pueden realizar, de las cuales puede seleccionar las que considere o agregar aquellas que crea pertinentes.

I. Encuentre la ecuación de la recta que tiene la pendiente dada y pasa por el punto  $A$ , luego trace la gráfica en el Plano Cartesiano.

a) Pendiente  $m = \frac{1}{5}$ ,  $A(0,4)$

c) Pendiente  $m = \frac{2}{5}$ ,  $A(0, \frac{-4}{5})$

b) Pendiente  $m = -2$ ,  $A(1, -4)$

d) Pendiente  $m = -5$ ,  $A(-2, -3)$

II. Encuentre la ecuación de la recta que pasa por los puntos  $P_1$  y  $P_2$ ; graficarlas en un solo Plano Cartesiano.

b)  $P_1(-4, -4)$  y  $P_2(2,5)$

d)  $P_1(0, -1)$  y  $P_2(\frac{-1}{2}, 0)$

e)  $P_1(1, 2)$  y  $P_2(-2, -3)$

f)  $P_1(4, -1)$  y  $P_2(3,2)$

III. Dados los puntos  $A(0, -3)$  y  $B(6,4)$ , ¿Cuál debe ser el valor de " $x$ ", en  $C(x, 25)$  para que el punto  $A, B$  y  $C$ , estén en la misma recta. (Nota: Los puntos están en la misma recta y la recta tiene la misma pendiente, exceptuando sus puntos que son distintos).

IV. Escribe las siguientes ecuaciones de líneas rectas en su forma general. (Nota: Expresa el resultado con coeficientes enteros)

a)  $y = 4x + 3$

b)  $y = 4x - \frac{2}{3}$

c)  $y = \frac{4}{3}x + \frac{1}{6}$

d)  $y = -\frac{x}{5} - 1$

V. Resuelve las siguientes situaciones problemáticas de forma individual o en equipo.

Los alumnos de 11mo grado piensan en realizar una excursión a la Hacienda San Jacinto en un recorrido de primera clase. Desean alquilar un bus y disponen de dos operaciones: C\$ 7 000 pesos por día o C\$ 3 000 por día más 40 pesos por kilómetro recorrido.

- a) Si piensan quedarse para explorar toda la zona por 8 días y estiman recorrer 400 km, ¿Qué opción es más conveniente?
- b) ¿A partir de qué recorrido es más conveniente que viajen si deciden tomar 10 días de excursión?

## Encuentro 2:

### Condición de paralelismo de dos rectas

#### Unidad III: Geometría Analítica

**Competencia de eje transversal:** Fortalece su autoestima, confianza y seguridad, al respetarse a sí mismo y a las demás personas reconociendo sus características, necesidades, roles personales y sociales

**Competencia de Unidad:** Aplica el cálculo de la distancia entre dos puntos, las coordenadas de un punto que divide a un segmento en una razón dada y las formas de expresar la ecuación de una recta, circunferencia, y las secciones cónicas, en la solución de situaciones del en diferentes contextos

**Indicador de logro:** Emplea las formas de expresar la ecuación de la recta, las condiciones de paralelismo y perpendicularidad de rectas, así como el cálculo de la distancia del origen a una recta del plano, en la solución de situaciones en diferentes contextos.

#### Contenido:

- Condición de paralelismo de dos rectas
- Condición de perpendicularidad de rectas
- Distancia del origen a una recta del plano

Estimada maestra y estimado maestro, a continuación, se le presentan las siguientes actividades:

- Se realiza una actividad lúdica o de reflexión con los estudiantes.
- El maestro verificará la resolución de la guía orientada en el encuentro anterior y evidenciar aprendizajes construidos durante el estudio independiente.
- Analizar en conjunto, las dificultades que se presentan en el estudio independiente, con el propósito de reorientar y realimentar el proceso de aprendizaje, proponiendo nuevas actividades donde el estudiante evidencie que alcanzó el indicador.
- Hacer de manera conjunta maestro-estudiante la síntesis y las conclusiones.

Se estudiará el contenido condiciones de paralelismo y perpendicularidad entre rectas, y la distancia del origen a una recta del plano.

Exploración de conocimientos previos. En equipo los estudiantes responderán las siguientes preguntas:

¿Qué representan la letra  $m$  y la  $b$  en la ecuación de la recta  $y = xm + b$ ?

¿Cómo se calcula  $m$  teniendo dos puntos conocidos?

¿De cuantas formas se puede transformar la ecuación general de la recta?

¿Qué son rectas paralelas?

- Compartirán en plenario sus respuestas, mientras irán valorando y realimentando con el apoyo del maestro.
- El maestro explicará a través de ejemplos desarrollados en la guía de aprendizaje sobre:
  - a) La condición de paralelismo entre dos rectas, induciendo que para determinar si dos rectas son paralelas, basta conocer sus pendientes. Asimismo, aclarando los casos que se pueden presentar, por ejemplo:
    - Si una de las rectas esté dada en su ecuación general, esta debe escribirse en la forma  $y = m + x b$ .
    - Si se conoce un punto de una recta y el hecho que esta sea paralela a otra, conducirá al uso de la ecuación punto – pendiente de recta, para determinar su ecuación.
  - b) La condición de perpendicularidad entre dos rectas, partiendo de un breve recordatorio sobre que son rectas perpendiculares, para luego proseguir como determinar si dos rectas del plano son paralelas, a partir de sus pendientes, ya que también se pueden utilizar para saber si son perpendiculares.
    - Durante el proceso el maestro irá mostrando que el uso del transportador permitirá comprobar en este contenido que las rectas de los problemas planteados son perpendiculares y que la expresión  $m_1 \cdot m_2 = -1$  se debe usar como una ecuación en la que, generalmente, se conocerá una de las pendientes y se calculará el valor de la otra.
  - c) Como calcular la distancia del punto  $(0,0)$  a la recta  $Ax + By + c = 0$ , haciendo uso de la fórmula  $d = \frac{|c|}{\sqrt{A^2+B^2}}$ , teniendo en cuenta que:
    - La recta debe presentarse en su ecuación general  $Ax + By + c = 0$ , de no estarlo, debe transformarse a esta forma.

- Insistir en el significado del concepto de distancia entre un punto y una recta: la condición de perpendicular, principalmente.
  - Procurar que en aquellos cocientes en los que el denominador no sea una raíz cuadrada exacta, se proceda a racionalizar.
  - Insistir en la identificación y sustitución correcta de los coeficientes A, B y C, para el cálculo preciso de la distancia.
- Los estudiantes resolverán los ejercicios propuestos en la guía de aprendizaje:

Resuelve los siguientes ejercicios en su cuaderno de forma individual o en equipo:

1. Determine la ecuación de la recta que pasa por  $(-2, -3)$  y es paralela a la recta cuya ecuación es  $4x + y - 5 = 0$
2. Determina si las parejas de rectas dadas son paralelas:  $y = -3$  y  $y = 3x + 6$
3. Determine si las siguientes parejas de rectas son perpendiculares:

$$y = -2x \quad y \quad y = \frac{x}{2}$$

4. Encuentre la ecuación de la recta perpendicular a la recta que pasa por el punto indicado:

$$\text{a) } x - 4y + 4 = 0; A(-1,5) \quad \text{b) } y = -2x + 5; P(-4,3)$$

5. Calcule la distancia del origen  $O(0,0)$  a cada recta dada:

$$\text{a) } 4x + 3y + 5 = 0 \quad \text{b) } 5x + 12y - 13 = 0 \quad \text{c) } 2x + y = 0$$

- Luego pasarán a la pizarra a presentar los resultados de acuerdo al orden que oriente el maestro, mientras el resto valora y realimenta los procesos.
- Los estudiantes en conjunto con el maestro se elaborarán las conclusiones.

### Guía de autoestudio

Orienta de forma clara las actividades de autoestudio, en esta se proponen diferentes actividades que los estudiantes pueden realizar, de las cuales puede seleccionar las que considere o agregar aquellas que crea pertinentes.

A continuación, se proponen las siguientes actividades para que realice su autoestudio.

- I. investigue si las parejas de rectas dadas son paralelas:

$$\text{a) } y = 10 + 3x \quad \text{con} \quad y = 3x - 1$$

b)  $2x - y = 0; A(4,0)$

II. Determine si las siguientes parejas de rectas son perpendiculares:

a)  $x - y + 2 = 0$  y  $3x + 2y + 6 = 0$     b)  $y = \frac{4}{3}x$  y  $y = -\frac{3}{4}x$

II. Para cada caso encuentre la ecuación de la recta perpendicular a la recta que pasa por el punto indicado:

$y = x; B(3,3)$

b)  $6x + y - 1 = 0; P_1(2, -2)$

III. Calcule la distancia del origen  $O(0,0)$  a cada recta dada:

$6x + 8y - 5 = 0$

d)  $x + 2y + 2 = 0$

f)  $x + 3y - 7 = 0$

IV. ¿Cuál es la ecuación de la recta que es perpendicular al eje "x" y que se encuentra a 5 unidades a la derecha del eje "y"?

## Encuentro 3:

### Circunferencia

**Unidad III:** Geometría Analítica

**Competencia de eje transversal:** Fortalece su autoestima, confianza y seguridad, al respetarse a sí mismo y a las demás personas reconociendo sus características, necesidades, roles personales y sociales

**Competencia de Unidad:** Aplica el cálculo de la distancia entre dos puntos, las coordenadas de un punto que divide a un segmento en una razón dada y las formas de expresar la ecuación de una recta, circunferencia, y las secciones cónicas, en la solución de situaciones del en diferentes contextos

**No y nombre de la Unidad:** III, Geometría Analítica

**Indicador de logro:** Aplica las formas de expresar la ecuación de una circunferencia, el cálculo de las intersecciones entre una circunferencia y una recta secante o una tangente, en la solución de situaciones en diferentes contextos.

#### Contenido:

##### Circunferencia

- Ecuación de la circunferencia con centro en el origen
- Ecuación de la circunferencia con centro  $(h,)$  y radio  $r$

Estimada maestra y estimado maestro, a continuación se le propone las siguientes actividades.

- Se realiza una actividad lúdica o de reflexión con los estudiantes.
- El maestro verificará la resolución de la guía orientada en el encuentro anterior y evidenciar aprendizajes construidos durante el estudio independiente.
- Analizar en conjunto, las dificultades que se presentan en el estudio independiente, con el propósito de reorientar y realimentar el proceso de aprendizaje, proponiendo nuevas actividades donde el estudiante evidencie que alcanzó el indicador.
- Hacer de manera conjunta maestro-estudiante la síntesis y las conclusiones.

Se estudiará el contenido la circunferencia, su ecuación con centro en el origen y con centro  $(h,)$  y radio  $r$ .

- Exploración de conocimientos previos. El maestro realizará preguntas dirigidas a los estudiantes, por ejemplo:
  - ¿Qué es la circunferencia?
  - ¿cuáles son los elementos de una circunferencia?
- El resto de estudiantes valorarán las respuestas y realimentando con el apoyo del maestro.
- El maestro presentará una situación relacionada a aplicaciones de la ecuación de la circunferencia, a través de su análisis los estudiantes reflexionarán sobre su importancia en la solución de situaciones en diferentes contextos.
- El maestro explicará a través de ejemplos desarrollados en la guía de aprendizaje sobre:
  - Que el concepto de circunferencia requiere de la distancia entre dos puntos. Esto justifica la deducción de la forma canónica:  $x^2 + y^2 = r^2$
  - Hacer notar que la raíz cuadrada de un número debe tenerse en cuenta en los casos en que se brinde la forma canónica de una circunferencia y se pida determinar la longitud del radio de la misma, puesto que la raíz cuadrada positiva del lado derecho de la ecuación será precisamente dicha longitud.
  - ¿Qué forma toma la ecuación de una circunferencia cuyo centro no es el origen? Explicar la forma ordinaria de la ecuación de la circunferencia, teniendo en cuenta, que en los casos en que se brinde la forma ordinaria de una circunferencia y se pida determinar la longitud del radio de la misma, la raíz cuadrada del lado derecho de la ecuación será precisamente la longitud del radio. Los valores de  $h$  y  $k$  serán aquellos que se restan a  $x$  y  $y$ , respectivamente, en los términos cuadráticos.
- Los estudiantes resolverán los ejercicios propuestos en la guía de aprendizaje.
- I. Resuelve los siguientes ejercicios en su cuaderno de forma individual o en equipo:
  1. Deduce la ecuación de la circunferencia con centro en el origen con el radio dado:
    - a)  $r = 1$       b)  $r = 6$       c)  $r = \frac{1}{2}$
  2. Grafica en el Plano Cartesiano los siguientes lugares geométricos.
    - a)  $x^2 + y^2 = 25$       c)  $x^2 + y^2 = 100$       e)  $x^2 + y^2 = \frac{3}{4}$
  3. Determine la ecuación de la circunferencia con centro en el punto  $C$  y radio  $r$ .
    - a)  $C(4,1)$  y  $r = 3$       c)  $C(3,-4)$  y  $r = \frac{2}{3}$       e)  $C(3,1)$  y  $r = 5$

4. Grafica en el Plano Cartesiano los siguientes lugares geométricos determinadas por las siguientes ecuaciones.

a)  $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 9$       c)  $x^2 + (y - 4)^2 = \frac{25}{4}$       e)  $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 10$

5. El terremoto ocurrido en la ciudad de Managua en 1972, específicamente en el lago Xolotlán de esta ciudad; el terremoto afectó a todos los lugares a 28 km a la redonda. Si el volcán Momotombo se ubica a 7 km hacia el poniente a 17 kilómetros hacia el norte del epicentro, entonces ¿fue afectado por el terremoto?

- Luego pasarán a la pizarra a presentar los resultados de acuerdo al orden que oriente el maestro, mientras el resto valora y realimenta los procesos.
- Los estudiantes en conjunto con el maestro se elaborarán las conclusiones.

### Guía de autoestudio

Orienta de forma clara las actividades de autoestudio, en esta se proponen diferentes actividades que los estudiantes pueden realizar, de las cuales puede seleccionar las que considere o agregar aquellas que crea pertinentes.

A continuación, se proponen las siguientes actividades para que realice su autoestudio. Resuelve los siguientes ejercicios en su cuaderno

1. Deduce la ecuación de la circunferencia con centro en el origen con el radio dado:

a)  $r = \sqrt{10}$       b)  $r = \frac{4}{3}$

2. Grafica en el Plano Cartesiano los siguientes lugares geométricos.

a)  $x^2 + y^2 = \frac{16}{25}$       b)  $x^2 + y^2 = 8.4$       c)  $x^2 + y^2 = 5$

3. Determine la ecuación de la circunferencia con centro en el punto  $C$  y radio  $r$ .

a)  $C(-2,5)$  y  $r = 2$       b)  $C(-2, -2)$  y  $r = \sqrt{2}$       c)  $C(-1, -3)$  y  $r = \sqrt{8}$

4. Grafica en el Plano Cartesiano los siguientes lugares geométricos determinadas por las siguientes ecuaciones.

a)  $(x - 4)^2 + (y + 3)^2 = 25$       b)  $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 = 5$       c)  $x^2 + (y - 1)^2 = 25$

5. Emilio tiene una granja de conejos, el cual tardan 4 días en consumir la hierba de un terreno circular cuya circunferencia cumple  $x^2 + y^2 = 100$  metros. ¿Qué cantidad en  $m^2$  en promedio por día, consumió el conejo?
  
6. Un barril de vino se cae de su sitio donde se encuentra ubicado y rueda. Si la ecuación que tiene la circunferencia de la base es  $x^2 + y^2 - 1 = 0$  y el radio esta medido en metros. ¿Cuántos metros alcanzara a rodar si da 7 vueltas después de caer?

## Encuentro 4:

### Forma general de la ecuación de una circunferencia

**Unidad III:** Geometría Analítica

**Competencia de eje transversal:** Fortalece su autoestima, confianza y seguridad, al respetarse a sí mismo y a las demás personas reconociendo sus características, necesidades, roles personales y sociales

**Competencia de Unidad:** Aplica el cálculo de la distancia entre dos puntos, las coordenadas de un punto que divide a un segmento en una razón dada y las formas de expresar la ecuación de una recta, circunferencia, y las secciones cónicas, en la solución de situaciones del en diferentes contextos.

**Indicador de logro:** Aplica las formas de expresar la ecuación de una circunferencia, el cálculo de las intersecciones entre una circunferencia y una recta secante o una tangente, en la solución de situaciones en diferentes contextos.

### Contenido:

Forma general de la ecuación de una circunferencia

- Transformación de la forma general a la forma ordinaria de la ecuación de una circunferencia.
- Intersecciones de una circunferencia y una recta secante o a una tangente a esta.

Estimada maestra y estimado maestro, a continuación se le proponen las siguientes actividades:

- Se realiza una actividad lúdica o de reflexión con los estudiantes.
- El maestro verificará la resolución de la guía orientada en el encuentro anterior y evidenciar aprendizajes construidos durante el estudio independiente.
- Analizar en conjunto, las dificultades que se presentan en el estudio independiente, con el propósito de reorientar y realimentar el proceso de aprendizaje, proponiendo nuevas actividades donde el estudiante evidencie que alcanzó el indicador.
- Hacer de manera conjunta maestro-estudiante la síntesis y las conclusiones.

En este encuentro estudiaremos otras formas de la ecuación de la circunferencia.

- El maestro presentará un breve repaso sobre el desarrollo de los productos notable  $(a + b)^2$  y  $(a - b)^2$ , completación de cuadrados y transposición de términos, ya que serán de utilidad en el desarrollo de este contenido. Para esto planteará algunos ejercicios que los estudiantes deberán resolver de forma individual o en equipo.
- Luego pasarán a la pizarra a presentar los resultados, mientras el resto de estudiantes valorarán las respuestas y realimentarán con el apoyo del maestro.
- El maestro explicará a través de ejemplos desarrollados en la guía de aprendizaje los pasos para:
  - Obtener la ecuación general de una circunferencia a partir de su forma ordinaria:  $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$ .
  - Obtener la forma ordinaria de la ecuación de una circunferencia a partir de su forma general  $x^2 + y^2 + Cx + Dy + E = 0$
  - Procedimientos para determinar los puntos de intersecciones entre una recta y una circunferencia
- El maestro instará a los estudiantes a la ejercitación de los procesos estudiados, ya que permitirá la familiarización en el paso de la forma ordinaria de la ecuación de una circunferencia a la forma general y viceversa. Así mismo en que los términos del lado izquierdo de la forma general sean ordenados; términos de segundo grado, términos de primer grado y constantes.
- Los estudiantes resolverán los ejercicios propuestos en la guía de aprendizaje.

I. Resuelve los siguientes ejercicios en su cuaderno de forma individual o en equipo:

01. Encuentre las intersecciones de cada circunferencia con la recta secante dada:

a)  $x^2 + y^2 = 8$ ,  $y = x$       b)  $x^2 + y^2 = 30$ ,  $y = 3x$       c)  $x^2 + y^2 = 20$ ,  $y = 2x$

02. Encuentre las intersecciones de cada circunferencia con la recta tangente o el punto dado:

a)  $x^2 + y^2 = 5$ ,  $y = 2x + 5$       d)  $x^2 + y^2 = 13$ ,  $P(2, -3)$   
 b)  $x^2 + y^2 = 2$ ,  $y = -x + 2$

03. Toma medidas a los objetos que se menciona y determine la ecuación general con centro en el origen los cuales son:

- a) DVD
- b) Un rin de carro
- c) Una moneda de C\$ 5
- d) Una tapa de pote de leche
- e) Una rueda de bicicleta

04. Halle el volumen de un cilindro cuya base tiene por ecuación  $x^2 + y^2 + 6x + 10y + 9 = 0$  ; y cuya altura mide 2 unidades.



- Luego pasarán a la pizarra a presentar los resultados de acuerdo al orden que oriente el maestro, mientras el resto valora y realimenta los procesos.
- Los estudiantes en conjunto con el maestro se elaborarán las conclusiones

### **Guía de autoestudio.**

Orienta de forma clara las actividades de autoestudio, en esta se proponen diferentes actividades que los estudiantes pueden realizar, de las cuales puede seleccionar las que considere o agregar aquellas que crea pertinentes.

A continuación, se proponen las siguientes actividades para que realice su autoestudio.

1. Encuentre las intersecciones de cada circunferencia con la recta secante dada:

- a)  $x^2 + y^2 = 5$ ,  $3x + y + 5 = 0$       b)  $x^2 + y^2 = 13$ ,  $x + 5y - 13 = 0$
- c)  $x^2 + y^2 = 17$ ,  $3x + 5y - 17 = 0$

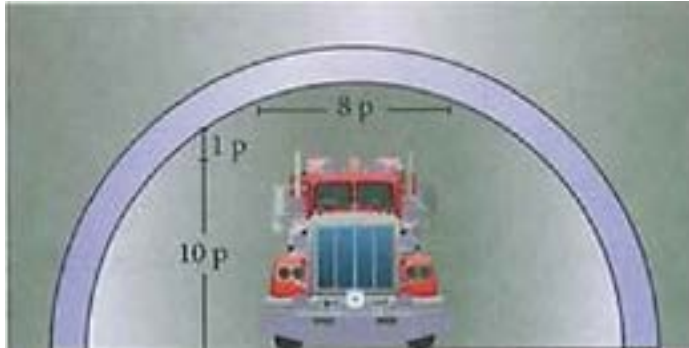
02. Encuentre las intersecciones de cada circunferencia con la recta tangente o el punto dado:

a)  $(x + 3)^2 + (y + 1)^2 = 4$ ,  $P(-1, -1)$

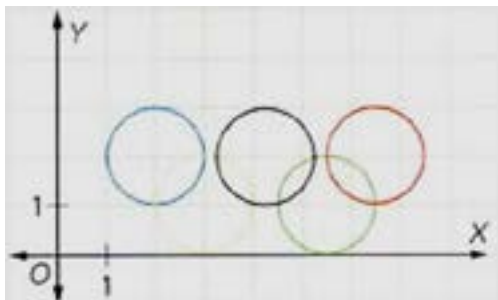
b)  $x^2 + y^2 = 18$ ,  $y = x + 6$

c)  $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 17$ ,  $P(3, 1)$

03. El **MTI** planea construir un túnel semicircular que pasa a través de una posible montaña ubicada en Jalapa. El túnel debe ser lo suficientemente grande como para que un camión de 8 pies de ancho y 10 pies de alto pase por el centro, teniendo 1 pie de espacio entre la esquina superior del camión y el techo del túnel (como muestra el plano en la figura). Determine el radio mínimo que debe tener el túnel.



04. Un emprendedor de bambú de la zona norte de nuestro país Nicaragua, piensa en el diseño de los aros olímpicos, se utiliza una circunferencia que se traslada y se pinta de color diferente, tal como lo muestra la figura. ¿Cuál es la ecuación general y la ecuación canónica del arco de color azul?



## Encuentro 5:

### La Parábola

#### Unidad III: Geometría Analítica

**Competencia de eje transversal:** Fortalece su autoestima, confianza y seguridad, al respetarse a sí mismo y a las demás personas reconociendo sus características, necesidades, roles personales y sociales

**Competencia de Unidad:** Aplica el cálculo de la distancia entre dos puntos, las coordenadas de un punto que divide a un segmento en una razón dada y las formas de expresar la ecuación de una recta, circunferencia, y las secciones cónicas, en la solución de situaciones del en diferentes contextos

**Indicador de logro:** Emplea las formas de expresar una parábola y sus elementos, en la solución de situaciones del entorno.

#### Contenido:

##### La Parábola

- Parábola con foco en el eje  $x$
- Parábola con foco en el eje  $y$
- Elementos de la parábola

Estimada maestra y estimado maestro, a continuación, se les propone a las siguientes actividades:

- Se realiza una actividad lúdica o de reflexión con los estudiantes.
- El maestro verificará la resolución de la guía orientada en el encuentro anterior y hará una realimentación del contenido para afianzarlo, evidenciando los aprendizajes construidos durante el estudio independiente.
- Analizar en conjunto, las dificultades que se presentan en el estudio independiente, con el propósito de reorientar y realimentar el proceso de aprendizaje, proponiendo nuevas actividades donde el estudiante evidencie que alcanzó el indicador.
- Hacer de manera conjunta maestro-estudiante la síntesis y las conclusiones.

Se estudiará el contenido de la Parábola, su ecuación, donde conoceremos los elementos de estas, para aplicarlos en la resolución de ejercicios relacionados.

- El maestro presentará una situación relacionada a aplicaciones de la ecuación de la parábola a través de los ejemplos presentados en la guía de aprendizaje, a través de su análisis los estudiantes reflexionarán sobre su importancia en la solución de situaciones en diferentes contextos.
- En el proceso el maestro explicará las formas de expresar una parábola y sus elementos.
  - Parábola con foco en el eje "x":  $y^2 = 4px$
  - Parábola con foco en el eje "y":  $x^2 = 4py$

| Forma     | $y^2 = 4px$ | $y^2 = -4px$ | $x^2 = 4py$ | $x^2 = -4py$ |
|-----------|-------------|--------------|-------------|--------------|
| Gráfica   |             |              |             |              |
| Vértice   | (0, 0)      | (0, 0)       | (0, 0)      | (0, 0)       |
| Foco      | $F(p, 0)$   | $F(-p, 0)$   | $F(0, p)$   | $F(0, -p)$   |
| Directriz | $x = -p$    | $x = p$      | $y = -p$    | $y = p$      |

- Los estudiantes resolverán los ejercicios propuestos en la guía de aprendizaje.
- I. Resuelve los siguientes ejercicios en su cuaderno de forma individual o en equipo:
  - a) Determine en cada inciso la ecuación de la parábola con los elementos dados:
    - 1) Foco  $F(2,0)$  y directriz en  $x = -2$
    - 3) Foco  $F(3,0)$  y directriz  $x = -3$
  - b) Determine en cada inciso de la ecuación de la parábola con los elementos dados:
    - 1) Foco  $F(0,2)$  y directriz  $y = -2$
    - 3) Foco  $F(0,2)$  y directriz  $y = 2$
  - c) Encuentre el vértice, foco, eje y directriz de las siguientes parábolas:
    - 1)  $y^2 = 12x$
    - 3)  $x^2 = -16y$
    - 5)  $x^2 = -y$

- 1) José se encuentra en el campo en el rebaño de vacas, y ovejas. El monte está muy seco por lo que evita recoger leña y evitar un incendio, para ello lleva un recipiente parabólico de metal, de modo que refleje los rayos solares en un punto fijo (el foco). Determine a qué distancia del vértice del recipiente debe colocar José la parrilla para cocinar, este tiene un metro de diámetro y 0.25 metros de altura.



si

- 2) Un joven en una loma decide lanzar hacia arriba una piedra describiendo un arco de parábola y cayendo la piedra a una distancia de 40 metros del punto donde fue lanzada. Determine el valor de " $p$ " de la parábola, si la altura máxima que alcanzó la piedra es de 28 metros.



- Luego pasarán a la pizarra a presentar los resultados de acuerdo al orden que oriente el maestro, mientras el resto valora y realimenta los procesos.
- Los estudiantes en conjunto con el maestro se elaborarán las conclusiones

### **Guía de autoestudio.**

Orienta de forma clara las actividades de autoestudio, en esta se proponen diferentes actividades que los estudiantes pueden realizar, de las cuales puede seleccionar las que considere o agregar aquellas que crea pertinentes.

A continuación, se proponen las siguientes actividades para que realice su autoestudio.

Resuelve los siguientes ejercicios en su cuaderno de forma individual o en equipo:

- Determine en cada inciso la ecuación de la parábola con los elementos dados:
  - Foco  $F(-3,0)$  y directriz en  $x = 3$
  - Foco  $F(-4,0)$  y directriz  $x = 4$
- Determine en cada inciso de la ecuación de la parábola con los elementos dados:
  - Foco  $F(0,4)$  y directriz  $y = -4$
  - Foco  $F(0 - 4)$  y directriz  $y = 4$
- Encuentre el vértice, foco, eje y directriz de las siguientes parábolas:
  - $y^2 = \frac{1}{2}x$
  - $x^3 = \frac{1}{8}y$
  - $y^2 = -x$
- Joaquín está construyendo una cabaña con bambú, el cual el arco de la cabaña tiene forma de parábola. La altura del arco es de 30 pies y el ancho de la base es de 20pies. ¿Qué ancho tiene la parábola a 10 pies por arriba de la base del arco?  
 (Sugerencia: Trace primero la parábola con vértice  $V(0,0)$ , determine la forma por utilizar, identifique " $p$ ", y escriba después la ecuación de la parábola)

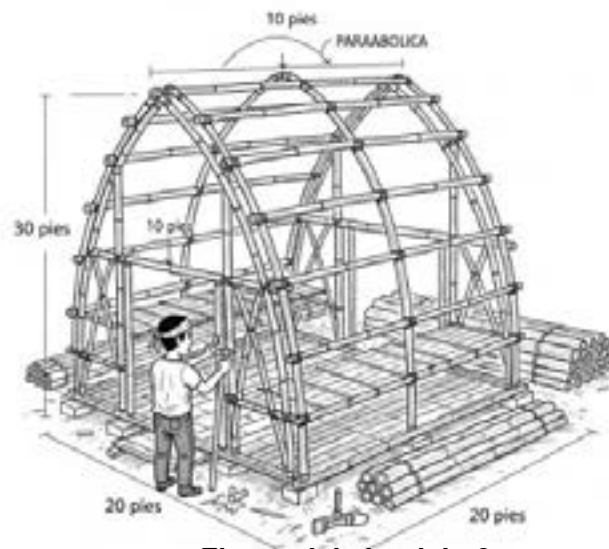


Figura del ejercicio 3

## Encuentro 6:

### Puntos de intersección de una parábola vertical u horizontal y una recta Aplicaciones de la Parábola.

**Unidad III:** Geometría Analítica

**Competencia de eje transversal:** Fortalece su autoestima, confianza y seguridad, al respetarse a sí mismo y a las demás personas reconociendo sus características, necesidades, roles personales y sociales

**Competencia de Unidad:** Aplica el cálculo de la distancia entre dos puntos, las coordenadas de un punto que divide a un segmento en una razón dada y las formas de expresar la ecuación de una recta, circunferencia, y las secciones cónicas, en la solución de situaciones del en diferentes contextos

**Indicador de logro:** Emplea las formas de expresar una parábola y sus elementos, en la solución de situaciones del entorno.

#### Contenido:

Puntos de intersección de una parábola vertical u horizontal y una recta  
Aplicaciones de la Parábola

Estimada maestra y estimado maestro, a continuación, se le propone las siguientes actividades:

- Se realiza una actividad lúdica o de reflexión con los estudiantes.
- El maestro verificará la resolución de la guía orientada en el encuentro anterior y hará una realimentación del contenido para afianzarlo, evidenciando los aprendizajes contruidos durante el estudio independiente.
- Analizar en conjunto, las dificultades que se presentan en el estudio independiente, con el propósito de reorientar y realimentar el proceso de aprendizaje, proponiendo nuevas actividades donde el estudiante evidencie que alcanzó el indicador.
- Hacer de manera conjunta maestro-estudiante la síntesis y las conclusiones.

Se estudiará el contenido de los puntos de intersección de una parábola vertical u horizontal y una recta y sus aplicaciones.

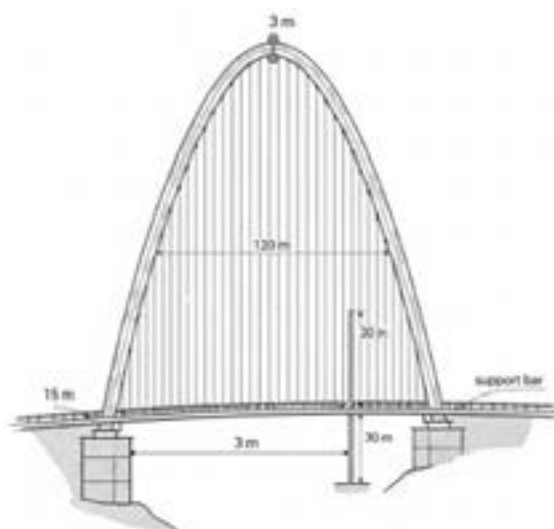
- El maestro presentará un breve repaso sobre factorización de trinomios de la forma  $ax^2 + bx + c$ , ya que será de utilidad en el desarrollo de este contenido. Para esto planteará algunos ejercicios que los estudiantes deberán resolver de forma individual o en equipo.
- Luego pasarán a la pizarra a presentar los resultados, mientras el resto de estudiantes valorarán las respuestas y realimentarán con el apoyo del maestro.
- El maestro explicará a través de los ejemplos presentados en la guía de aprendizaje los procedimientos para obtener los puntos de intersección de una parábola vertical u horizontal y sus aplicaciones, a través de su análisis los estudiantes reflexionarán sobre su importancia en la solución de situaciones en diferentes contextos.

### Ejemplo 1

- a) Encuentre los puntos de intersección de la recta  $y = -x + 3$  con la parábola  $x^2 = 4y$
- b) La recta  $y = x - 2$  con la parábola  $y^2 = x$

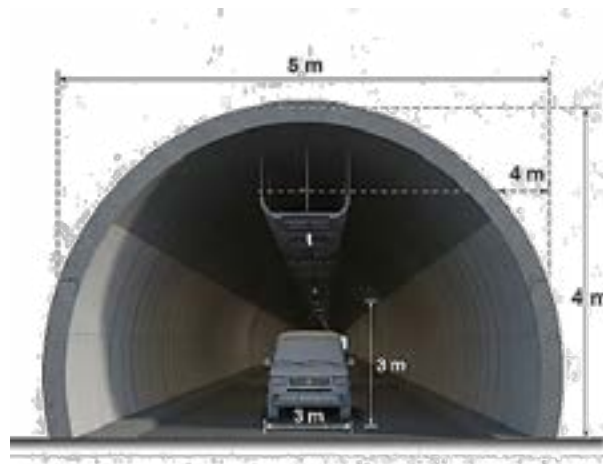
### Ejemplo 2. Analiza la siguiente situación relacionada a las aplicaciones de las parábolas

El cable de un puente colgante tiene la forma parabólica y está sujeta a dos bases de 15 m de altura, situadas a 120 m una de la otra. Si el punto más bajo del cable está a 3m del piso del puente. Determine la longitud de la barra de soporte que está a 30 m a la derecha del punto más bajo del cable y en posición vertical.

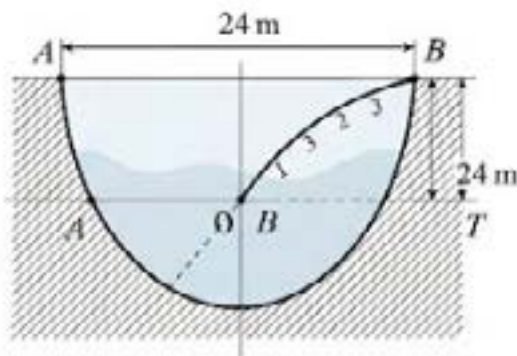


- Los estudiantes resolverán los ejercicios propuestos en la guía de aprendizaje.
- I. Resuelve los siguientes ejercicios en su cuaderno de forma individual o en equipo:
    1. Encuentre los puntos de intersección de:
      - a) La recta  $y = 3x - 2$  con la parábola  $x^2 = y$
      - b) La recta  $y = 2x - 9$  con la parábola  $x^2 = -3y$
  - II. Resuelve las siguientes situaciones problemáticas de forma individual o en equipo:

1. Un túnel de una carretera tiene la forma de un arco parabólico. Su ancho es de 5m y su altura es de 4m. ¿Cuál es la altura máxima que podría tener un vehículo de transporte de 3m de ancho, para poder pasar por el túnel?



2. Un depósito de agua tiene una sección transversal parabólica. Cuando el nivel AB del agua alcanza una altura de 6m, su longitud AB mide 24 m; cuando el nivel del agua desciende de 4m. Calcule la longitud RT del nivel del agua.



- Luego pasarán a la pizarra a presentar los resultados de acuerdo al orden que oriente el maestro, mientras el resto valora y realimenta los procesos.
- Los estudiantes en conjunto con el maestro se elaborarán las conclusiones

### Guía de autoestudio.

Orienta de forma clara las actividades de autoestudio, en esta se proponen diferentes actividades que los estudiantes pueden realizar, de las cuales puede seleccionar las que considere o agregar aquellas que crea pertinentes.

A continuación, se proponen las siguientes actividades para que realice su autoestudio.

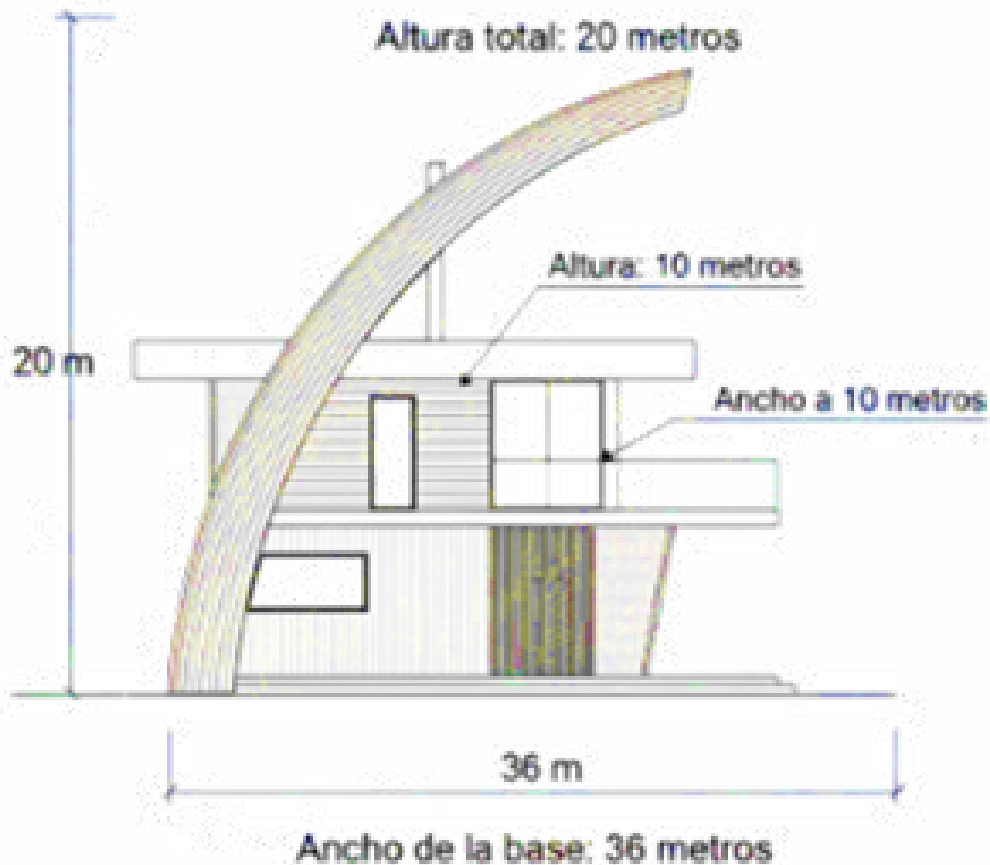
I. Resuelve los siguientes ejercicios en su cuaderno Encuentre los puntos de intersección de:

a) La recta  $y = x + 6$  con la parábola  $y^2 = -4x$

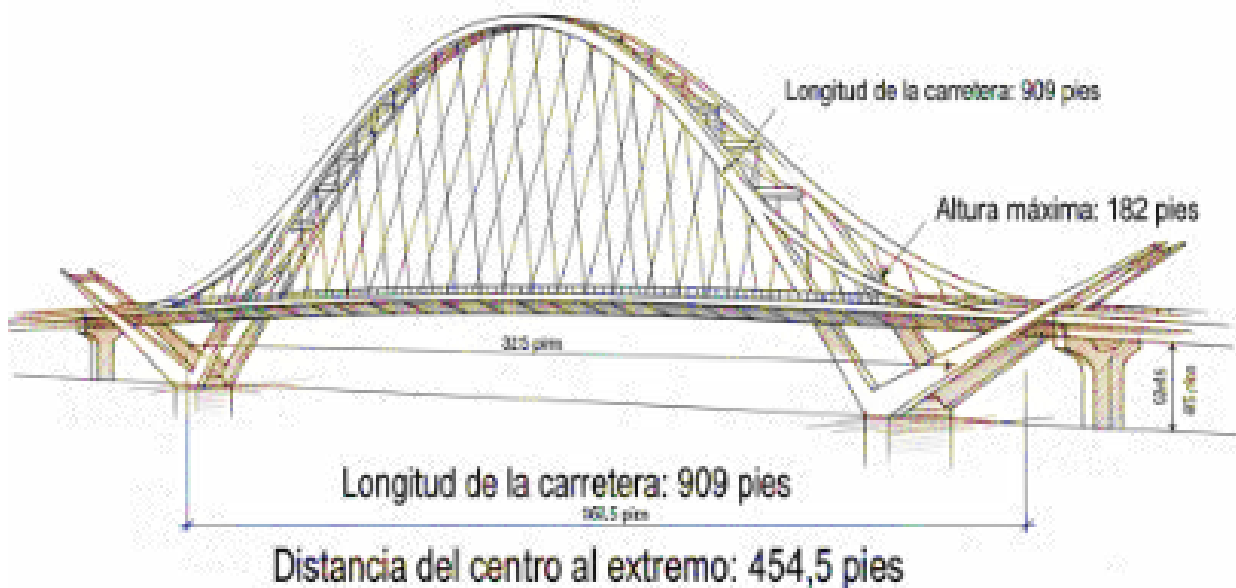
b) La recta  $y = -x - 2$  con la parábola  $y^2 = 6x$

II. Resuelve las siguientes situaciones problemáticas

1. Una casa tiene la forma de un arco parabólico tiene una altura de 20m y en la base 36m de ancho. Si el vértice está en el origen. ¿A qué altura, sobre la base, tiene un ancho de 10m?



2. Con motivos de unir dos ciudades se quiere construir un puente parabólico con ecuación  $x^2 = 1135y$ . La carretera horizontal del puente mide 909 pies y el punto más alto del puente es de 182 pies sobre el centro de la carretera. a) ¿Cuál es la distancia horizontal de la carretera desde el centro del puente hasta un extremo del puente? b) Considere que el punto más alto del puente está en el origen. Explique que representa "x" y "y" en la ecuación  $x^2 = 1135y$ . ¿Cómo se utiliza esta ecuación en el diseño y construcción de puentes?



## Encuentro 7:

### Elipse

#### Unidad III: Geometría Analítica

**Competencia de eje transversal:** Fortalece su autoestima, confianza y seguridad, al respetarse a sí mismo y a las demás personas reconociendo sus características, necesidades, roles personales y sociales

**Competencia de Unidad:** 3. Aplica el cálculo de la distancia entre dos puntos, las coordenadas de un punto que divide a un segmento en una razón dada y las formas de expresar la ecuación de una recta, circunferencia, y las secciones cónicas, en la solución de situaciones del en diferentes contextos

**Indicador de logro:** 5. Utiliza las formas de expresar una elipse y sus elementos en la solución de situaciones de la vida cotidiana.

#### Contenido:

##### Elipse

- Definición y elementos
- Ecuación de la Elipse con focos en el eje  $x$
- Ecuación de la Elipse con focos en el eje  $y$

Estimada maestra y estimado maestro, a continuación, se le proponen las siguientes actividades:

- Se realiza una actividad lúdica o de reflexión con los estudiantes.
- El maestro verificará la resolución de la guía orientada en el encuentro anterior y hará una realimentación del contenido para afianzarlo, evidenciando los aprendizajes construidos durante el estudio independiente.
- Analizar en conjunto, las dificultades que se presentan en el estudio independiente, con el propósito de reorientar y realimentar el proceso de aprendizaje, proponiendo nuevas actividades donde el estudiante evidencie que alcanzó el indicador.
- En equipo contestaremos las siguientes preguntas en relación a la guía de auto estudio orientada en el encuentro anterior.

- Mencione las diferentes ecuaciones de la parábola en dependencia del eje al que esta referida
  - mencione los elementos de la parábola.
  - Escriba las fórmulas para determinar los elementos de la parábola.
- Hacer de manera conjunta maestro-estudiante la síntesis y las conclusiones.

Se estudiará el contenido de la Elipse, donde conoceremos sus elementos, para aplicarlos en la resolución de ejercicios relacionados.

- El maestro presentará una situación relacionada a las aplicaciones de la ecuación de la elipse a través de los ejemplos presentados en la guía de aprendizaje, a través de su análisis los estudiantes reflexionarán sobre su importancia en la solución de situaciones en diferentes contextos.
- En el proceso el maestro explicará las formas de expresar una parábola y sus elementos.
  - Parábola con foco en el eje "x":  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$
  - Parábola con foco en el eje "y":  $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$

**Elementos de la elipse  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ , donde  $a > b > 0$**

1. Tiene dos vértices  $V_1 (a, 0)$  y  $V_2 (-a, 0)$  y dos extremos  $E_1 (0, b)$  y  $E_2 (0, -b)$ .
2. El eje mayor y el eje menor están ubicados en los ejes  $x$  y  $y$  respectivamente, teniendo el primero longitud  $2a$  y el segundo longitud  $2b$ .
3. El eje mayor contiene los dos focos  $F_1 (c, 0)$  y  $F_2 (-c, 0)$ , con  $c > 0$ .
4. Se da la relación  $c^2 = a^2 - b^2$  entre  $a$ ,  $b$  y  $c$ . Por tanto  $c = \sqrt{a^2 - b^2}$ .

- Los estudiantes resolverán los ejercicios propuestos en la guía de aprendizaje.

1. Determine en cada inciso la ecuación de la elipse con los datos dados.

a) Focos  $F_1 (5, 0)$  y  $F_2 (-5, 0)$ , vértices  $V_1 (8, 0)$  y  $V_2 (-8, 0)$ .

2. Deduce la ecuación de la elipse con los datos dados.

a) Focos  $F_1 (0, 3)$  y  $F_2 (0, -3)$ , vértices  $V_1 (0, 4)$  y  $V_2 (0, -4)$ .

3. Encuentre vértice, focos y extremos de las elipses dadas por las siguientes ecuaciones.

a)  $3x^2 + 27y^2 = 27$

b)  $x^2 + 9y^2 = 36$

## II-Resuelve las siguientes situaciones problemáticas de forma individual o en equipo:

1. Un paso a desnivel construido en forma semielíptica tiene 12 metros de largo y una altura máxima de 3 metros a partir del centro. Determina la altura máxima que debe tener un camión para pasar por debajo del paso a desnivel, si la anchura de este camión es de 3 metros del centro de la calle hacia cada lado.
2. Una arquitecta y un ingeniero trabajan en el diseño de un puente con forma semielíptica para un río de 30 metros de ancho. El puente debe ser tal que un barco de a lo sumo 20 metros de ancho y 3 metros de alto pueda cruzar debajo de este con total seguridad. Determina la altura que debe tener el puente.



- Luego pasarán a la pizarra a presentar los resultados de acuerdo al orden que oriente el maestro, mientras el resto valora y realimenta los procesos.
- Los estudiantes en conjunto con el maestro se elaborarán las conclusiones

### Guía de autoestudio

Orienta de forma clara las actividades de autoestudio, en esta se proponen diferentes actividades que los estudiantes pueden realizar, de las cuales puede seleccionar las que considere o agregar aquellas que crea pertinentes.

A continuación, se proponen las siguientes actividades para que realice su autoestudio.

- 1) Determine en cada inciso la ecuación de la elipse con los datos dados.

Focos  $F_1 (2, 0)$  y  $F_2 (-2, 0)$ , vértices  $V_1 (9, 0)$  y  $V_2 (-9, 0)$ .

- 2) Deduce la ecuación de la elipse con los datos dados.

Focos  $F_1 (0, 1)$  y  $F_2 (0, -1)$ , vértices  $V_1 (0, 3)$  y  $V_2 (0, -3)$ .

a.

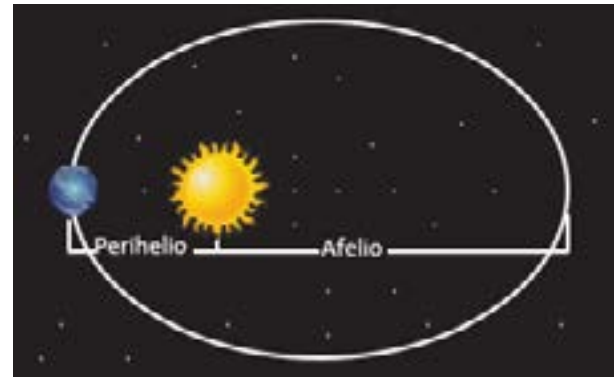
- 3) Encuentre vértice, focos y extremos de las elipses dadas por las siguientes ecuaciones.

a)  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{36} = 1$

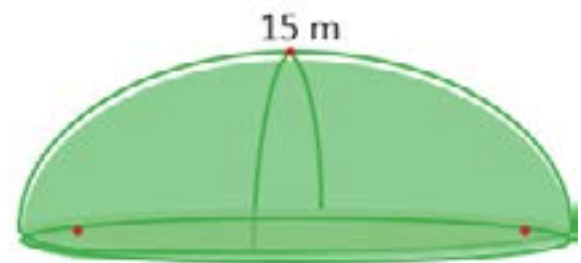
b)  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{49} = 1$

c)  $9x^2 + 4y^2 = 36$

- 4) La Tierra cumple con recorrer una órbita elíptica en exactamente un año, dicha elipse tiene como uno de sus focos el Sol. El instante en el que la Tierra se ubica más cerca del Sol se conoce como perihelio y son aproximadamente 147 millones de kilómetros de distancia; mientras que el instante en el que está más alejada del Sol se conoce como afelio y se ubica a una distancia aproximada de 153 millones de kilómetros. Determina la ecuación de la órbita de la Tierra.

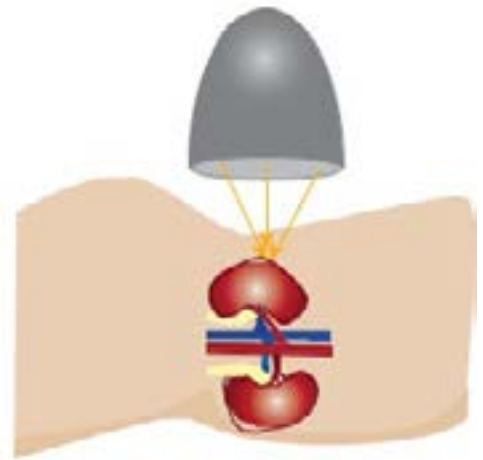


- 5) Una estructura arquitectónica fue diseñada para poder enviar secretos a otra persona sin que los demás los escuchen. La forma de su diseño es semielíptico (aprovechando las propiedades focales de la elipse), la altura de dicha estructura en el punto más alto es de 15 metros y la distancia entre los vértices del salón es de 34 metros. Determina la ubicación que deben tener dos personas para que uno pueda escuchar al otro, aunque se hablen por susurros.



Si dos personas están sobre los focos de la elipse, las ondas de sonido que salgan de un foco serán reflejadas directamente hacia el otro foco.

- 6) Para curar los cálculos renales en una persona, en ocasiones se utiliza un procedimiento conocido como litotripcia. Este procedimiento utiliza una cubierta semielíptica, y se fundamenta en la propiedad de los focos de una elipse: se localiza un aparato generador de ondas de choque en el foco de la elipse y estas tendrán efecto sobre el otro foco, lugar donde se encuentra el cálculo renal. Si el aparato tiene 13 cm de altura y 10 cm de diámetro, determina a qué distancia podría estar el cálculo para poder pulverizarlo utilizando este aparato.



## Encuentro 8:

### Hipérbola

**Unidad III:** Geometría Analítica

**Competencia de eje transversal:** Fortalece su autoestima, confianza y seguridad, al respetarse a sí mismo y a las demás personas reconociendo sus características, necesidades, roles personales y sociales

**Competencia de Unidad:** 3. Aplica el cálculo de la distancia entre dos puntos, las coordenadas de un punto que divide a un segmento en una razón dada y las formas de expresar la ecuación de una recta, circunferencia, y las secciones cónicas, en la solución de situaciones del en diferentes contextos

**Indicador de logro:** Aplica las formas de expresar una hipérbola y sus elementos, en la solución de situaciones en diferentes contextos

#### Contenido:

##### Hipérbola

- Definición y elementos
- Ecuación de la Hipérbola con focos en el eje  $x$
- Ecuación de la Hipérbola con focos en el eje  $y$

Estimada maestra y estimado maestro, a continuación, se le propone las siguientes actividades:

- Se realiza una actividad lúdica o de reflexión con los estudiantes.
- El maestro verificará la resolución de la guía orientada en el encuentro anterior y hará una realimentación del contenido para afianzarlo, evidenciando los aprendizajes construidos durante el estudio independiente.
- Analizar en conjunto, las dificultades que se presentan en el estudio independiente, con el propósito de reorientar y realimentar el proceso de aprendizaje, proponiendo nuevas actividades donde el estudiante evidencie que alcanzó el indicador.

- En equipo contestaremos las siguientes preguntas en relación a la guía de auto estudio orientada en el encuentro anterior.
  - Escriba las ecuaciones de la elipse en función del eje al que este referida.
  - Cómo se determinan los elementos de la elipse en función al eje que este referida
- Hacer de manera conjunta maestro-estudiante la síntesis y las conclusiones.

Se estudiará el contenido de la Hipérbola, donde conoceremos sus elementos, para aplicarlos en la solución de situaciones en diferentes contextos

El maestro presentará una situación relacionada a las aplicaciones de la ecuación de la elipse a través de los ejemplos presentados en la guía de aprendizaje, a través de su análisis los estudiantes reflexionarán sobre su importancia en la solución de situaciones en diferentes contextos.

- En el proceso el maestro explicará las formas de expresar una hipérbola y sus elementos.
  - Parábola con foco en el eje "x":  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

Elementos de la Hipérbola  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  donde  $a > 0$  y  $b > 0$

1. Tiene dos focos  $F_1(c, 0)$  y  $F_2(-c, 0)$ , donde  $c > 0$ ; dos vértices  $V_1(a, 0)$  y  $V_2(-a, 0)$  y dos extremos  $E_1(0, b)$  y  $E_2(0, -b)$ . Los focos y vértices están sobre el eje  $x$ .
2. La relación entre  $a$ ,  $b$  y  $c$  queda establecida con la expresión  $c^2 = a^2 + b^2$
3. Tiene dos asíntotas, determinadas por las ecuaciones  $y = \frac{b}{a}x$ ,  $y = -\frac{b}{a}x$

- Parábola con foco en el eje "y":  $\frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1$

Elementos de la hipérbola  $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$ , donde  $a > 0$  y  $b > 0$

1. Tiene dos focos  $F_1(0, c)$  y  $F_2(0, -c)$ , donde  $c > 0$ ; dos vértices  $V_1(0, a)$  y  $V_2(0, -a)$  y dos extremos  $E_1(b, 0)$  y  $E_2(-b, 0)$ . Los focos y vértices están en el eje  $y$ .
2. La relación entre  $a$ ,  $b$  y  $c$  queda establecida con la expresión  $c^2 = a^2 + b^2$ .
3. Tiene dos asíntotas, determinadas por las ecuaciones  $y = \frac{a}{b}x$ ,  $y = -\frac{a}{b}x$

- Los estudiantes resolverán los ejercicios propuestos en la guía de aprendizaje.
  - a) Determine para cada inciso la ecuación de la hipérbola y sus asíntotas si tiene:
    - a) Focos  $F_1(10, 0)$  y  $F_2(-10, 0)$ , vértices  $V_1(6, 0)$  y  $V_2(-6, 0)$ .
  - b) Encuentre en cada inciso la ecuación de la hipérbola y sus asíntotas si tiene:

a) Focos  $F_1 (0, 5)$  y  $F_2 (0, -5)$  y vértices  $V_1 (0, 3)$  y  $V_2 (0, -3)$ .

Resuelve las siguientes situaciones problemáticas de forma individual o en equipo

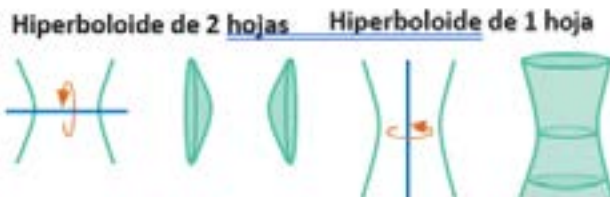
1. En el universo las trayectorias de un cometa pueden tener diversas formas, como elípticas, parabólicas o hiperbólicas, siempre teniendo al Sol como foco de dichas figuras. Tomando un cometa cuya trayectoria es hiperbólica (solo será visto una vez en la historia), cuya ecuación está dada por  $\frac{x^2}{20^2} - \frac{y^2}{21^2} = 1$ , Donde los números 20 y 21 representan cuatrillones de metros. Determina la distancia mínima en que pasará el cometa con dicha trayectoria del sol.



2. Las torres de enfriamiento de las plantas nucleares de energía se diseñan con forma de hiperboloide de una hoja, si el diámetro de la parte más alta es 3.75 m y se ubica a 9 m de altura, y el diámetro más pequeño es de 3 m y se ubica a 6 m de altura, determina aproximadamente el diámetro de la base de la torre.



Una forma de hiperboloide es un cuerpo geométrico que resulta de girar una hipérbola alrededor de alguno de sus ejes. Si se gira alrededor del **eje transversal** se conoce como **hiperboloide de 2 hojas** y si se gira alrededor del **eje conjugado** se conoce como **hiperboloide de 1 hoja**.



- Luego pasarán a la pizarra a presentar los resultados de acuerdo al orden que oriente el maestro, mientras el resto valora y realimenta los procesos.
- Los estudiantes en conjunto con el maestro se elaborarán las conclusiones

## Guía de autoestudio

Orienta de forma clara las actividades de autoestudio, en esta se proponen diferentes actividades que los estudiantes pueden realizar, de las cuales puede seleccionar las que considere o agregar aquellas que crea pertinentes.

A continuación, se proponen las siguientes actividades para que realice su autoestudio.

a) Determine para cada inciso la ecuación de la hipérbola y sus asíntotas si tiene:

Focos  $F_1 (\sqrt{5}, 0)$  y  $F_2 (-\sqrt{5}, 0)$ , vértices  $V_1 (1, 0)$  y  $V_2 (-1, 0)$ .

b) Encuentre en cada inciso la ecuación de la hipérbola y sus asíntotas si tiene:

Focos son  $F_1 (0, \sqrt{8})$  y  $F_2 (0, -\sqrt{8})$  y vértices  $V_1 (0, 2)$  y  $V_2 (0, -2)$ .

Resuelve las siguientes situaciones problemáticas de forma individual o en equipo

1. La torre de Polibino fue la primera estructura diseñada con forma de hiperboloide. Si el diámetro de la parte más alta de una torre hiperboloide es 4.5 m y se ubica a 32 m de altura, y el diámetro más pequeño es de 4 m y se ubica a 16 m de altura, determina el diámetro de la base de la torre.
2. Una avioneta vuela sobre la ciudad de San Vicente y describe una trayectoria hiperbólica dada por la ecuación  $4y^2 - x^2 = 2500$ . Determina cuál es la menor distancia sobre el nivel del suelo a la que estará dicha avioneta.



## Encuentro 9:

### Técnicas de conteo

#### Unidad IV: Técnicas de Conteo y Probabilidades

**Competencia de eje transversal:** Manifiesta conductas de aprecio, amor, cuidado y ayuda hacia las demás personas, a fin de contribuir a una cultura de paz, para mantener un entorno seguro, integrador, con valores de respeto hacia las diferencias, posibilitando una sociedad pacífica donde los conflictos se resuelvan mediante el dialogo y el entendimiento.

**Competencia de Unidad:** Aplica las técnicas de conteo, la probabilidad y sus propiedades, en la solución de situaciones en diferentes contextos.

**Indicador de logro:** Emplea las técnicas de conteo en la solución de situaciones en diferentes contextos.

#### Contenido:

##### Técnicas de conteo

- Diagrama de árbol
- Principio de conteo de la suma
- Principio de conteo de la multiplicación

Estimada maestra y estimado maestro, se le proponen las siguientes actividades:

- Se realiza una actividad lúdica o de reflexión con los estudiantes.
- El maestro verificará la resolución de la guía orientada en el encuentro anterior y hará una realimentación del contenido para afianzarlo, evidenciando los aprendizajes contruidos durante el estudio independiente.
- Analizar en conjunto, las dificultades que se presentan en el estudio independiente, con el propósito de reorientar y realimentar el proceso de aprendizaje, proponiendo nuevas actividades donde el estudiante evidencie que alcanzó el indicador.
- En equipo contestaremos las siguientes preguntas en relación a la guía de auto estudio orientada en el encuentro anterior.
  - Escriba las ecuaciones de la hipérbola.
  - Mencione los elementos de la hipérbola.

- Hacer de manera conjunta maestro-estudiante la síntesis y las conclusiones.

En este encuentro iniciaremos el estudio de la unidad referida a Técnicas de Conteo y Probabilidades. Se tratará el contenido sobre las técnicas de conteo en la solución de situaciones en diferentes contextos, donde conoceremos que es un diagrama de árbol, principio de conteo de la suma y conteo para la multiplicación.

El maestro presentará una situación relacionada a las aplicaciones de las técnicas de conteo a través de los ejemplos presentados en la guía de aprendizaje, en la que los estudiantes analizarán y reflexionarán sobre su importancia en la solución de situaciones en diferentes contextos.

Las técnicas de conteo son herramientas matemáticas utilizadas en probabilidad y estadística para determinar el número total de resultados posibles en una situación, especialmente cuando se trata de combinaciones o arreglos de objetos. Se utilizan cuando es difícil o laborioso enumerar todos los resultados posibles de forma manual.

Hay varias técnicas de conteo, incluyendo:

- **Principio de la multiplicación:**

Si un evento puede ocurrir de "m" maneras y otro evento puede ocurrir de "n" maneras, entonces ambos eventos pueden ocurrir en " $m \times n$ " maneras.

- **Principio de la adición:**

Si un evento A puede ocurrir de "m" maneras y un evento B puede ocurrir de "n" maneras (y los eventos no se superponen), entonces el evento A o B puede ocurrir de " $m + n$ " maneras.

- **Permutaciones:**

El orden de los objetos importa. Se calcula el número de formas diferentes en que se pueden ordenar un grupo de objetos.

- **Combinaciones:**

El orden de los objetos no importa. Se calcula el número de formas diferentes en que se pueden seleccionar un grupo de objetos.

- **Factoriales:**

Es el producto de todos los enteros positivos menores o iguales a un número dado ( $n!$ ). Se utiliza para calcular el número de permutaciones.

- En el proceso el maestro explicará:
  - En que consiste un diagrama de árbol y como estructurarlo.
  - En que consiste el principio de conteo de la suma y el principio de conteo de la multiplicación.
- Los estudiantes resolverán los ejercicios propuestos en la guía de aprendizaje.

01. Resuelva la siguiente situación utilizando un diagrama de árbol:

- Rubén tiene 2 pantalones, 2 camisetas y 2 gorras, de colores azul y negro en cada caso. ¿Cuántos trajes de un pantalón, una camiseta y una gorra puede formar?
- Utiliza un diagrama de árbol para determinar de cuántas formas se pueden extraer sin reemplazo 3 bolitas de color rojo, amarillo y verde (una de cada color) de una bolsa, si se extrae una bolita a la vez.
- Utiliza un diagrama de árbol para calcular cuántas formas hay para repartir 4 dulces de diferente sabor entre 4 personas, si ninguna puede quedar sin dulces.

02. Utilice el principio de conteo de la suma para resolver los siguientes ejercicios:

- Si se lanzan dos dados, determine el número de casos posibles en los que la suma de los números de las caras es 7 u 11.
- Un grupo escolar formado por 12 niñas y 14 niños desean elegir su presidente. ¿De cuántas maneras pueden hacer la elección?

03. Utilice el principio de conteo de la multiplicación para resolver los siguientes problemas:

- Un menú del día permite seleccionar un plato fuerte entre 5 y una bebida entre 3.

¿De cuántas formas distintas se puede solicitar una comida y bebida?

- b) En una fábrica de zapatos de Masaya se elaboran 8 estilos de zapatos de mujer en 6 numeraciones distintas. ¿Qué cantidad debe comprar un comerciante para tener en su negocio de todos los estilos y tamaños?
- c) Determine de cuántas maneras se puede formar una pareja de un niño y una niña de entre 4 niños y 3 niñas.
  - Luego pasarán a la pizarra a presentar los resultados de acuerdo al orden que oriente el maestro, mientras el resto valora y realimenta los procesos.
  - Los estudiantes en conjunto con el maestro se elaborarán las conclusiones

### Guía de autoestudio

Orienta de forma clara las actividades de autoestudio, en esta se proponen diferentes actividades que los estudiantes pueden realizar, de las cuales puede seleccionar las que considere o agregar aquellas que crea pertinentes.

A continuación, se proponen las siguientes actividades para que realice su autoestudio.

1. Resuelva la siguiente situación utilizando un diagrama de árbol:

- a) María tiene 2 pantalones, 1 falda, 2 blusas y 3 pares de zapatos, todos diferentes. Utiliza diagrama de árbol para determinar cuántas formas diferentes tiene María para vestirse.
- b) Utiliza un diagrama de árbol para calcular el total de maneras que hay para extraer 2 cartas con reemplazo de entre 5 cartas diferentes.

2. Utilice el principio de conteo de la suma para resolver los siguientes ejercicios:

- a) Los grupos de décimo **A** y décimo **B** de un determinado Instituto constan de 43 y 38 alumnos respectivamente. ¿De cuántas maneras puede seleccionarse un estudiante de décimo **A** o de décimo **B**?
- b) En una zona de comedores hay 3 locales en donde se puede comprar, si el primero tiene 4 opciones de comida, el segundo 5 y el tercero 7, determina de cuántas formas se puede comprar comida en alguno de los locales.
- c) María tiene 4 centros escolares para realizar sus horas sociales, en el primer centro escolar tiene 2 opciones, en el segundo tiene 3 opciones, en el tercero

tiene 4 opciones y en el cuarto solamente una opción para realizar las horas sociales. Determina cuántas opciones tiene en total María para realizar sus horas sociales.

3. Utilice el principio de conteo de la multiplicación para resolver los siguientes problemas:

- a) En un comedor hay 3 tipos de platos fuertes, 2 tipos de arroz y 3 tipos de ensalada. Determina de cuántas maneras se puede formar un almuerzo escogiendo entre un plato fuerte, un tipo de arroz y una ensalada.
- b) Determine de cuántas maneras se pueden repartir una pera y un mango entre 3 personas diferentes. Considera que no se pueden dar ambas frutas a una sola persona.

## Encuentro 10:

### Factorial de un número natural

#### Unidad IV: Técnicas de Conteo y Probabilidades

**Competencia de eje transversal:** Manifiesta conductas de aprecio, amor, cuidado y ayuda hacia las demás personas, a fin de contribuir a una cultura de paz, para mantener un entorno seguro, integrador, con valores de respeto hacia las diferencias, posibilitando una sociedad pacífica donde los conflictos se resuelvan mediante el diálogo y el entendimiento.

**Competencia de Unidad:** Aplica las técnicas de conteo, la probabilidad y sus propiedades, en la solución de situaciones en diferentes contextos.

**Indicador de logro:** Emplea las técnicas de conteo en la solución de situaciones en diferentes contextos.

#### Contenido:

Factorial de un número natural

- Permutaciones

Se le proponen las siguientes actividades:

- Se realiza una actividad lúdica o de reflexión con los estudiantes.
- El maestro verificará la resolución de la guía orientada en el encuentro anterior y hará una realimentación del contenido para afianzarlo, evidenciando los aprendizajes construidos durante el estudio independiente.
- Analizar en conjunto, las dificultades que se presentan en el estudio independiente, con el propósito de reorientar y realimentar el proceso de aprendizaje, proponiendo nuevas actividades donde el estudiante evidencie que alcanzó el indicador.
- En equipo contestaremos las siguientes preguntas en relación a la guía de auto estudio orientada en el encuentro anterior.
  - ¿Qué son las técnicas de conteo?
  - ¿Para Qué sirven las técnicas de conteo?
  - ¿En qué consiste el principio de conteo de la suma?

- ¿En qué consiste el principio de conteo de la Multiplicación?
- Hacer de manera conjunta maestro-estudiante la síntesis y las conclusiones.

En este encuentro se tratará el contenido sobre factorial de un número natural y permutaciones, en la solución de situaciones en diferentes contextos.

- El maestro presentará una situación relacionada a factorial de un número natural a través de los ejemplos presentados en la guía de aprendizaje, en la que los estudiantes analizarán y reflexionarán sobre su importancia en la solución de situaciones en diferentes contextos.
- El maestro explicará a partir de la situación que es la factorial de un número natural y las formas como se puede calcular.
  - **Definición:** El factorial de un número  $n$  ( $n!$ ) es el producto de todos los enteros positivos desde 1 hasta  $n$ .
  - **Notación:** Se escribe como  $n!$ , donde  $n$  es el número del que se calcula el factorial.
  - **Ejemplo:**  $4! = 4 * 3 * 2 * 1 = 24$ .
  - **Aplicaciones:** Los factoriales se usan en combinatoria, probabilidad, teoría de números y otros campos de la matemática.

**Ejemplo 1:** Complete las casillas con los factoriales restantes:

– El

|          |                   |        |        |        |
|----------|-------------------|--------|--------|--------|
| $1! = 1$ | $2! = (2)(1) = 2$ | $3! =$ | $4! =$ | $5! =$ |
|----------|-------------------|--------|--------|--------|

Al calcular  $3!$ ,  $4!$  y  $5!$  se obtiene

$3! = (3)(2)(1) = 6$        $4! = (4)(3)(2)(1) = 24$        $5! = (5)(4)(3)(2)(1) = 120$

De modo que la tabla completa es

|          |                   |          |           |            |
|----------|-------------------|----------|-----------|------------|
| $1! = 1$ | $2! = (2)(1) = 2$ | $3! = 6$ | $4! = 24$ | $5! = 120$ |
|----------|-------------------|----------|-----------|------------|

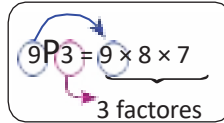
maestro presentará una situación y otras que considere relacionadas a aplicaciones a las permutaciones a través de los ejemplos presentados en la guía de aprendizaje.

**Ejemplo:** ¿Cuántos números de 3 cifras se pueden formar con los dígitos del 1 al 9, si no se repite ningún dígito?

**Solución:**

Al tomar 3 cifras, es importante el orden entre ellas (forman números diferentes), entonces considerando la permutación tomando 3 de 9 objetos,  $9P3 = 9 \times 8 \times 7 = 504$ .

Por lo tanto, se pueden formar 504 números.



The diagram shows the expression  $9P3 = 9 \times 8 \times 7$  inside a rounded rectangle. Three curved arrows point from the numbers 9, 8, and 7 to the text "3 factores" located below the expression.

En matemáticas, una permutación es una forma de ordenar los elementos de un conjunto, donde el orden de los elementos es importante. Es decir, dos arreglos se consideran diferentes si tienen los mismos elementos, pero en distinto orden.

Una permutación de un conjunto finito es una secuencia ordenada de todos sus elementos, donde cada elemento aparece exactamente una vez.

### Ejemplos:

- Dado el conjunto  $\{1, 2, 3\}$ , algunas permutaciones son:  $(1, 2, 3)$ ,  $(1, 3, 2)$ ,  $(2, 1, 3)$ ,  $(2, 3, 1)$ ,  $(3, 1, 2)$ , y  $(3, 2, 1)$ .
- En un grupo de 4 personas, el número de formas diferentes de sentarse en una fila es una permutación de 4 elementos, que se calcula como  $4!$  (4 factorial) = 24.

**Fórmula:** El número de permutaciones de un conjunto de  $n$  elementos tomados de  $r$  a la vez se calcula como:

$${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Donde "!" denota el factorial (por ejemplo,  $5! = 5 * 4 * 3 * 2 * 1$ ).

### Importancia del Orden:

A diferencia de las combinaciones, en las permutaciones el orden de los elementos es crucial. Por ejemplo, en un podio, el primer, segundo y tercer lugar son diferentes, por lo que importa el orden.

### Aplicaciones:

Las permutaciones tienen diversas aplicaciones en áreas como:

- Criptografía: Se utilizan para crear contraseñas seguras al reorganizar los caracteres de una cadena.
- Genética: Ayudan a entender cómo se combinan los genes.
- Planificación logística: Se utilizan para optimizar rutas y horarios.

- Deportes: Se utilizan para determinar posiciones en competencias.

En resumen, las permutaciones son fundamentales en matemáticas y tienen aplicaciones en diversos campos donde el orden de los elementos es importante.

- Los estudiantes resolverán las actividades propuestas en la guía de aprendizaje.

01. Determine el factorial según sea la situación dada, observa si es importante el orden o no

- Calcule  $6!$ ,  $8!$  y  $5!$
- ¿Cuántos y cuáles arreglos pueden obtenerse con las letras de la palabra “paz”?
- En una clase de danza participan 5 bailarines. ¿De cuántas maneras pueden colocarse en fila?

02. Encuentre las permutaciones de las siguientes situaciones problemáticas, observa si es importante el orden o no.

- Calcule,  ${}_6P_2$ ,  ${}_5P_4$ ,  ${}_8P_5$
  - ¿Cuántos arreglos de 3 letras se pueden formar con las letras **S, A, M, K**, si no se permite la repetición de estas?
  - ¿De cuántas formas se puede confeccionar una bandera de 4 franjas de distintos colores si se tiene telas de 5 colores distintos?
- Luego pasarán a la pizarra a presentar los resultados de acuerdo al orden que oriente el maestro, mientras el resto valora y realimenta los procesos.
  - Los estudiantes en conjunto con el maestro se elaborarán las conclusiones

### Guía de autoestudio

Orienta de forma clara las actividades de autoestudio, en esta se proponen diferentes actividades que los estudiantes pueden realizar, de las cuales puede seleccionar las que considere o agregar aquellas que crea pertinentes.

A continuación, se proponen las siguientes actividades para que realice su autoestudio.

- Determine el factorial según sea la situación dada, observa si es importante el orden o no

- a) ¿De cuántas formas se puede confeccionar una bandera de 4 franjas de distinto color cada una?
  - b) El dueño de una librería desea exponer en un escaparate 6 banderines correspondientes a 6 países. ¿De cuántas maneras puede hacerlo si los quiere colocar en fila?
2. Encuentre las permutaciones de las siguientes situaciones problemáticas, observa si es importante el orden o no.
- a) ¿Cuántos números de 2 cifras sin repetir se pueden formar con los dígitos del 1 al 5?
  - b) ¿De cuántas maneras se pueden repartir 3 caramelos de diferente sabor para 6 estudiantes, considerando que ningún estudiante recibe más de un caramelo?
  - c) Calcula la cantidad de maneras en que se puede elegir un presidente, un vicepresidente y un tesorero de un grupo de 6 personas.

## Encuentro 11:

### Combinaciones

#### Unidad IV: Técnicas de Conteo y Probabilidades

**Competencia de eje transversal:** Manifiesta conductas de aprecio, amor, cuidado y ayuda hacia las demás personas, a fin de contribuir a una cultura de paz, para mantener un entorno seguro, integrador, con valores de respeto hacia las diferencias, posibilitando una sociedad pacífica donde los conflictos se resuelvan mediante el dialogo y el entendimiento.

**Competencia de Unidad:** Aplica las técnicas de conteo, la probabilidad y sus propiedades, en la solución de situaciones en diferentes contextos.

**Indicador de logro:** Emplea las técnicas de conteo en la solución de situaciones en diferentes contextos.

#### Contenido:

##### Combinaciones

- Permutaciones con repetición

Se le propone las siguientes actividades:

- Se realiza una actividad lúdica o de reflexión con los estudiantes.
- El maestro verificará la resolución de la guía orientada en el encuentro anterior y hará una realimentación del contenido para afianzarlo, evidenciando los aprendizajes construidos durante el estudio independiente.
- Analizar en conjunto, las dificultades que se presentan en el estudio independiente, con el propósito de reorientar y realimentar el proceso de aprendizaje, proponiendo nuevas actividades donde el estudiante evidencie que alcanzó el indicador.
- En equipo contestaremos las siguientes preguntas en relación a la guía de auto estudio orientada en el encuentro anterior.
  - ¿Qué es y cómo se expresa el factorial de un numero?
  - ¿Explique cómo se determina el factorial de un numero?
  - ¿Qué es y cómo se calcula la cantidad de permutaciones de un arreglo?

- Hacer de manera conjunta maestro-estudiante la síntesis y las conclusiones.

>>>>>

En este encuentro se tratará el contenido sobre combinaciones y permutaciones con repetición, en la solución de situaciones en diferentes contextos.

- El maestro presentará una situación relacionada a combinaciones a través de los ejemplos presentados en la guía de aprendizaje, en la que los estudiantes analizarán y reflexionarán sobre su importancia en la solución de situaciones en diferentes contextos.

Se tienen 4 fichas de colores: Azul , Rojo , Verde  y Café . ¿Cuántos arreglos diferentes se pueden realizar tomando tres de estas fichas?

- El maestro presentará una situación y otras que considere relacionadas a aplicaciones a las combinaciones y permutaciones con repeticiones a través de los ejemplos presentados en la guía de aprendizaje.

**Combinación:** Una combinación es un arreglo, en el que no importa el orden, de  $r$  objetos seleccionados sin repetir de entre  $n$  objetos distintos.

El número de combinaciones de  $n$  objetos distintos, tomando  $r$  a la vez, denotado por  ${}_nC_r$ , está dado por la fórmula.

$${}_nC_r = \frac{{}_nP_r}{r!}$$

### Ejemplo

¿Cuántos comités distintos, integrados por 3 personas, se pueden formar a partir de un grupo de 6 personas?

### Permutaciones con Repetición

Una permutación con repetición es una forma de ordenar un conjunto de elementos donde algunos de ellos son idénticos. En otras palabras, se trata de calcular las diferentes disposiciones posibles de un grupo de objetos, tomando en cuenta que algunos de estos objetos se repiten.

El número de permutaciones diferentes de  $n$  objetos de los cuales un objeto aparece  $n_1$  veces, otro objeto aparece  $n_2$  veces y así sucesivamente es:

siendo  $n = n_1 + n_2 + \dots + n_k$ .

$$\frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \dots \cdot n_k!}$$

### Ejemplo

¿Cuántas secuencias de 8 letras se pueden formar con las letras **x, x, x, y, y, y, c, c**?

- Los estudiantes resuelven las actividades propuestas en la guía de aprendizaje.

01. Calcule el total de combinaciones en cada caso:

a)  ${}_5C_3, {}_6C_4, {}_7C_5$

b) Se han seleccionado 7 personas para distribuirles 4 premios. ¿De cuántas maneras puede realizarse esta asignación, si cada persona puede recibir un solo premio?

c) Una señora tiene 10 vestidos y en su viaje de vacaciones quiere llevar consigo 6 de ellos. ¿De cuántas maneras puede seleccionarlos?

02. Resuelva los siguientes problemas:

a) ¿Cuántos números de 5 cifras se pueden formar en los cuales el 2 se repita 2 veces y el 3 aparezca 3 veces?

b) ¿De cuántas maneras se pueden alinear en un estante 2 libros de Matemáticas, 2 de Física y 3 de Historia si los libros de cada materia son iguales?

c) ¿Cuántas permutaciones diferentes se pueden formar utilizando las 8 letras de la palabra PARALELA?

d) Determina cuántas formas hay para colocar 3 letras en una fila utilizando a, b, c y d; considera que las letras se pueden repetir.

- Luego pasarán a la pizarra a presentar los resultados de acuerdo al orden que oriente el maestro, mientras el resto valora y realimenta los procesos.
- Los estudiantes en conjunto con el maestro se elaborarán las conclusiones

## Guía de autoestudio

Orienta de forma clara las actividades de autoestudio, en esta se proponen diferentes actividades que los estudiantes pueden realizar, de las cuales puede seleccionar las que considere o agregar aquellas que crea pertinentes.

A continuación, se proponen las siguientes actividades para que realice su autoestudio.

1. Calcule el total de combinaciones en cada caso:
  - a) En una estantería hay 6 libros diferentes de matemáticas y 3 de física, también diferentes. Si queremos seleccionar 2 de cada área, ¿de cuántas maneras se puede hacer?
  - b) En una fiesta escolar hay 8 niñas y 10 niños. ¿De cuántas maneras se pueden escoger de entre ellos 4 parejas de niños y niñas para un baile?
2. Resuelva los siguientes problemas:
  - a) El código binario es una forma de representación numérica alternativa al sistema decimal, y es muy utilizado en el ambiente computacional porque solo utiliza dos dígitos o caracteres, el 0 y el 1 que se conocen como bits y resultan fáciles de almacenar en una computadora. Determina cuántos números de 7 cifras se pueden representar en código binario.
  - b) Determina cuántos subconjuntos de  $A = \{a, b, c, d, e, f\}$  se pueden formar.
  - c) El número de la placa de un vehículo está conformada por 2 letras, que ocupan las primeras 2 posiciones, y 4 números. Si en una placa se pueden repetir tanto letras como números, y se pueden usar las letras A, B, C, D, E y los números del 1 al 9, determina cuántas placas se pueden elaborar con estas condiciones.

## Encuentro 12:

### Probabilidades

#### Unidad IV: Técnicas de Conteo y Probabilidades

**Competencia de eje transversal:** Manifiesta conductas de aprecio, amor, cuidado y ayuda hacia las demás personas, a fin de contribuir a una cultura de paz, para mantener un entorno seguro, integrador, con valores de respeto hacia las diferencias, posibilitando una sociedad pacífica donde los conflictos se resuelvan mediante el diálogo y el entendimiento.

**Competencia de Unidad:** Aplica las técnicas de conteo, la probabilidad y sus propiedades, en la solución de situaciones en diferentes contextos.

**Indicador de logro:** Utiliza la probabilidad y sus propiedades, en la solución de situaciones de la vida cotidiana.

#### Contenido:

##### Probabilidades

- Probabilidad Teórica
- Definición y aplicaciones

#### Se le proponen las siguientes actividades:

- Se realiza una actividad lúdica o de reflexión con los estudiantes.
- El maestro verificará la resolución de la guía orientada en el encuentro anterior y hará una realimentación del contenido para afianzarlo, evidenciando los aprendizajes construidos durante el estudio independiente.
- Analizar en conjunto, las dificultades que se presentan en el estudio independiente, con el propósito de reorientar y realimentar el proceso de aprendizaje, proponiendo nuevas actividades donde el estudiante evidencie que alcanzó el indicador.

En equipo contestaremos las siguientes preguntas en relación a la guía de auto estudio orientada en el encuentro anterior.

- ¿Qué son combinaciones y como se pueden determinar?
- Escriba que diferencia a las combinaciones de las permutaciones

- ¿Qué son permutaciones con repetición?
- Hacer de manera conjunta maestro-estudiante la síntesis y las conclusiones.

En este encuentro se tratará el contenido sobre la probabilidad y sus propiedades, en la solución de situaciones de la vida cotidiana.

- El maestro presentará una situación relacionada a probabilidades a través de los ejemplos presentados en la guía de aprendizaje, en la que los estudiantes analizarán y reflexionarán sobre su importancia en la solución de situaciones en diferentes contextos.

### Situación

Calcula la probabilidad de que al lanzar un dado caiga un número par (la cantidad de puntos sea par). Considerando el espacio muestral  $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ .

**Probabilidad:** Dado el espacio muestral  $E$  asociado a un experimento en el que todos los elementos tienen la misma oportunidad de ocurrir, la probabilidad de que ocurra el evento  $A$  se denota por:

$P(A)$  y está dada por la razón:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(E)} = \frac{\text{número de resultados favorables}}{\text{número de resultados posibles}}$$

### Las probabilidades se calculan de la siguiente manera:

La probabilidad se calcula dividiendo el número de resultados favorables entre el número total de resultados posibles. La fórmula general es:  $P(A) = (\text{Número de resultados favorables para el evento } A) / (\text{Número total de resultados posibles})$ . Si se expresa como porcentaje, se multiplica por 100.

- El maestro presentará ejemplos presentados en la guía de aprendizaje y otros que considere relacionados a espacio muestral y evento y aplicaciones de probabilidad teórica.

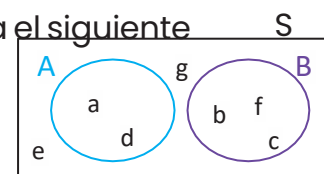
## Ejemplo 1

Una urna contiene 5 canicas blancas, 10 canicas verdes y 8 amarillas. Si se extrae una canica, calcule la probabilidad de que sea verde.

## Ejemplo 2

Calcule la probabilidad de que la suma de los números que aparecen en las caras superiores de dos dados que se lanzan sea 7.

- Los estudiantes resolverán los ejercicios propuestos en la guía de aprendizaje.
- 1. Resuelva los siguientes problemas aplicando la definición de probabilidad.
  - a) En el lanzamiento de un dado, ¿qué es más probable obtener: un número par o un múltiplo de 3?
  - b) Una urna contiene 18 fichas marcadas cada una con un número de 1 a 18. Si se extrae una ficha, ¿cuál es la probabilidad de que esta muestre un múltiplo de 7?
  - c) Un recipiente consta de 9 pelotas de golf blancas, 8 verdes y 3 anaranjadas. Si se selecciona al azar una pelota del recipiente, ¿cuál es la probabilidad de que sea blanca? ¿y de que una de estas sea verde?
  - d) Si se lanzan dos dados, calcule la probabilidad de que:
    - Las dos caras de los dados tengan el mismo número.
    - La suma de los números de las caras sea 8.
  - e) Se escoge una carta de una baraja de 52 cartas, ¿cuál es la probabilidad de seleccionar un as?
  - f) Determine la probabilidad de obtener un escudo y dos veces número en el lanzamiento de 3 monedas.
  - g) Determina la probabilidad de que al lanzar un dado dos veces caiga el número 3 en ambas ocasiones (la cantidad de puntos sea 3).
  - h) Determina la probabilidad de que, al lanzar dos dados, la suma de todos los puntos (de ambos dados) sea 7.
  - i) Considerando el espacio muestral (S) como conjunto, analiza el siguiente diagrama de Venn, si cada evento simple tiene la misma probabilidad de ocurrir, resuelve:
    - a) Determina la probabilidad teórica de A.
    - b) Determina la probabilidad teórica de B.



- j) Calcula la probabilidad teórica del evento de sacar una carta roja en una extracción de una baraja y compárala con la probabilidad experimental. Para la probabilidad experimental utiliza la clase anterior.
- Luego pasarán a la pizarra a presentar los resultados de acuerdo al orden que oriente el maestro, mientras el resto valora y realimenta los procesos.
  - Los estudiantes en conjunto con el maestro se elaborarán las conclusiones.

### Guía de autoestudio

Orienta de forma clara las actividades de autoestudio, en esta se proponen diferentes actividades que los estudiantes pueden realizar, de las cuales puede seleccionar las que considere o agregar aquellas que crea pertinentes.

A continuación, se proponen las siguientes actividades para que realice su autoestudio. Realiza las siguientes actividades en casa y en tu cuaderno copia las situaciones siguientes, no olvides trabajar en equipo o de forma individual si lo deseas.

Si se lanza un dado, calcule la probabilidad para cada evento dado:

- a) **A**: obtener un número par.
- b) **B**: obtener un múltiplo de 3.
- c) **A ∩ B**: obtener un número par y múltiplo de 3.
- d) **A ∪ B**: obtener un número par o un múltiplo de 3.



La intersección **A ∩ B** de **A** y **B** es el conjunto de los elementos comunes de **A** y **B**.

La unión **A ∪ B** es el conjunto de los elementos comunes y no comunes de **A** y **B**.

Toma la nota informativa para poder resolver el problema.

Nota informativa:

#### Regla de la adición (Probabilidad de la unión de dos eventos)

Dados dos eventos **A** y **B** cualesquiera,

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$

## Encuentro 13:

### Probabilidad de dos eventos

#### Unidad IV: Técnicas de Conteo y Probabilidades

**Competencia de eje transversal:** Manifiesta conductas de aprecio, amor, cuidado y ayuda hacia las demás personas, a fin de contribuir a una cultura de paz, para mantener un entorno seguro, integrador, con valores de respeto hacia las diferencias, posibilitando una sociedad pacífica donde los conflictos se resuelvan mediante el diálogo y el entendimiento.

**Competencia de Unidad:** Aplica las técnicas de conteo, la probabilidad y sus propiedades, en la solución de situaciones en diferentes contextos.

**Indicador de logro:** Utiliza la probabilidad y sus propiedades, en la solución de situaciones de la vida cotidiana.

#### Contenido:

Probabilidad de dos eventos

- Eventos mutuamente excluyentes
- Eventos independientes

Se le proponen las siguientes actividades

- Se realiza una actividad lúdica o de reflexión con los estudiantes.
- El maestro verificará la resolución de la guía orientada en el encuentro anterior y hará una realimentación del contenido para afianzarlo, evidenciando los aprendizajes construidos durante el estudio independiente.
- Analizar en conjunto, las dificultades que se presentan en el estudio independiente, con el propósito de reorientar y realimentar el proceso de aprendizaje, proponiendo nuevas actividades donde el estudiante evidencie que alcanzó el indicador.
- En equipo contestaremos las siguientes preguntas en relación a la guía de auto estudio orientada en el encuentro anterior.
  - ¿Para qué se utilizan las probabilidades y como se calculan?
  - ¿En qué consiste la probabilidad teórica?

- Hacer de manera conjunta maestro-estudiante la síntesis y las conclusiones.

En este encuentro se tratará el contenido sobre la probabilidad de dos eventos, en la solución de situaciones de la vida cotidiana.

- El maestro presentará una situación relacionada a probabilidad de dos eventos a través de los ejemplos presentados en la guía de aprendizaje, en la que los estudiantes analizarán y reflexionarán sobre su importancia en la solución de situaciones en diferentes contextos.

Si se lanza un dado, calcule la probabilidad para cada evento dado:

- a) **A**: obtener un número par.
- b) **B**: obtener un múltiplo de 3.
- c)  **$A \cap B$** : obtener un número par y múltiplo de 3.
- d)  **$A \cup B$** : obtener un número par o un múltiplo de 3.



La intersección  **$A \cap B$**  de **A** y **B** es el conjunto de los elementos comunes de **A** y **B**.

La unión  **$A \cup B$**  es el conjunto de los elementos comunes y no comunes de **A** y **B**.

- El maestro presentará ejemplos presentados en la guía de aprendizaje y otros que considere relacionados a la unión de dos eventos, eventos mutuamente excluyentes y eventos independientes.

### Ejemplo 1

Si de una baraja de 52 cartas se extrae una al azar, ¿cuál es la probabilidad de que esta sea un as o diamante?

### Ejemplo 2

Para el experimento de lanzar un dado calcule la probabilidad de cada evento:

- a) **A**: obtener un número par.
- b) **B**: obtener un múltiplo de 5.
- c)  **$A \cup B$** : obtener un número par o un múltiplo de 5.

### Ejemplo 3

Si de una baraja de 52 cartas, se extrae una de ellas, se coloca de nuevo en el paquete y se toma una segunda carta. Se consideran los eventos **A**: se extrae un 7 y **B**: se extrae un corazón rojo. Responda:

- a) ¿La ocurrencia de cualquiera de los eventos afecta o depende de la ocurrencia del otro?

- b) Calcule  $P(A)$ ,  $P(B)$  y  $P(A \cap B)$
- c) Compare  $P(A \cap B)$  y  $P(A) * P(B)$
- Los estudiantes resolverán los ejercicios propuestos en la guía de aprendizaje de acuerdo a lo que indique el maestro.

I. Resuelva los siguientes problemas utilizando la probabilidad de dos eventos.

01. Si se lanza un dado, ¿cuál es la probabilidad de obtener un número impar o un múltiplo de 3?
02. Se lanzan dos dados, ¿cuál es la probabilidad de obtener un 6 como suma de los resultados de las caras o números iguales en estas?
03. Se requiere estudiar el efecto de tres medicamentos en el tratamiento de una enfermedad infecciosa. Para ello, disponemos de un grupo de pacientes infectados, distribuyéndolos al azar en tres grupos de tratamientos. Los datos se resumen en la siguiente tabla:

|           | Tratamiento A | Tratamiento B | Tratamiento C | Total |
|-----------|---------------|---------------|---------------|-------|
| Si mejora | 23            | 33            | 35            | 91    |
| No mejora | 12            | 7             | 35            | 31    |
| Total     | 35            | 40            | 47            | 122   |

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que, al seleccionar a un paciente al azar, este haya tomado el Tratamiento A o Tratamiento B?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que al seleccionar a un paciente al azar este haya tomado el Tratamiento B o el Tratamiento C?
- c) ¿Cuál es la probabilidad de seleccionar al azar un paciente este haya mejorado o haya tomado el tratamiento C?
- d) ¿Cuál es la probabilidad de seleccionar al azar un paciente este no haya mejorado o haya tomado el Tratamiento A?
04. Se hizo una encuesta a cierto grupo de personas sobre la ruta de bus que utilizan para ir a su trabajo. Resultó que el 70% usa la ruta Jinotega–Managua, el 40% usa Esteli–Managua y el 30% ambas. Calcule la probabilidad de que al seleccionar al azar una de las personas consultadas, esta use alguna de las dos rutas de buses.

05. En el último corte evaluativo, el 75% de los estudiantes aprobó Matemáticas, el 80% aprobó inglés y el 60% aprobó las dos asignaturas. Seleccione al azar a uno de estos estudiantes y calcule la probabilidad de que:

- a) Haya aprobado alguna de las asignaturas
- b) Haya aprobado solo matemática
- c) No haya aprobado ninguna de las dos asignaturas
- d) Haya aprobado solo una de las dos asignaturas.

II. Resuelve los siguientes problemas de eventos mutuamente excluyentes.

01. Se tiene un libro de cada una de las materias: Matemática, Biología, Química, Física y Lengua y Literatura. Si se toma uno de ellos, ¿cuál es la probabilidad de que este sea de Matemática o de Física?

02. La probabilidad de que Juan asista a un bachillerato estatal es  $\frac{2}{5}$  y la de que asista a un bachillerato privado es  $\frac{1}{2}$ . Si Juan no puede asistir a ambos simultáneamente, ¿cuál es la probabilidad de asistir a uno u otro bachillerato?

03. Si se escoge una carta de una baraja de 52 cartas, ¿cuál es la probabilidad de escoger un corazón o un diamante?

04. Si se arrojan dos dados, encuentre la probabilidad de que la suma de los dos números de las caras sea 5 u 11.

05. Determine la probabilidad que, al ordenar 3 niñas y un niño, dos niñas específicas siempre estén juntas y 2 niños específicos estén siempre juntos.

III. Resuelve los siguientes problemas identificando en cada caso eventos independientes.

1. Determina la probabilidad de que al extraer 2 cartas una tras otra de una baraja (con reemplazo), se cumpla que la primera es carta roja, y la segunda es "J" o de diamantes.

2. En una bolsa hay 4 canicas rojas y 3 verdes. ¿Cuál es la probabilidad de que, al sacar dos canicas con reposición, estas sean rojas?

3. Si se lanzan dos monedas, ¿Cuál es la probabilidad de obtener dos escudos?

4. El lanzamiento de dos dados, uno después del otro, ¿Cuál es la probabilidad de que en el primer lanzamiento resulte 3 y en el segundo un número impar?

5. ¿Determine la probabilidad de lanzar una moneda tres veces, se obtenga solamente una cara y sea el último lanzamiento?
  6. ¿Determinar la probabilidad de que al responder 5 preguntas de verdadero y falso al azar se obtengan 4 respuestas correctas?
- Luego pasarán a la pizarra a presentar los resultados de acuerdo al orden que oriente el maestro, mientras el resto valora y realimenta los procesos.
  - Los estudiantes en conjunto con el maestro se elaborarán las conclusiones.

### Guía de autoestudio

Orienta de forma clara las actividades de autoestudio, en esta se proponen diferentes actividades que los estudiantes pueden realizar, de las cuales puede seleccionar las que considere o agregar aquellas que crea pertinentes.

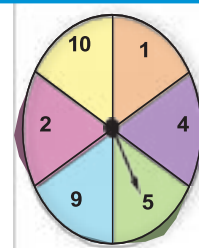
A continuación, se proponen las siguientes actividades para que realice su autoestudio.

Realiza las siguientes actividades en casa y en tu cuaderno copia las situaciones siguientes, no olvides trabajar en equipo o de forma individual si lo deseas.

Resuelve la siguiente situación problemática:

Imagine que hace girar en sentido horario la aguja de la ruleta de la derecha. Calcule la probabilidad de cada evento:

- a) **A**: obtener un número entero.
- b) **B**: obtener un número negativo.
- c) **C**: obtener un múltiplo de 5.



## Encuentro 14, 15 y 16:

### Propiedades de las probabilidades

#### Unidad IV: Técnicas de Conteo y Probabilidades

**Competencia de eje transversal:** Manifiesta conductas de aprecio, amor, cuidado y ayuda hacia las demás personas, a fin de contribuir a una cultura de paz, para mantener un entorno seguro, integrador, con valores de respeto hacia las diferencias, posibilitando una sociedad pacífica donde los conflictos se resuelvan mediante el diálogo y el entendimiento.

**Competencia de Unidad:** Aplica las técnicas de conteo, la probabilidad y sus propiedades, en la solución de situaciones en diferentes contextos.

**Indicador de logro:** Utiliza la probabilidad y sus propiedades, en la solución de situaciones de la vida cotidiana.

#### Contenido:

Propiedades de las probabilidades

#### Se le proponen las siguientes actividades

- Se realiza una actividad lúdica o de reflexión con los estudiantes.
- El maestro verificará la resolución de la guía orientada en el encuentro anterior y hará una realimentación del contenido para afianzarlo, evidenciando los aprendizajes construidos durante el estudio independiente.
- Analizar en conjunto, las dificultades que se presentan en el estudio independiente, con el propósito de reorientar y realimentar el proceso de aprendizaje, proponiendo nuevas actividades donde el estudiante evidencie que alcanzó el indicador.
- Hacer de manera conjunta maestro-estudiante la síntesis y las conclusiones.
  - ¿Qué es y cómo se calcula la probabilidad de dos eventos?
  - Mencione que diferencias o similitudes existen entre eventos mutuamente excluyentes y eventos independientes.
  - ¿cómo se calcula la probabilidad de ocurrencia de eventos mutuamente excluyentes?

- ¿Cómo calculas la probabilidad que ocurran dos eventos independientes?
- En equipo contestaremos las siguientes preguntas en relación a la guía de auto estudio orientada en el encuentro anterior.

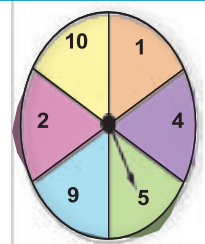
En este encuentro se tratará el contenido sobre la probabilidad y sus propiedades, en la solución de situaciones de la vida cotidiana.

- El maestro explicará las propiedades de la probabilidad a través de los ejemplos presentados en la guía de aprendizaje, en la que los estudiantes analizarán y reflexionarán sobre su importancia en la solución de situaciones en diferentes contextos.

### Ejemplo 1

Imagine que hace girar en sentido horario la aguja de la ruleta de la derecha. Calcule la probabilidad de cada evento:

- d) **A**: obtener un número entero.
- e) **B**: obtener un número negativo.
- f) **C**: obtener un múltiplo de 5.



### Propiedades de la probabilidad

1.  $0 \leq P(A) \leq 1$ , para cualquier evento **A**.
2.  $P(E) = 1$ , en cuyo caso **E** (considerado un evento), se denomina evento seguro.
3. Denotando un evento imposible con  $\emptyset$  se tiene que  $P(\emptyset) = 0$
4.  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ , si **A** y **B** son mutuamente excluyentes, entonces:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

(\*) La propiedad 4. fue verificada en contenidos anteriores.

Otras propiedades

| Propiedades     | Intersección                                     | Unión                                            |
|-----------------|--------------------------------------------------|--------------------------------------------------|
| Conmutativa     | $A \cap B = B \cap A$                            | $A \cup B = B \cup A$                            |
| Asociativa      | $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$          | $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$          |
| Distributiva    | $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ | $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ |
| Idempotente     | $A \cap A = A$                                   | $A \cup A = A$                                   |
| Absorción       | $A \cap \phi = \phi$                             | $A \cup E = E$                                   |
| Simplificación  | $A \cap (B \cup A) = A$                          | $A \cup (B \cap A) = A$                          |
| Elemento neutro | $A \cap E = A$                                   | $A \cup \phi = A$                                |

## Ejemplo2

En un juego se tiene una baraja tradicional del que se ha quitado 3 cartas de corazones, una de diamantes y dos de tréboles, el juego consiste en adivinar de qué palo (grupo) será la carta que se extraiga de la baraja modificada (espadas, corazones, tréboles o diamantes). Determine la opción que tiene mayor probabilidad de ganar.

- Los estudiantes resolverán los ejercicios propuestos en la guía de aprendizaje, de acuerdo a lo que indique el maestro.

Resuelve los siguientes problemas asignados:

01. En el experimento de lanzar un dado, verifique las propiedades de la probabilidad

calculando **P(A), P(B), P(C) y P(AUB)** para los eventos siguientes:

- a) A: cae en número positivo.
- b) B: obtener un múltiplo de 3.
- c) C: cae en número par o impar.

02. Si se elige al azar un número natural del 1 al 10, calcule la probabilidad de cada evento:

- a) **A**: obtener número par.
- b) **B**: obtener número positivo.
- c) **C**: obtener un número mayor que 15.

03. En una bolsa se tienen fichas enumeradas de 1 al 8. Si se extrae una de estas fichas al azar, calcule la probabilidad de los eventos:
- a) A: extraer un número par
  - b) B: extraer un número impar
  - c) C: extraer un múltiplo de 4
04. En una urna hay 10 pelotas enumeradas del 1 al 10. Si se extrae una pelota al azar, calcule la probabilidad de sacar un número par o múltiplo de 3.
05. La probabilidad de que un hombre viva 20 años es  $\frac{1}{4}$ , y la de que su mujer viva 20 años es  $\frac{1}{3}$ , calcule la probabilidad de que ambos vivan 20 años.
06. 20 artículos producidos en el taller de madera, 12 defectuosos y 8 no defectuosos, son inspeccionados por el dueño uno a uno. Si los artículos son seleccionados al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que los dos primeros sean defectuosos?
07. Pedro García guarda en un cajón 10 pares de calcetines: 2 de color negro, 2 de color café, 3 de color blanco, 1 de color rojo, 1 de color azul, 1 de color verde. Hoy quiere usar un par de color blanco por lo que, sin ver introduce la mano al cajón, extrae un par. Si no es blanco lo devolverá al cajón. Si continúa extrayendo pares de calcetines al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que sacara un par blanco en su tercer intento?
08. A un taller de mecánica, se sabe que, en promedio, acuden: por la mañana 3 automóviles con problemas eléctricos, 8 con problemas mecánicos y 3 con problemas de carrocería, por la tarde: 2 con problemas eléctricos, 3 con problemas mecánicos y uno con problemas de carrocería.
- a) ¿Cuál es la probabilidad de que en el día acudan automóviles o con problemas eléctricos o con problemas mecánicos?
  - b) ¿Cuál es la probabilidad de que en un automóvil acuda por la tarde o tenga problemas mecánicos?
09. En un grupo de 30 estudiantes, de los cuales 22 son mujeres, 5 prefieren ajedrez, 15 el beisbol, y 10 el baloncesto. ¿Cuál es la probabilidad de seleccionar al azar, este sea varón y prefiera beisbol?

10. En un pueblo de nuestro país, el 40% de la población tiene cabello negro, el 25% tiene ojos negros y el 15% tiene cabello y ojos negros. Calcule la probabilidad de que al seleccionar al azar una persona de este pueblo:
- a) Tenga cabello y ojos negros
  - b) Tenga solo cabello negro o bien ojos negros
- Luego pasarán a la pizarra a presentar los resultados de acuerdo al orden que oriente el maestro, mientras el resto valora y realimenta los procesos.
  - Los estudiantes en conjunto con el maestro se elaborarán las conclusiones.

### Referencias bibliográficas

Díaz Vega, F.E.; Espinoza Espinoza, M.J.; Herrera Herrera, P.; Jarquín López H.A.; Primera Edición, (2019), Matemática 11, Undécimo Grado, La presente publicación ha sido reproducida con el apoyo de la Agencia de Cooperación Internacional del Japón (JICA) a través del Proyecto para el Aprendizaje Amigable de Matemática en Educación Secundaria (NICAMATE). Republica de Nicaragua.

## Ministerio de Educación

## Matriz de Programación Efectiva de aprendizaje

Nivel: 11mo. Modalidad: Secundaria a Distancia en el CampoAsignatura: Matemática Periodo: II semestre

| Competencias de Eje Transversal                                                                                                                                            | Competencia de Grado                                                                                                                                                                                                                                                                | Nº y Nombre de la Unidad Programática | Indicadores de Logro                                                                                                                                                                                                                                 | Contenidos                                                                                                                                           | Número de encuentro |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------|
| Fortalece su autoestima, confianza y seguridad, al respetarse a sí mismo y a las demás personas reconociendo sus características, necesidades, roles personales y sociales | 3. Aplica el cálculo de la distancia entre dos puntos, las coordenadas de un punto que divide a un segmento en una razón dada y las formas de expresar la ecuación de una recta, circunferencia, y las secciones cónicas, en la solución de situaciones del en diferentes contextos | Unidad III: Geometría Analítica       | 2. Emplea las formas de expresar la ecuación de la recta, las condiciones de paralelismo y perpendicularidad de rectas, así como el cálculo de la distancia del origen a una recta del plano, en la solución de situaciones en diferentes contextos. | *La Recta<br><br>-Ecuación punto - pendiente de la recta.<br><br>-Ecuación de la recta que pasa por dos puntos.<br><br>-Ecuación general de la recta | 1                   |

| Competencias de Eje Transversal | Competencia de Grado | Nº y Nombre de la Unidad Programática | Indicadores de Logro                                                                                                                                                                                                                                | Contenidos                                                                                                                                                                                        | Número de encuentro |
|---------------------------------|----------------------|---------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------|
|                                 |                      |                                       | 2-Emplea las formas de expresar la ecuación de la recta, las condiciones de paralelismo y perpendicularidad de rectas, así como el cálculo de la distancia del origen a una recta del plano, en la solución de situaciones en diferentes contextos. | <ul style="list-style-type: none"> <li>-Condición de paralelismo de dos rectas</li> <li>-Condición de perpendicularidad de rectas</li> <li>-Distancia del origen a una recta del plano</li> </ul> | 1                   |
|                                 |                      |                                       | 3. Aplica las formas de expresar la ecuación de una circunferencia, el cálculo de las intersecciones entre una circunferencia y una recta secante o una tangente, en la solución de situaciones en diferentes contextos.                            | 3 Circunferencia<br>3.1 Ecuación de la circunferencia con centro en el origen<br><br>3.2 Ecuación de la circunferencia con centro $C(h,k)$ y radio $r$                                            | 1                   |
|                                 |                      |                                       | 3. Aplica las formas de expresar la ecuación de una circunferencia, el cálculo de las intersecciones entre                                                                                                                                          | 3.3 Forma general de la ecuación de una circunferencia<br>3.4 Transformación de la forma general a la forma ordinaria de la                                                                       | 1                   |

| Competencias de Eje Transversal | Competencia de Grado | Nº y Nombre de la Unidad Programática | Indicadores de Logro                                                                                             | Contenidos                                                                                                                                        | Número de encuentro |
|---------------------------------|----------------------|---------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------|
|                                 |                      |                                       | una circunferencia y una recta secante o una tangente, en la solución de situaciones en diferentes contextos.    | ecuación de una circunferencia<br>3.5 Intersecciones de una circunferencia y una recta secante o a una tangente a esta                            |                     |
|                                 |                      |                                       | 4. Emplea las formas de expresar una parábola y sus elementos, en la solución de situaciones del entorno.        | 4. La Parábola<br>4.1 Parábola con foco en el eje $x$<br>4.2 Parábola con foco en el eje $y$<br>4.3 Elementos de la parábola                      | 1                   |
|                                 |                      |                                       | 4. Emplea las formas de expresar una parábola y sus elementos, en la solución de situaciones del entorno.        | 4.5 Puntos de intersección de una parábola vertical u horizontal y una recta<br>4.6 Aplicaciones de la Parábola                                   | 1                   |
|                                 |                      |                                       | 5. Utiliza las formas de expresar una elipse y sus elementos en la solución de situaciones de la vida cotidiana. | 5.- Elipse<br>-Definición y elementos<br><br>-Ecuación de la Elipse con focos en el eje $x$<br><br>-Ecuación de la Elipse con focos en el eje $y$ | 1                   |

| Competencias de Eje Transversal                                                                                                                                                                                                                                                                         | Competencia de Grado                                                                                                        | Nº y Nombre de la Unidad Programática                 | Indicadores de Logro                                                                                                   | Contenidos                                                                                                                                                                                                                                 | Número de encuentros |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------|
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                             |                                                       | 6. Aplica las formas de expresar una hipérbola y sus elementos, en la solución de situaciones en diferentes contextos. | <p>6.- Hipérbola</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-Definición y elementos</li> <li>-Ecuación de la Hipérbola con focos en el eje <math>x</math></li> <li>-Ecuación de la Hipérbola con focos en el eje <math>y</math></li> </ul> | 1                    |
| Manifiesta conductas de aprecio, amor, cuidado y ayuda hacia las demás personas, a fin de contribuir a una cultura de paz, para mantener un entorno seguro, integrador, con valores de respeto hacia las diferencias, posibilitando una sociedad pacífica donde los conflictos se resuelvan mediante el | 4. Aplica las técnicas de conteo, la probabilidad y sus propiedades, en la solución de situaciones en diferentes contextos. | <b>Unidad IV: Técnicas de Conteo y Probabilidades</b> | 1. Emplea las técnicas de conteo en la solución de situaciones en diferentes contextos.                                | <p>1. Técnicas de conteo</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-Diagrama de árbol</li> <li>-Principio de conteo de la suma</li> <li>-Principio de conteo de la multiplicación</li> </ul>                                              | 1                    |

| Competencias de Eje Transversal | Competencia de Grado | Nº y Nombre de la Unidad Programática | Indicadores de Logro                                                                              | Contenidos                                                                                             | Número de encuentro |
|---------------------------------|----------------------|---------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------|
| diálogo y el entendimiento.     |                      |                                       |                                                                                                   |                                                                                                        |                     |
|                                 |                      |                                       | 1. Emplea las técnicas de conteo en la solución de situaciones en diferentes contextos.           | -Factorial de un número natural<br>-Permutaciones                                                      | 1                   |
|                                 |                      |                                       | 1. Emplea las técnicas de conteo en la solución de situaciones en diferentes contextos.           | Combinaciones<br>-Permutaciones con repetición                                                         | 1                   |
|                                 |                      |                                       | 2. aplica la probabilidad y sus propiedades, en la solución de situaciones de la vida cotidiana.  | *Probabilidades<br>-2.1 Probabilidad Teórica<br>-2.2 Definición y aplicaciones                         | 1                   |
|                                 |                      |                                       | 2. Utiliza la probabilidad y sus propiedades, en la solución de situaciones de la vida cotidiana. | *2.3 Probabilidad de dos eventos<br>-2.4 Eventos mutuamente excluyentes<br>-2.5 Eventos independientes | 1                   |
|                                 |                      |                                       | 2. Utiliza la probabilidad y sus                                                                  | 2.6 Propiedades de las probabilidades                                                                  | 1                   |

| Competencias de Eje Transversal | Competencia de Grado | Nº y Nombre de la Unidad Programática | Indicadores de Logro                                             | Contenidos | Número de encuentro |
|---------------------------------|----------------------|---------------------------------------|------------------------------------------------------------------|------------|---------------------|
|                                 |                      |                                       | propiedades, en la solución de situaciones de la vida cotidiana. |            |                     |

